

4. Gyakorlat

A sík és tér lineáris transzformációi, mátrixok

1. feladat

Írjuk fel a síkban merőleges koordináta rendszerben a következő transzformációk mátrixát:

- merőleges vetítés az x és y tengelyekre,
- tükrözés az x és y tengelyekre,
- középpontos tükrözés az origóra,
- ferde vetítés az $e : \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ vektor egyenesére az $f : \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ egyenes mentén.

2. feladat

Írjuk fel az x tengelyre való tükrözés T_x és az x tengellyel α szöget bezáró e tengelyre való tükrözés T_e mátrixát! Számoljuk ki a $T_e T_x$ mátrixát! Milyen transzformációt ír le?

3. feladat

Írjuk fel diadikus szorzatok segítségével a következő transzformációkat:

- \mathbf{n} irányú egyenesre való vetítés
 - \mathbf{n} normálisú síkra való vetítés
 - \mathbf{n} irányú egyenesre való tükrözés
 - \mathbf{n} normálisú síkra való tükrözés,
- ahol \mathbf{n} egységvektor.

4. feladat

Az $\mathbf{n} = \frac{1}{\sqrt{14}} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ esetében határozzuk meg az előző feladat transzformációinak a mátrixait!

5. feladat

Határozzuk meg a $\mathbf{n} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ tengely körüli α szöggel való forgatás mátrixát!

6. feladat

Milyen transzformációt írnak le az alábbi mátrixok?

$$a. \begin{pmatrix} 1 & p \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad b, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

7. **feladat**

Legyen O^α a sík origója körüli α szögű forgatás. Milyen transzformáció a $Q^\alpha + O^{-\alpha}$? Afeladatot oldjuk meg geometriai úton és mátrixokkal is!

8. **feladat**

Egy test ω körfrekvenciájú harmonikus rezgőmozgást végez. A test egyensúlyi helyzetétől mért elmozdulásából és a sebességéből vektort képzünk: $\begin{pmatrix} x(t) \\ v(t) \end{pmatrix}$. Igazoljuk, hogy lineáris kapcsolat van a kezdő pillanathoz tartozó $\begin{pmatrix} x(0) \\ v(0) \end{pmatrix}$ és a t időpillanathoz tartozó $\begin{pmatrix} x(t) \\ v(t) \end{pmatrix}$ vektorok között! Határozzuk meg a transzformációt leíró mátrixot:

$$\begin{pmatrix} x(t) \\ v(t) \end{pmatrix} = \mathbf{A}(t) \begin{pmatrix} x(0) \\ v(0) \end{pmatrix} !$$

Milyen geometriai transzformációt ír le $\mathbf{A}(t)$?