1. Integrálszámítás

Minden típusból elég egy-kettő, a társaság igényének megfelelően. A 6., 7. feladatok időigényesek!

1. Adjuk meg a következő határozatlan integrálok eredményét!

   a) $\int \sin(2x+3)dx$

   b) $\int (2x+3)^3 dx$

   c) $\int \frac{1}{2x^2+3} dx$

   d) $\int \frac{x}{2x^2+3} dx$

   e) $\int x e^{x^2} dx$

2. Számoljuk ki a következő integrálokat! Ha a $\sin^n(x)\cos^m(x)$ alakban az egyik kitő páratlan, akkor $\sin^2(x)+\cos^2(x)=1$ felhasználásával a páratlan kitevőt alakítsuk 1-é. Ha n és m is páros, térjünk át kétszeres szögekre, ha kell többször is.

   a) $\int_0^{\pi/2} \sin^2(x)\cos^3(x)dx$

   b) $\int \sin^4(x)\cos^2(x)dx$

3. Parciális integrálással számoljuk ki az alábbi integrálokat!

   a) $\int_0^{\pi/4} x\cos(x)dx$

   b) $\int \ln(x)dx$

   c) $\int \sin(2x)e^{3x}dx$

   d) $\int_1^2 \operatorname{arctg}(x)dx$

4. Végezzük el a következő racionális törtek integrálását!

   a) $\int \frac{3x^2+2x}{x-1} dx$

   b) $\int \frac{3x+2}{x^2-5x+6} dx$

5. Végezzük el a következő integrálokat a kijelölt helyettesítéssel!

   a) $\int_0^{1/2} \sqrt{1-x^2}dx, \quad x=\sin(t)$

   b) $\int \frac{dx}{e^x+e^{-x}}, \quad t=e^x$

   c) $\int \frac{1}{\sin(x)\cos(x)} dx, \quad t=\operatorname{tg}(x/2)$

6. Ívhossz: Az ívhossz az alábbi képlettel számolható:

$$L=\int_{-b}^{b} \sqrt{1+(f'(x))^2}dx$$

a) Határozzuk meg a $y = ax^2$ parabola ívhosszát a $[-b; b]$ intervallumon! Megoldás:

$$b\sqrt{1+4b^2} + \frac{1}{2}\text{arcsinh}(2b)$$

7. Határozzuk meg a tehetetlenségi nyomatékot az alábbi esetben. Az objektumok líneáris sűrűsége ρ_l állandó. ($I = \int r^2(s)\rho_l(s)ds$)

   a) a oldalú négyzet a tengely az egyik oldalfelezőmerőleges.

   b) r sugarú félkör, a szimmetriatengelyen áthaladó tengelyre.

Megjegyzés:

$$\text{arcsinh}(x)' = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$