

5. Gyakorlat

1. feladat

Tekintsük a következő vektorokat:

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

i.

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = ? \quad , \quad \mathbf{a} \times \mathbf{b} = ? \quad , \quad (\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c})$$

ii. Határozzuk meg az $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ vektorok $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ reciprok vektorait!

iii. Állítsuk elő az \mathbf{r} vektort az $(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c})$, illetve $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C})$ vektorok lineáris kombinációjaként!

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$$

2. feladat

Igazoljuk, hogy a vektoriális szorzatokra teljesül az u.n. Jacobi-azonosság:

$$\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) + \mathbf{b} \times (\mathbf{c} \times \mathbf{a}) + \mathbf{c} \times (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) = \mathbf{0}!$$

3. feladat

Egyszerűsítsük a következő kifejezéseket:

$$(\mathbf{a} \times \mathbf{b})(\mathbf{c} \times \mathbf{d}) =$$

$$(\mathbf{a} \times \mathbf{b})(\mathbf{a} \times \mathbf{c}) =$$

4. feladat

Homogén \mathbf{E} elektromos és \mathbf{B} mágneses térben \mathbf{v} sebességgel mozgó q töltésre a következő erők hatnak:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B} .$$

Mi a feltétele annak, hogy a töltés egyenes vonalon haladjon egyenletes sebességgel?

5. feladat

Vizsgáljuk meg az S sík és az e, f, g egyenesek kölcsönös helyzetét (metsző, párhuzamos, stb.) a közös pont kiszámítása nélkül!

$$S : 3x + 2y + z = 4$$

$$e : 2x - 2 = \frac{3-y}{2} = -z \quad f : \begin{matrix} x = 1 - t \\ y = 2 + t \\ z = t \end{matrix} \quad g : -5x + 10 = -5y + 5 = z + 4$$

6. feladat

Adott két egyenes, e és f :

$$e: -x + 3 = 2y + 1 = -z, \quad f: \begin{array}{l} x = 3 - 2t \\ y = -1 + t \\ z = t \end{array}$$

- i. Vizsgáljuk meg a két egyenes kölcsönös helyzetét!
- ii. Számítsuk ki a két egyenes által bezárt szöget!
- iii. Írjuk fel annak a síknak az egyenletét, amely az e egyenesen áthalad és párhuzamos f -fel!