11. Gyakorlat

1. Feladat
   Keressük meg és osztályozzuk a szélső értékét a következő függvényeknek:

   a.) $f(x,y) = e^{\frac{1}{2}x^2+2xy+\frac{1}{2}y^2}$ **b.)** $f(x,y) = e^{-\left(x^2+xy+y^2\right)}$ **c.)** $f(x,y) = e^{-\left(x^2+2xy+y^2\right)}$

2. Feladat
   Határozzuk meg a
   $$\frac{xy}{z} - x^2 - y^2 = 1$$
   felületet az $x_0 = 1$, $y_0 = 1$ pontban érintő sík egyenletét!

3. Feladat
   Legyen f $\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ skalár függvény, $\mathbf{v}$ és $\mathbf{w}$ $\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ vektortér. Fejtsük ki a következő kifejezéseket:

   a.) $\operatorname{rot}\left(f(\mathbf{r})\mathbf{v}(\mathbf{r})\right) =$

   b.) $\operatorname{div}\left(f(\mathbf{r})\mathbf{v}(\mathbf{r})\right) =$

   c.) $\operatorname{div}\left(\mathbf{w}(\mathbf{r}) \times \mathbf{v}(\mathbf{r})\right) =$

   d.) $\operatorname{rot}\left(\mathbf{w}(\mathbf{r}) \times \mathbf{v}(\mathbf{r})\right) =$

4. Feladat
   Határozzuk meg $\mathbf{r} \times \mathbf{B}$ rotációját, ha $\mathbf{B}$ egy állandó vektor!

5. Feladat
   Keressük meg azt a görbét, amely mentén a következő vektortér rotációja $\mathbf{a} = (0, 0, -1)$ vektor:
   $$\mathbf{v}(\mathbf{r}) = \frac{1}{r}\begin{pmatrix} y+x \\ y-x \\ z \end{pmatrix},$$