

A félév során két zárthelyi dolgozat (zh) lesz, a 7. és 13. előadások időpontjában, azaz a 7. és a 14. héten, azaz október 22-én és december 10-én. A zh-kon zsebszámológépre szükség lesz, más segédeszköz nem használható. Mobiltelefon nem használható zsebszámológépként. Fényképes igazolványra szükség lesz a személyazonosság igazolásához. Egy zh-n maximum 100 pont érhető el. A zh eredményesnek minősül, ha az eredménye legalább 40 pont. Ha egy hallgató a zh írásakor meg nem engedett eszközt használ, elégtelent kap az egész tantárgyból, és a féléve érvénytelen. Mindkét zh feleletválasztós teszt, 20-20 kérdéssel, minden helyes megoldás 5 pontot ér. Gyakorló feladatokat az itt közzétett feladatgyűjtemény tartalmaz, érdemes ezeket hétről-hétre házi feladatként megoldani.

Félévközi jegy

1. zh: okt 22., kedd, 10:15-11:45, KF38

Az előadásokon jelenléti ívet vezetünk. Azok esetében, akik az előadások (a két reguláris zh-t is beleértve) legalább 70%-án, azaz legalább 10 alkalommal, jelen vannak, az érdemjegy megállapításánál a két (egyenként eredményes) zh átlagpontszámához 10-et hozzáadunk, egyébként a zárthelyik átlagával számolunk.

Ponthatárok (az aláhúzott érték a jegyhez tartozó alsó határ):

2 (elégséges) : 40 - 55

3 (közepes) : 55 - 70

4 (jó) : 70 - 85

5 (jeles) : 85 -

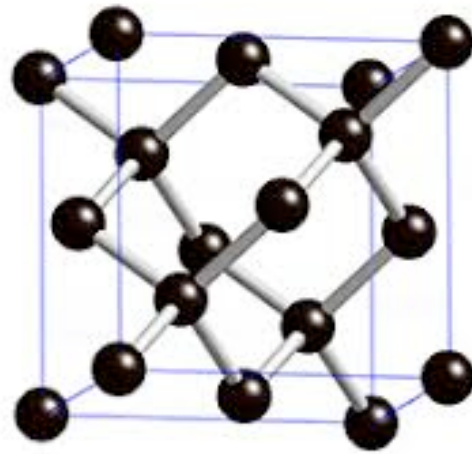
Egyéb feltételek

Egyetlen összevont pótzárthelyi (pótzh) lesz, a tervek szerint december 16-án hétfőn 8:30-10:00 között. A pótzh-n bárki részt vehet, ismétlés és pótlás egyaránt lehetséges. A pótzh-n egyetlen feladatsor lesz, ami az egész félév anyagát lefedi. Aki megírja a pótzh-t, az az ott kapott pontszám alapján kapja meg a jegyét, tehát ilyenkor az esetlegesen megírt 1. és 2. zárthelyi eredménye nem számít. A jelenlétért kapott bónuszpontok a pótzh eredményéhez is hozzáadódnak.

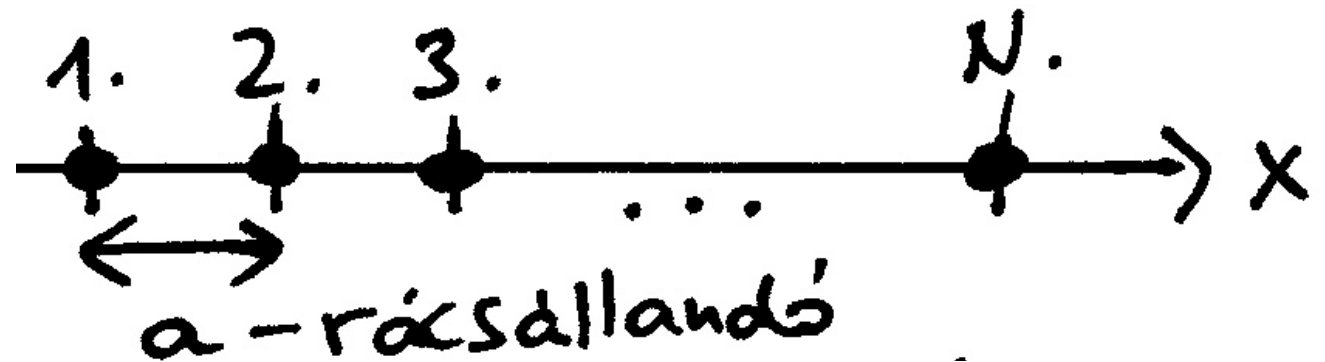
Menetrend

- | | | |
|------------------------------|--|---|
| 1. előadás (sep 10) |  | Elektronok
kvantummechanikája
atomokban,
kristályokban |
| 2. előadás (sep 17) | | |
| 3. előadás (sep 24) | | |
| 4. előadás (okt 01) | | |
| 5. előadás (okt 08) | | |
| 6. előadás (okt 15) | | |
| 7. előadás (okt 22) - 1. zh | | |
| 8. előadás (okt 29) | | |
| 9. előadás (nov 05) | mikro-elektromechanika (Fürjes Péter) | |
| nov 12 - nincs előadás | | |
| 10. előadás (nov 19) | lézerek (Sarkadi Tamás) | |
| 11. előadás (nov 26) | ferrofluidumok (Medvegy Tibor) | |
| 12. előadás (dec 03) | mikromechanika (Ispánovity Péter) | |
| 13. előadás (dec 10) - 2. zh | | |

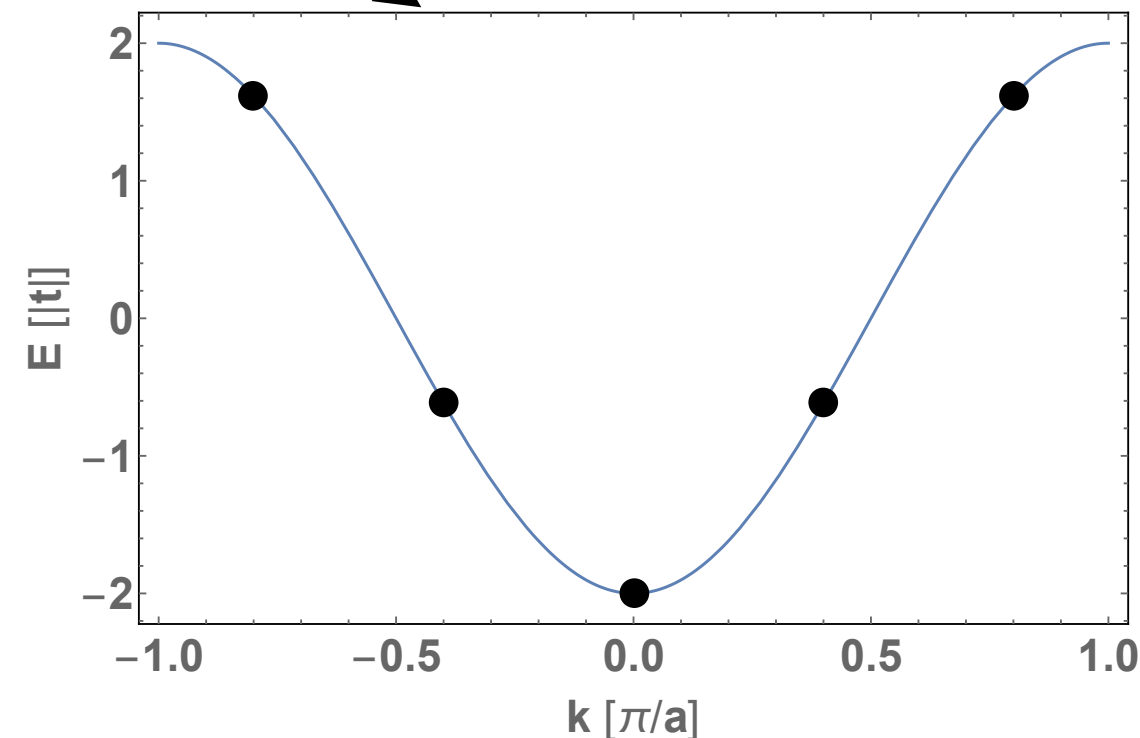
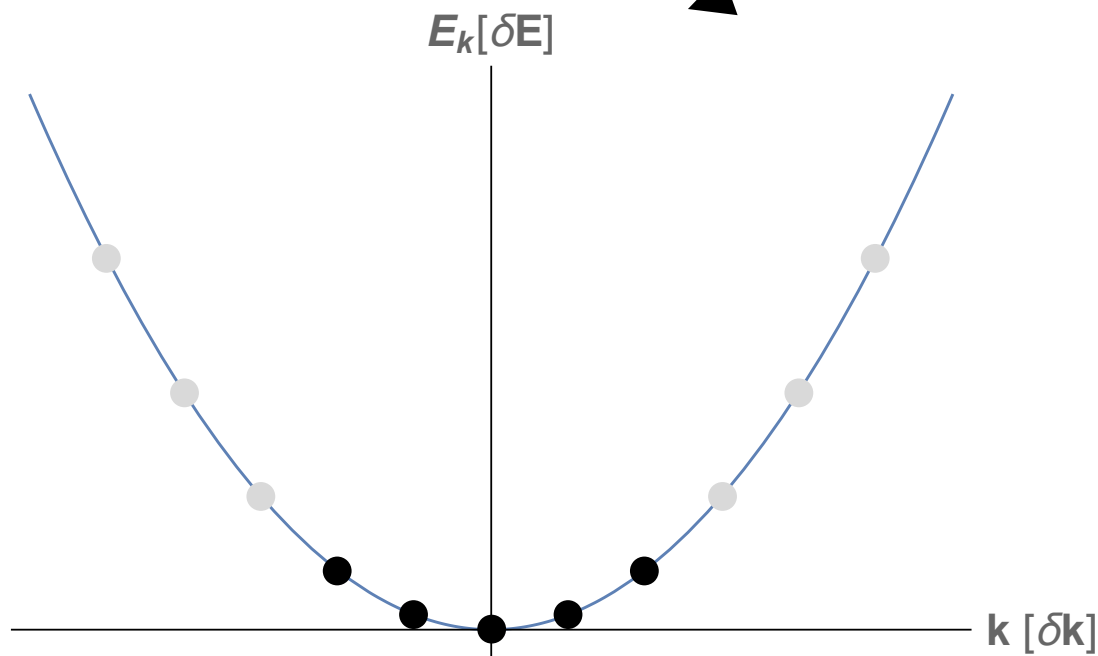
II. Elektronok kristályos szilárdtestekben



Sommerfeld-modell



szoroskötésű modell



... diszperziós reláció, áram, elektromos tulajdonságok

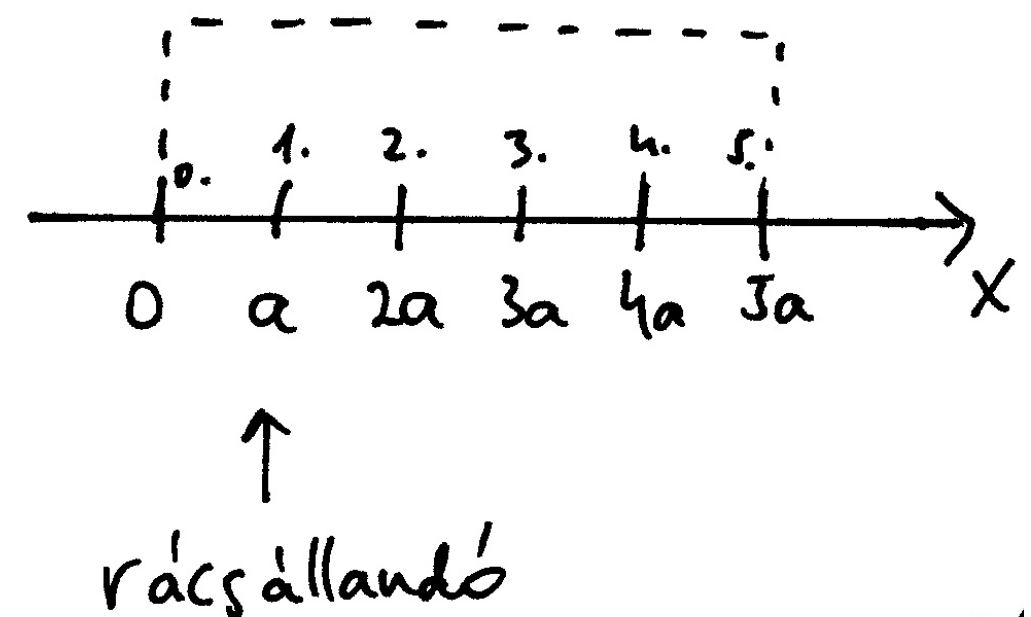
II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

II/D Elektronok az egyatomos láncban

Sommerfeld-modell: szabad elektronok

Egyatomos lánc szoroskötésű modellje

atomok száma: $N = 5$



(i) láncon (rács) ugráló elektronok

(ii) e-e-kölcsönhatást elhanyagoljuk

(iii) 1D kristály (de általánosítható)

(iv) egyfajta atomból áll a lánc

(v) minden atomon egy pályát veszünk figyelembe

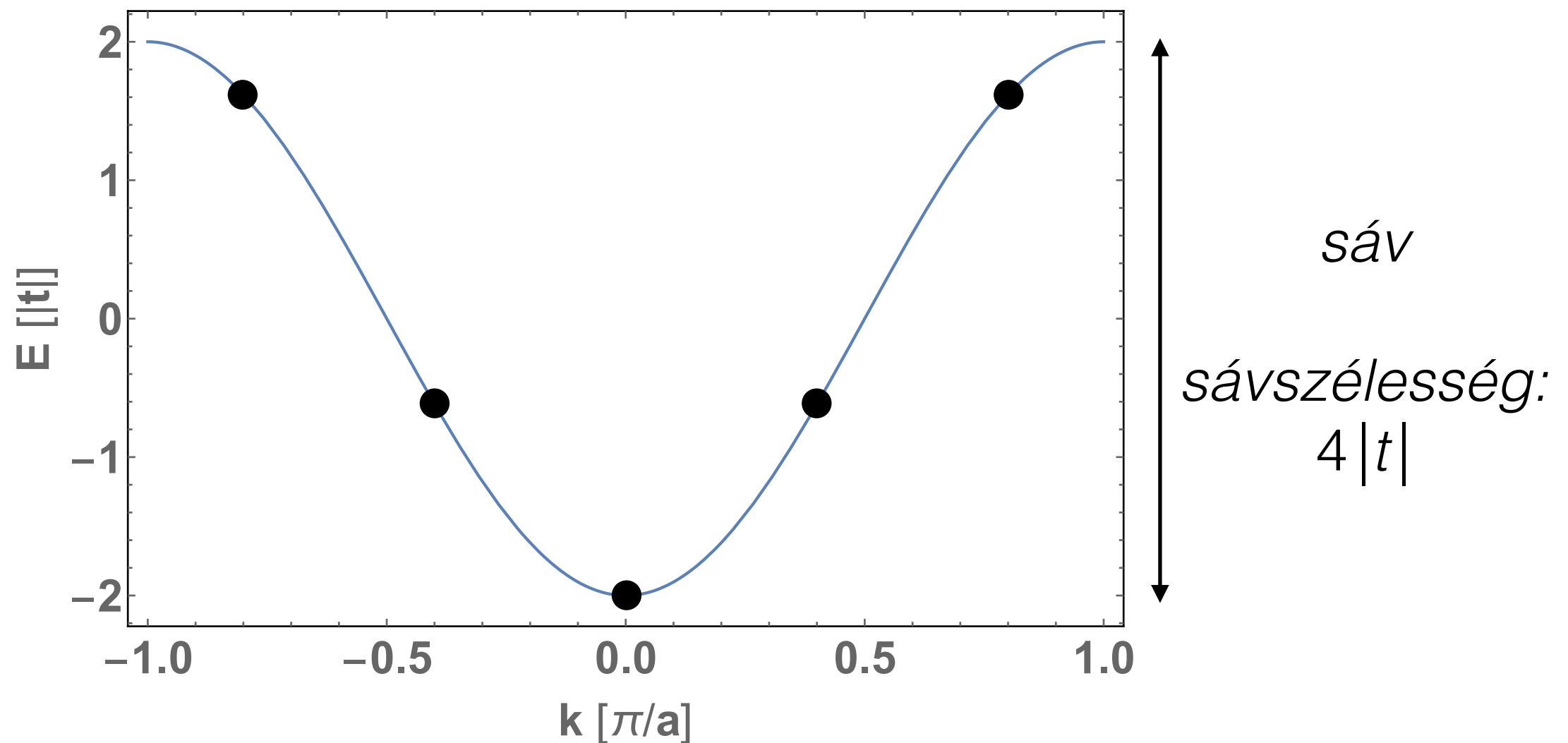
(vi) periodikus határfeltétel (pl.: 0. és 5. atom ugyanaz)

II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

II/D Elektronok az egyatomos láncban

Diszperziós reláció, példa: $t < 0$, $N = 5$

$$E_k = 2t \cos(ka)$$

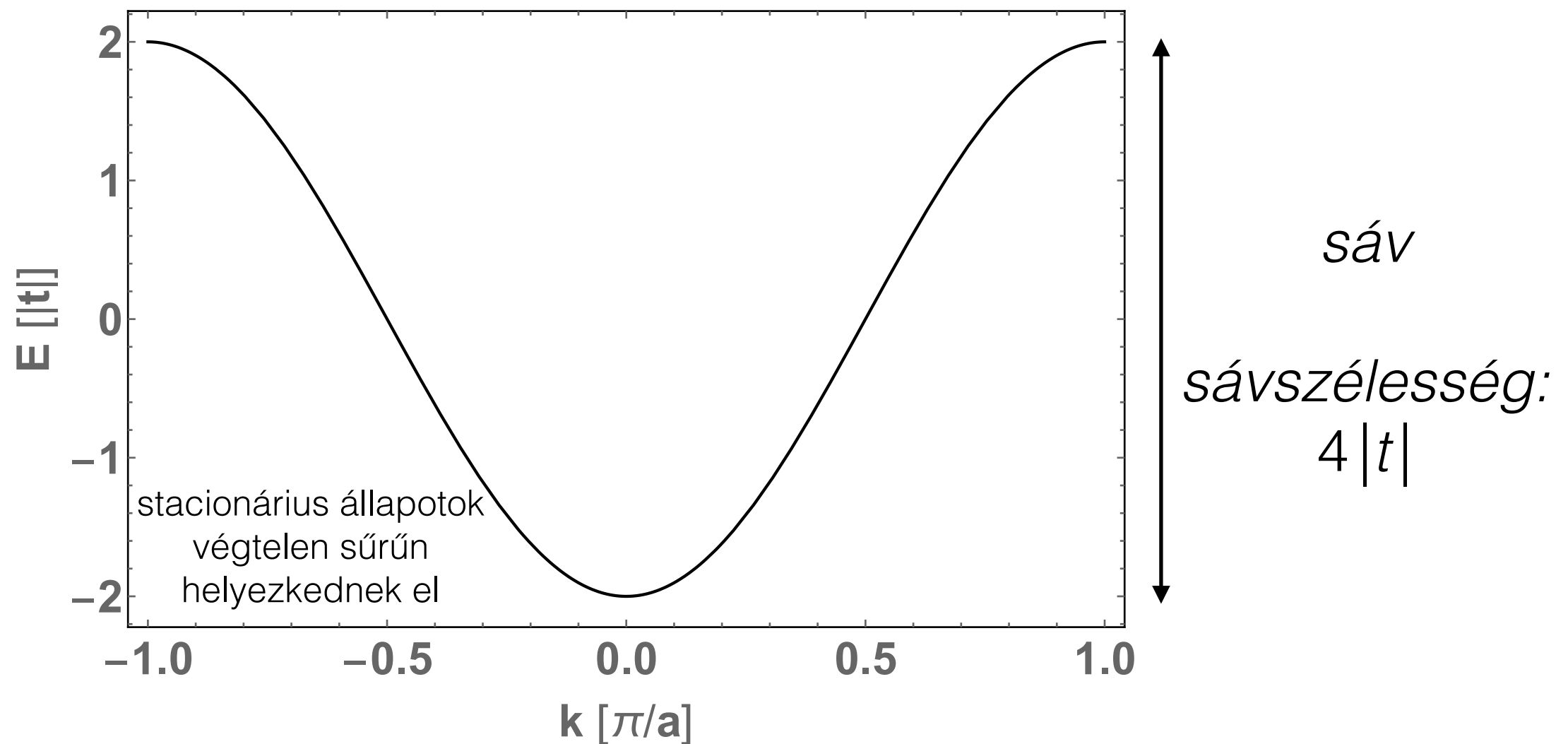


II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

II/D Elektronok az egyatomos láncban

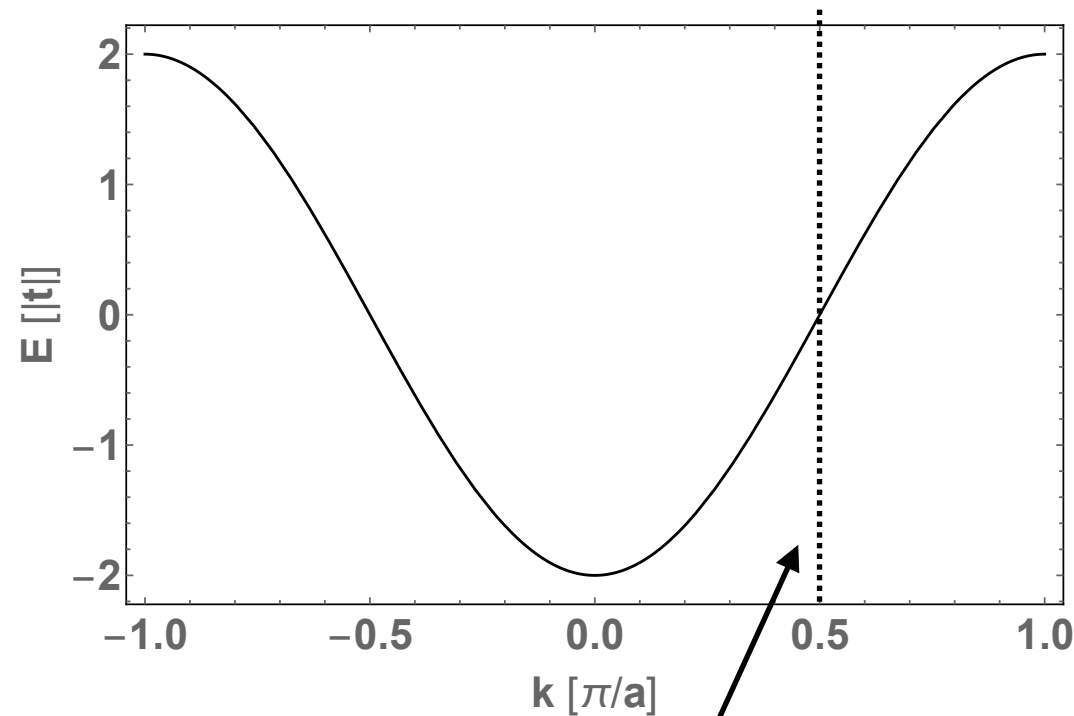
Diszperziós reláció, példa: $t < 0$, $N \rightarrow \infty$ (ekkor $\delta k = \frac{2\pi}{Na} \rightarrow 0$)

$$E_k = 2t \cos(ka)$$



II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

II/D Elektronok az egyatomos láncban

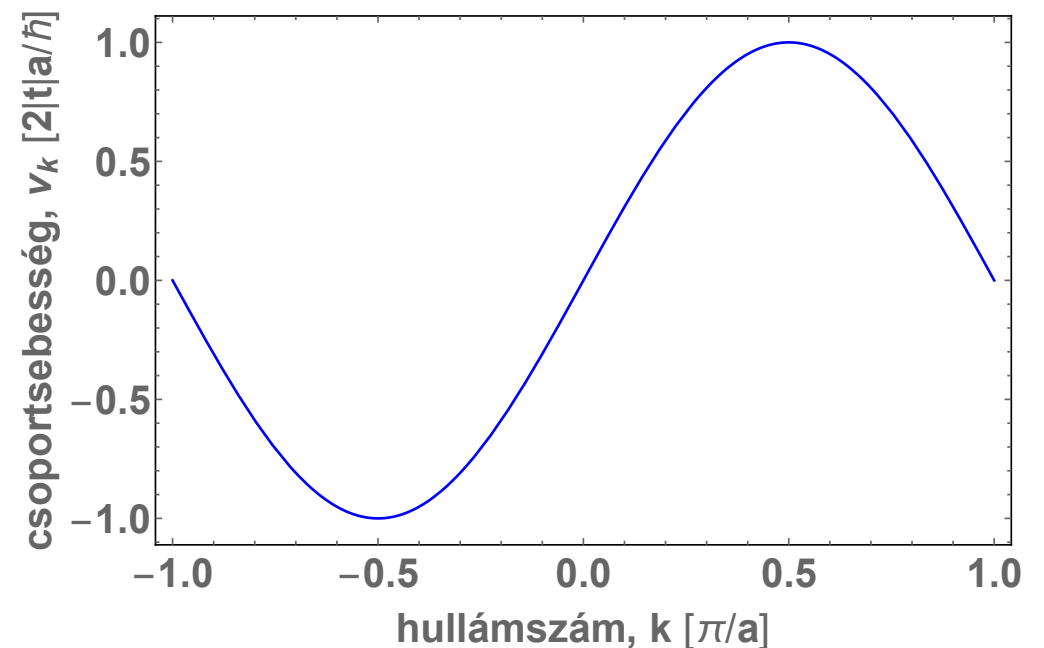


Feladat: Legyen $a = 2 \text{ \AA}$, $t = -1 \text{ eV}$. Mekkora a $k = \frac{\pi}{2a}$ hullámszámú elektron csoportsebessége?

Megoldás:

$$v_F = \frac{1}{\hbar} \frac{dE_k}{dk} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial}{\partial k} (2t \cos(ka)) = \frac{1}{\hbar} 2t [-\sin(ka)] a$$

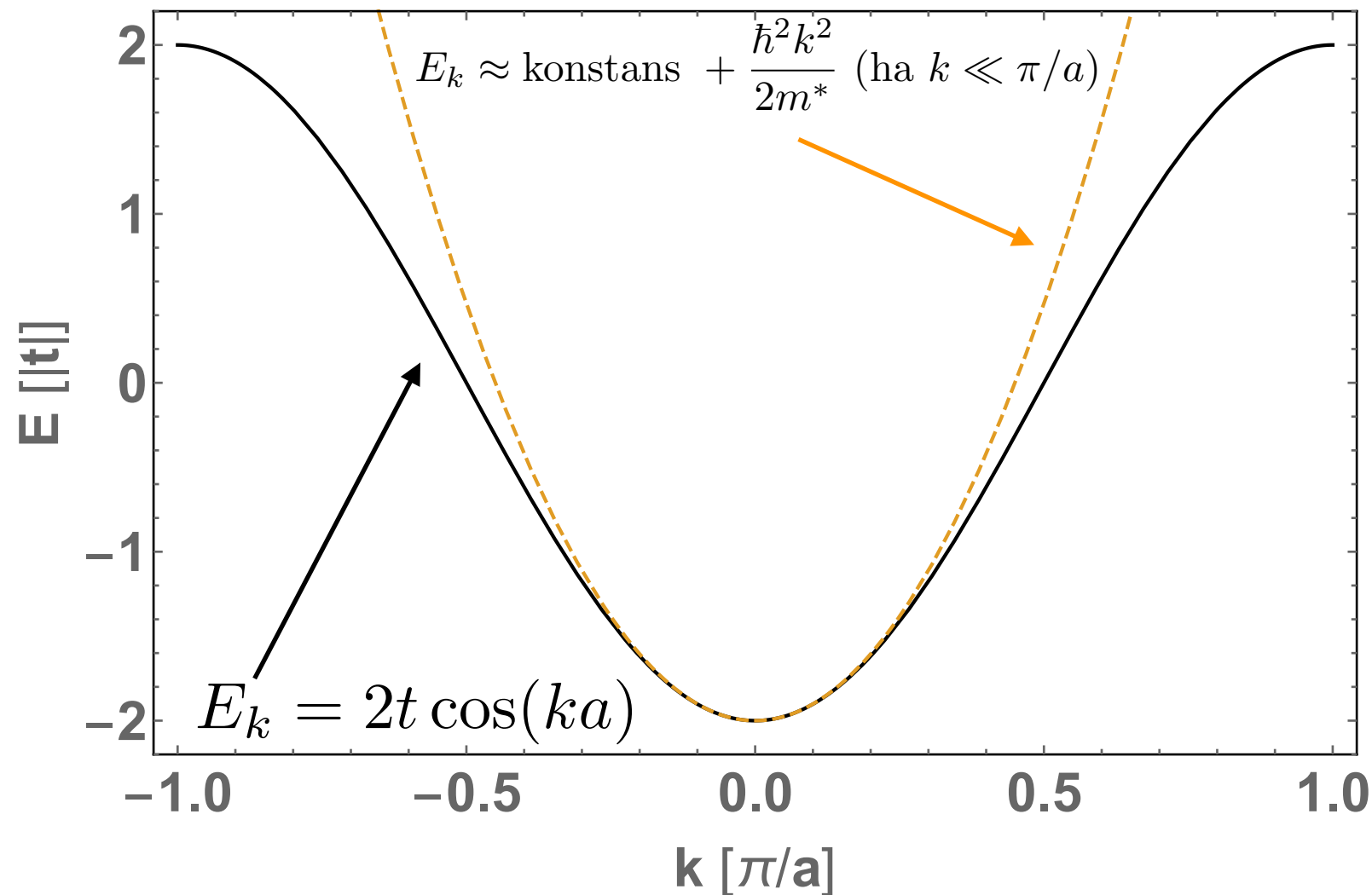
$$v \left(k = \frac{\pi}{2a} \right) = -\frac{2at}{\hbar} \approx 6.1 \times 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

II/D Elektronok az egyatomos láncban

Megjegyzés: Az egyatomos lánc modelljében $t < 0$ esetén a sáv alja parabolikus, mint a szabad elektronok diszperziós relációja.



Definíció: A sáv alját közelítő parabolikus diszperziós relációban szereplő tömeg dimenziójú mennyiség az *effektív tömeg*. Jelölése általában m^* vagy m_{eff} .

II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

II/D Elektronok az egyatomos láncban

Feladat: Mekkora effektív tömeg jellemzi a sáv alját az egyatomos lánc modelljében, ha $t < 0$? Fejezd ki az eredményt a rácsállandó, az alagutazási mátrixelem és univerzális állandók használatával.

Megoldás:

A cos függvény másodrendű Taylor-sora:
 $\cos(x) \approx 1 - \frac{1}{2}x^2$, ha $x \ll 1$

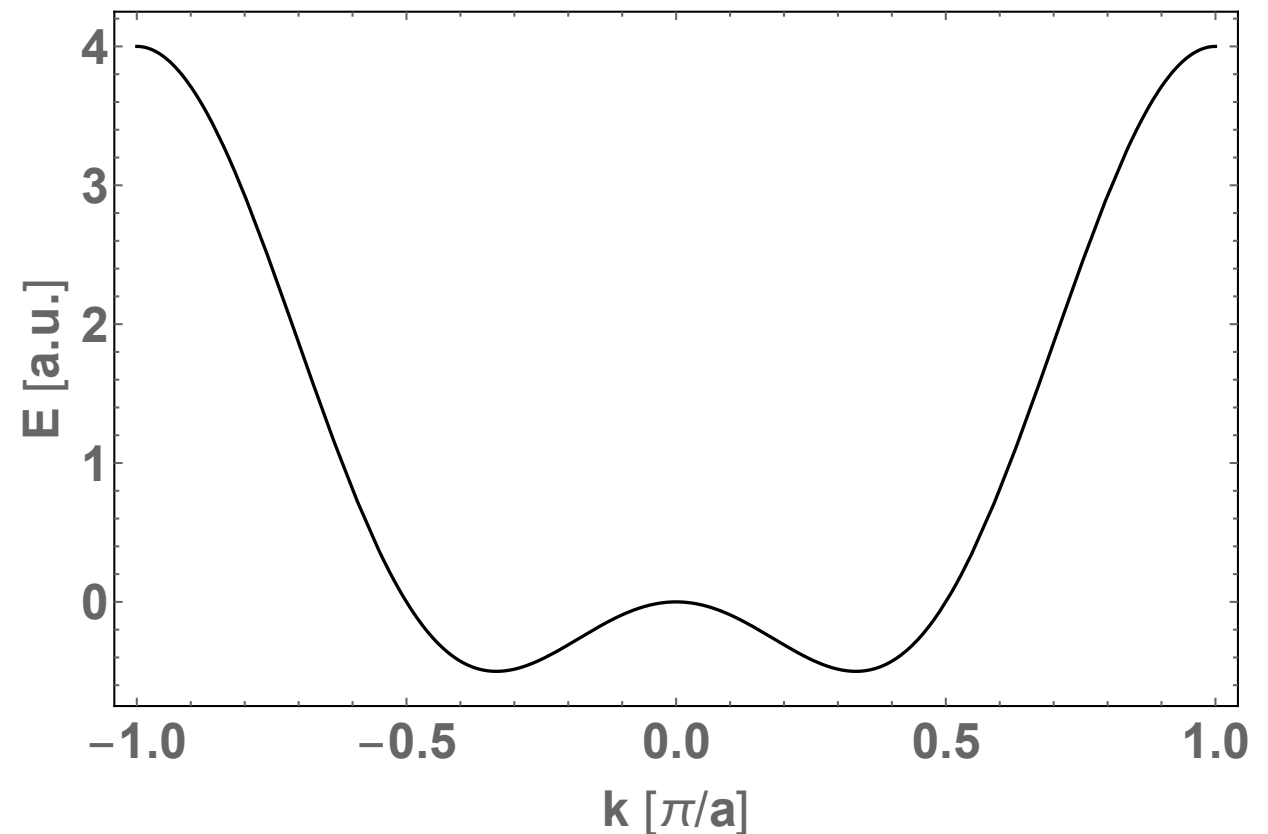
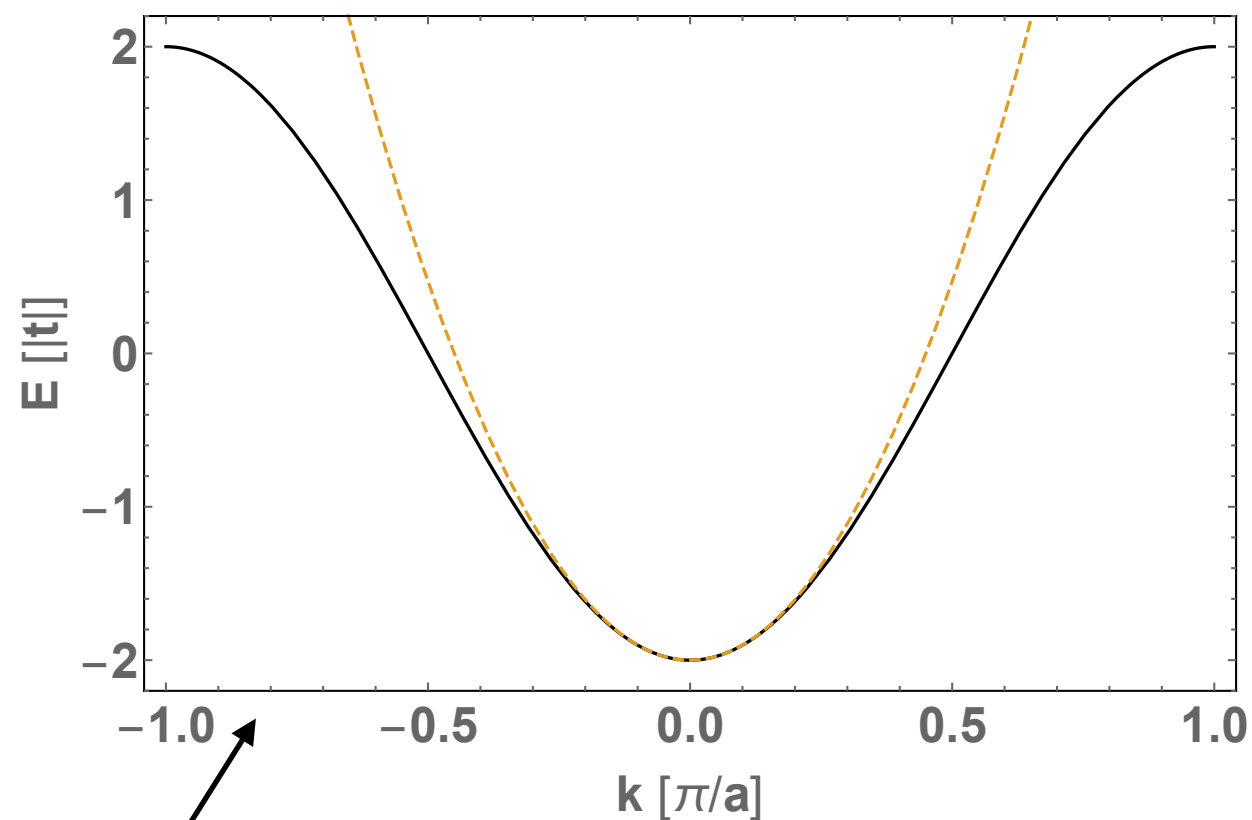
$$E_k = 2t \cos(ka) = -2|t| \cos(ka) \approx -2|t| + 2|t| \frac{1}{2} k^2 a^2 \equiv -2|t| + \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$$

$$\frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} = |t| a^2 k^2 \rightarrow m^* = \frac{\hbar^2}{2|t| a^2}$$

II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

II/D Elektronok az egyatomos láncban

Általánosítás: effektív tömeget egy adott sáv egy adott lokális extrémumához (lokális minimumához vagy lokális maximumához) tudunk rendelni. Minimumhoz (maximumhoz) rendelt effektív tömeg pozitív (negatív).



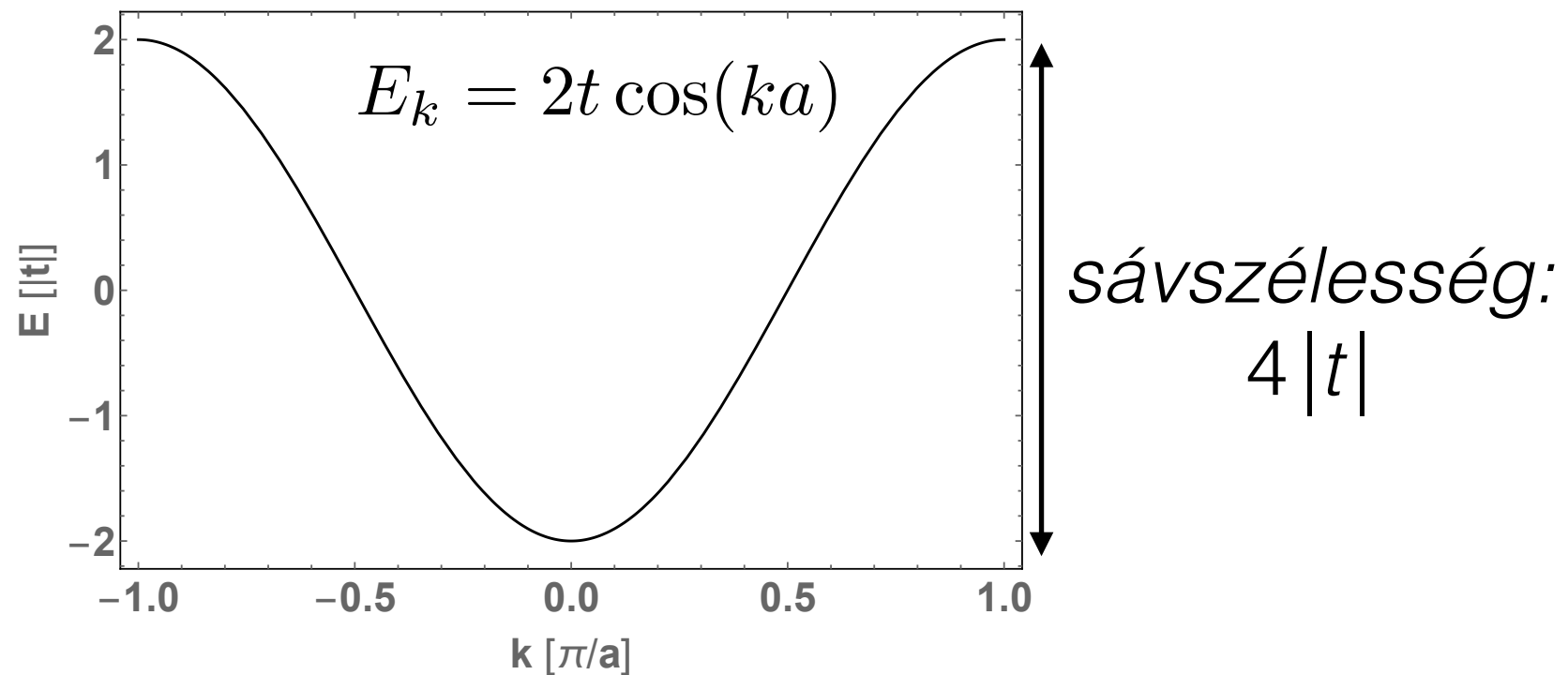
Feladat: Legyen $a = 2 \text{ \AA}$, $t = -1 \text{ eV}$. Ekkor $m^* = ?$

$$m^* = \frac{\hbar^2}{2|t|a^2} \approx 8.68 \times 10^{-31} \text{ kg} \approx 0.95 m_e$$

Következtetés: Ha egy elektron egy szilárdtestben egy sáv extrémuma közelében levő állapotot tölt be, akkor a mozgása hasonló, mint vákuumban.

II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

II/D Elektronok az egyatomos láncban



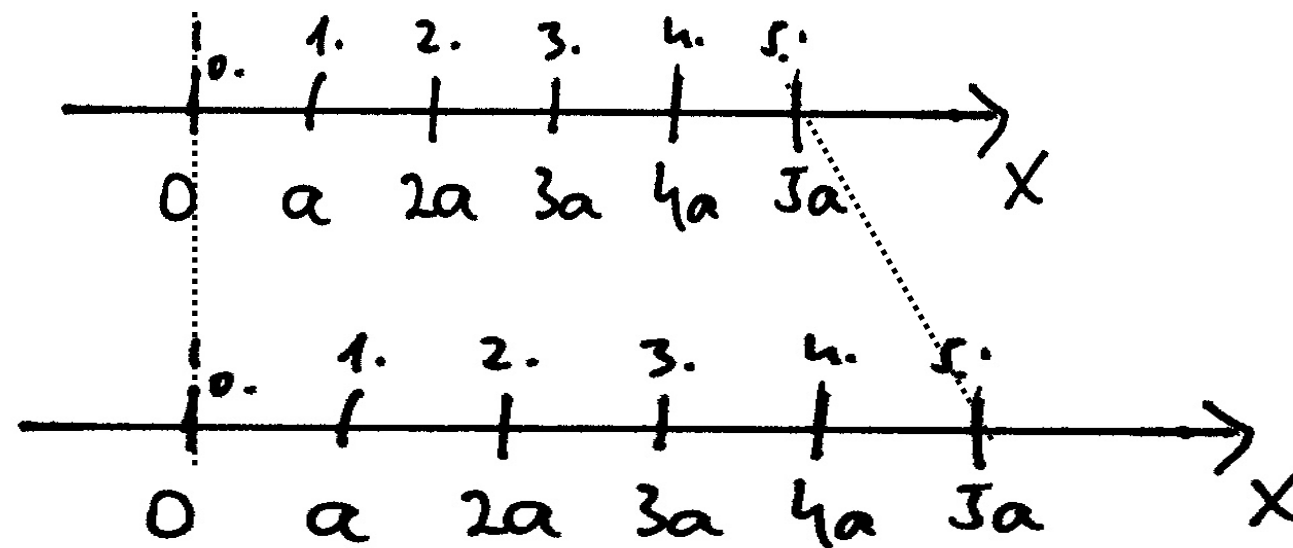
Kérdés: Ha az atomokat távolítjuk egymástól ($a \rightarrow \infty$), akkor mi történik a sávval?

Válasz: A sáv ellaposodik,
hiszen az alagutazási mátrixelem csökken, $t \rightarrow 0$,
ezért az N darab atom egymástól független
ezért N darab degenerált nívó alakul ki

II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

II/D Elektronok az egyatomos láncban

Kérdés: A láncot nyújtva, azaz a -t növelve, hogyan változik a sáv alját jellemző effektív tömeg?



Válasz: Attól függ.

$$m^* = \frac{\hbar^2}{2|t|a^2}$$

$|t|$ csökken, a nő, azaz m^* csökkenhet és nőhet is.

II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

II/D Elektronok az egyatomos láncban

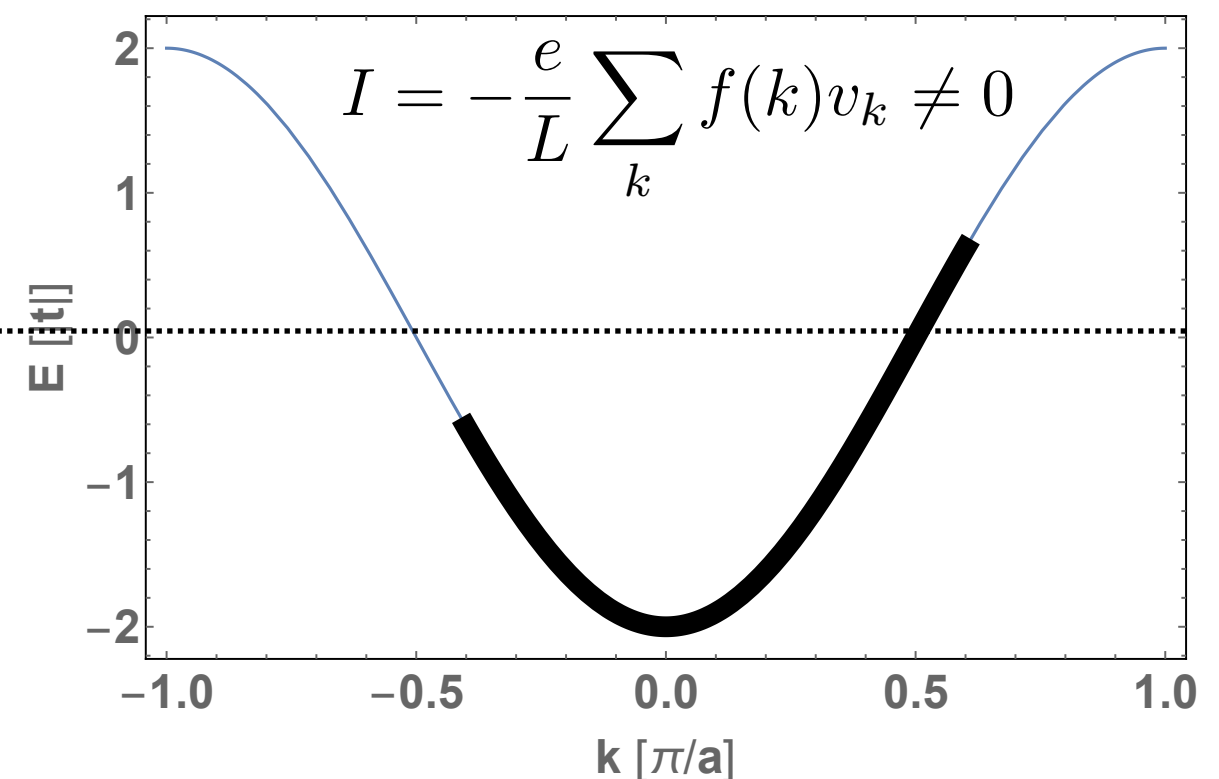
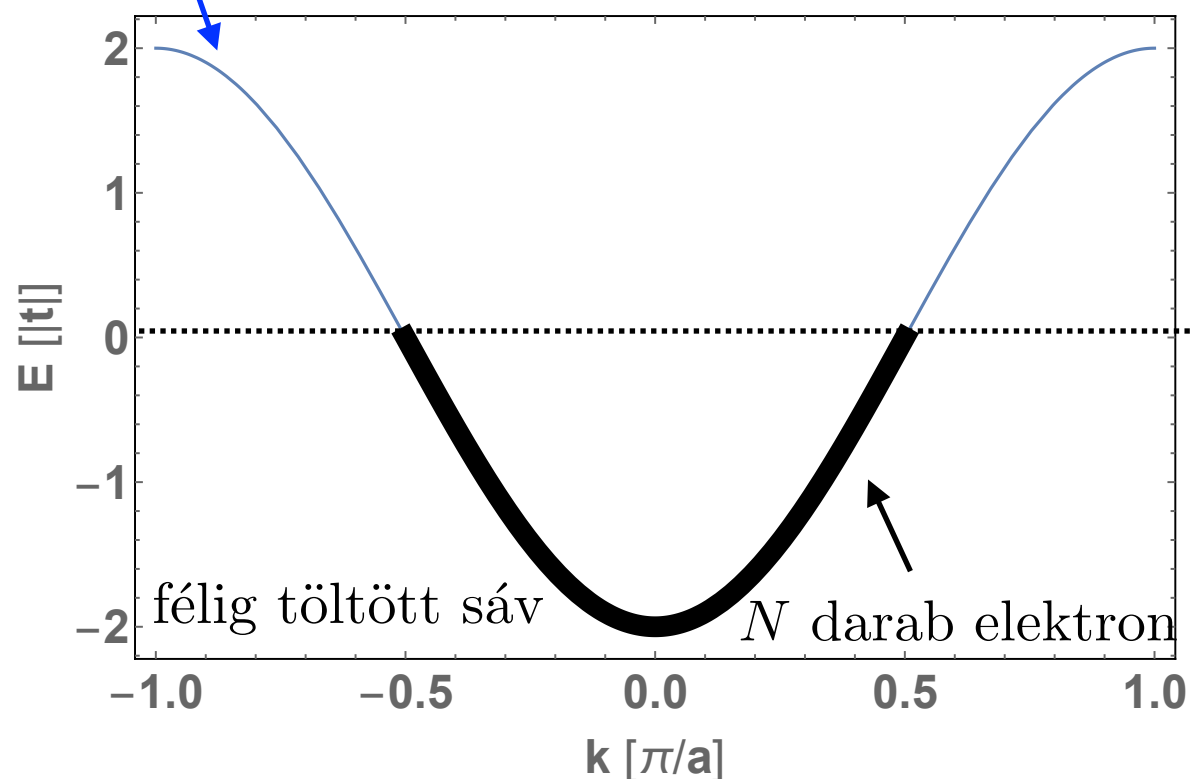
Kérdés:

Egyatomos lánc, $t = -1$ eV, $a = 2$ Å, $N_e = N$ (azaz 1 vezetési elektron per atom).
Fém vagy szigetelő?

Válasz: Fém.

$2N$ darab állapot (spinnel) = N betöltött állapot + N üres, betöltetlen állapot

Elektromos tér könnyen átrendezi a betöltést:



II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

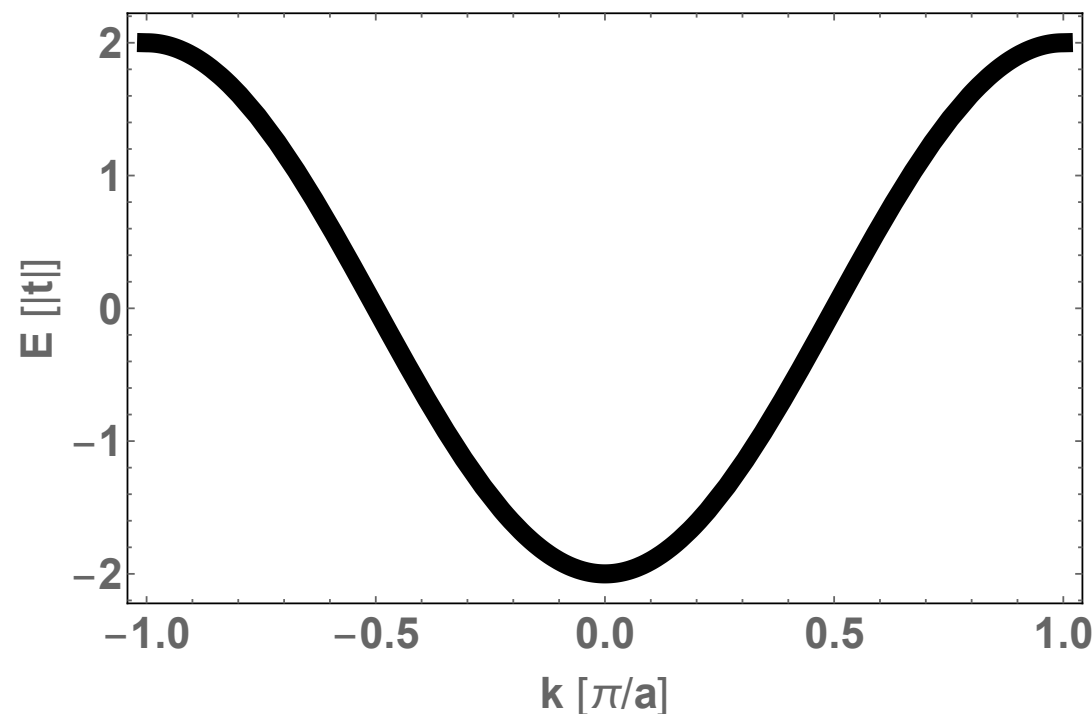
II/D Elektronok az egyatomos láncban

Kérdés:

Egyatomos lánc, $t = -1$ eV, $a = 2$ Å, $N_e = 2N$ (azaz 2 vezetési elektron per atom).
Fém vagy szigetelő?

Válasz: Szigetelő.

$2N$ állapot, $2N$ elektron $\rightarrow$ teljesen betöltött sáv



A sávban nincsenek üres állapotok.

Emiatt az elektromos tér nem tudja átrendezni a betöltést.

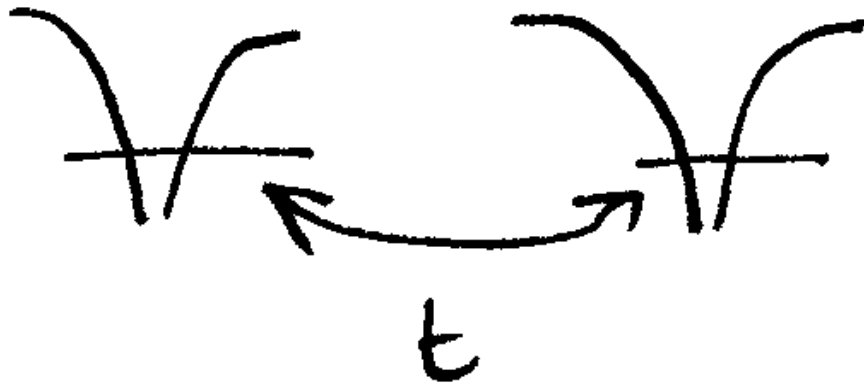
Ezért elektromos tér jelenlétében is $I = 0$, tehát az anyag szigetelő.

II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

II/E Félvezetők

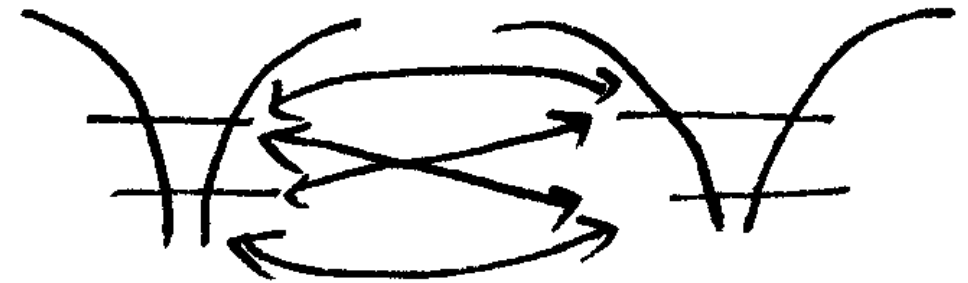
Egyatomos lánc modellje

eddig: 1 pálya / atom

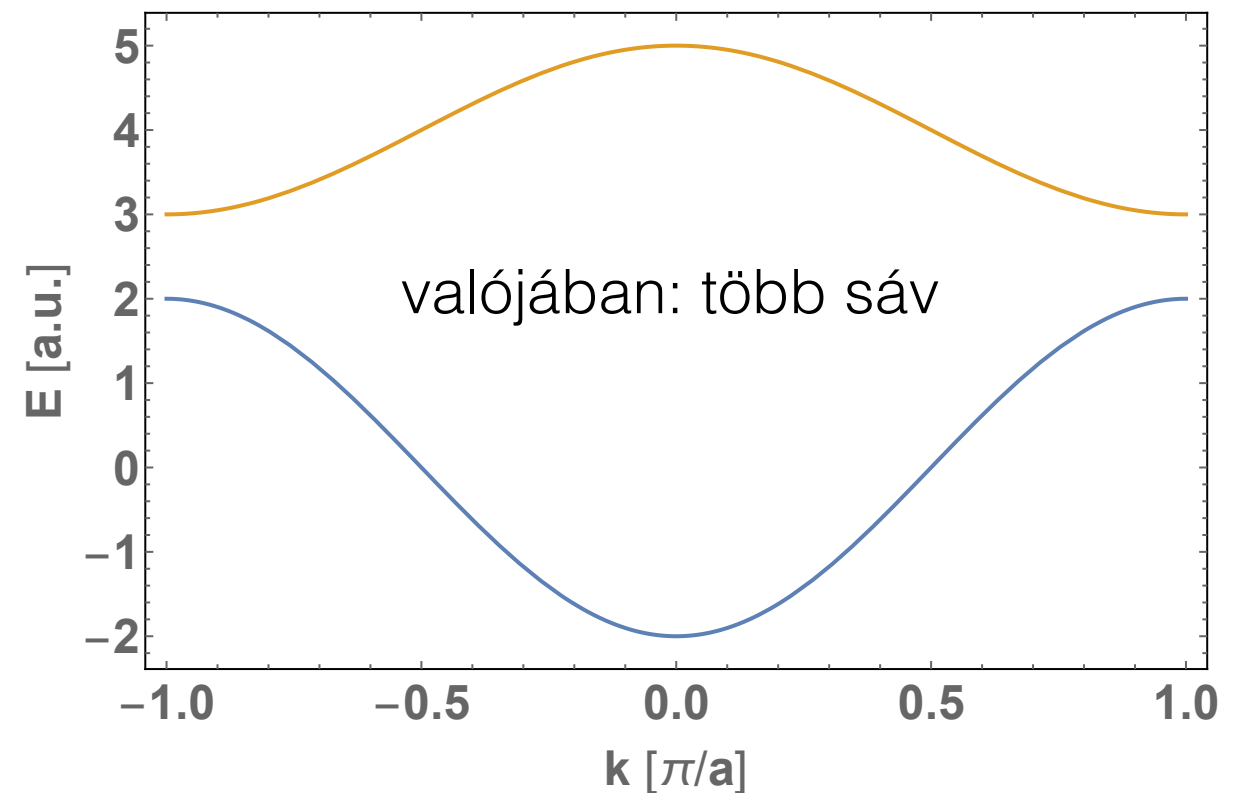
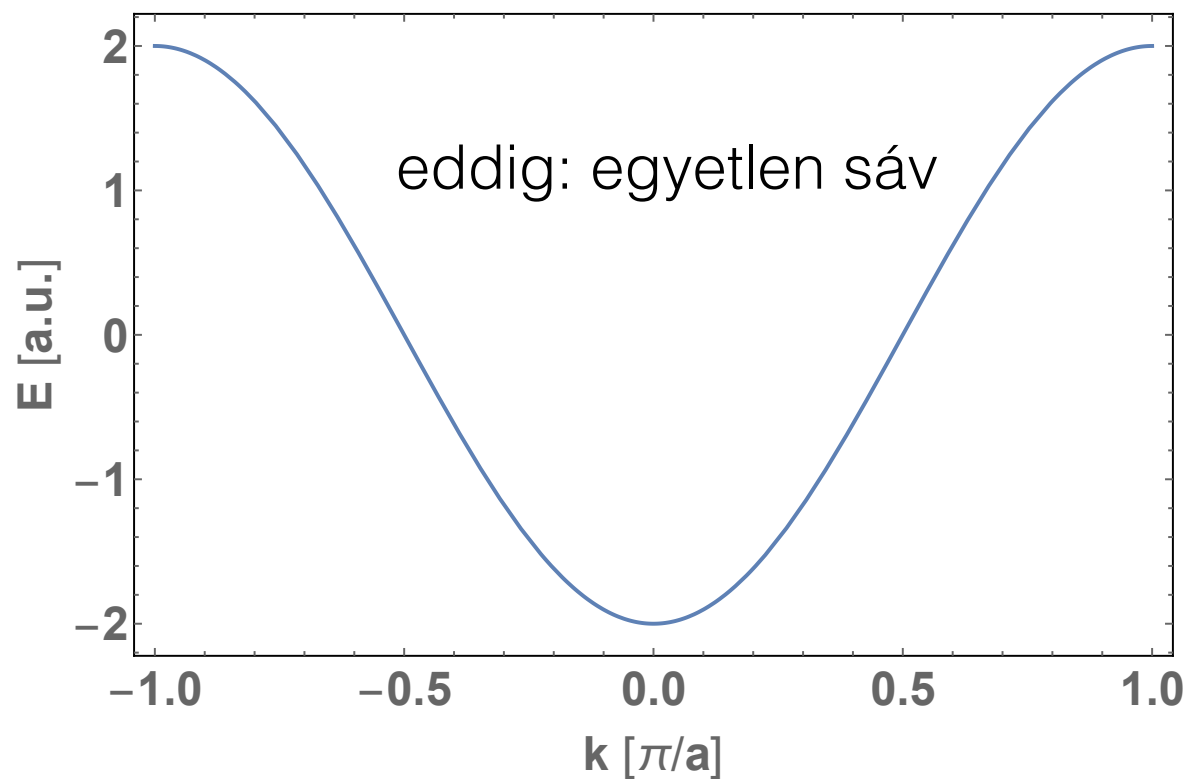


eddig: egyetlen alagutazási
mátrixelem (t)

valójában: több pálya / atom



valójában: több különböző
alagutazási mátrixelem

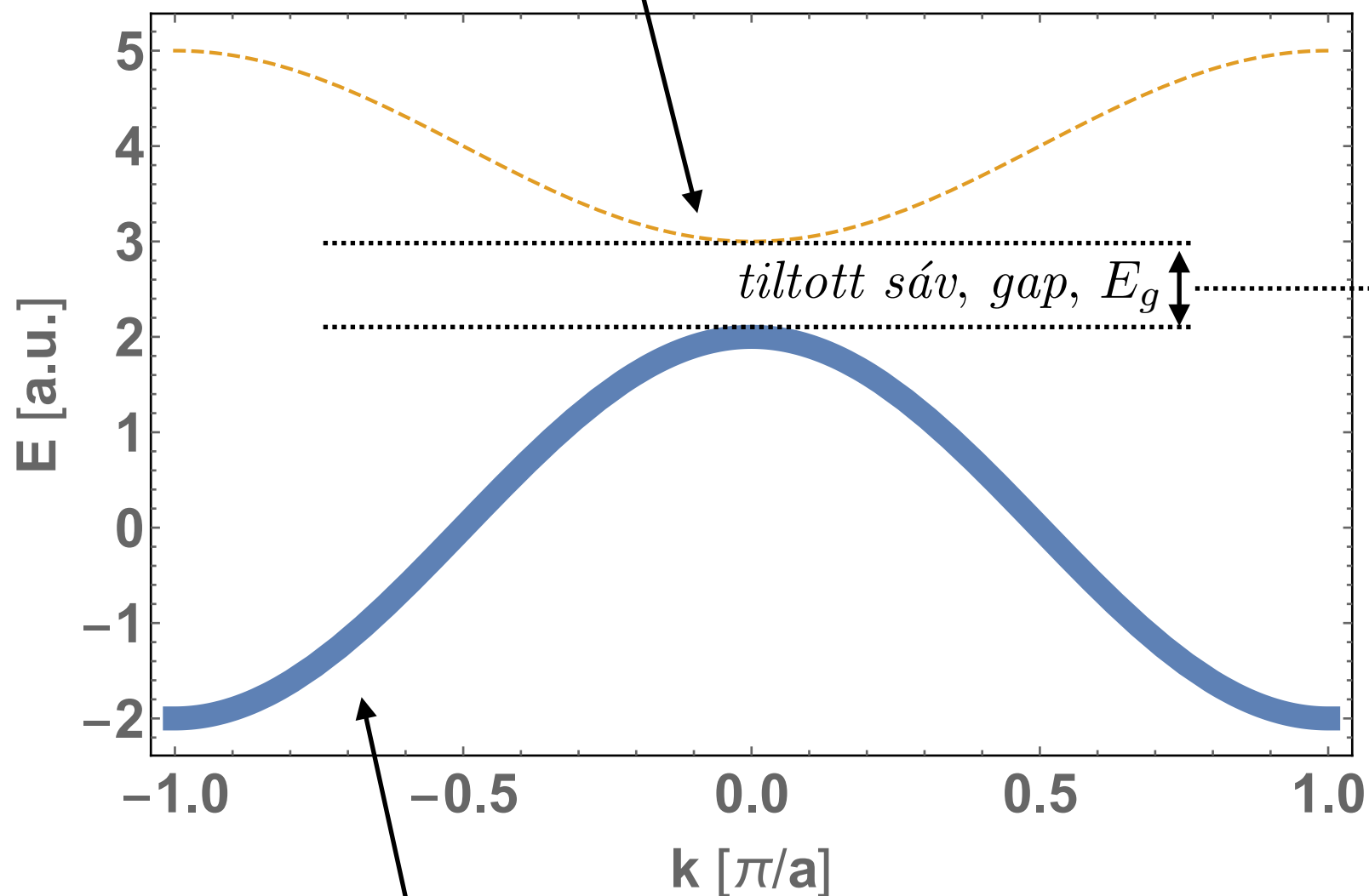


II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

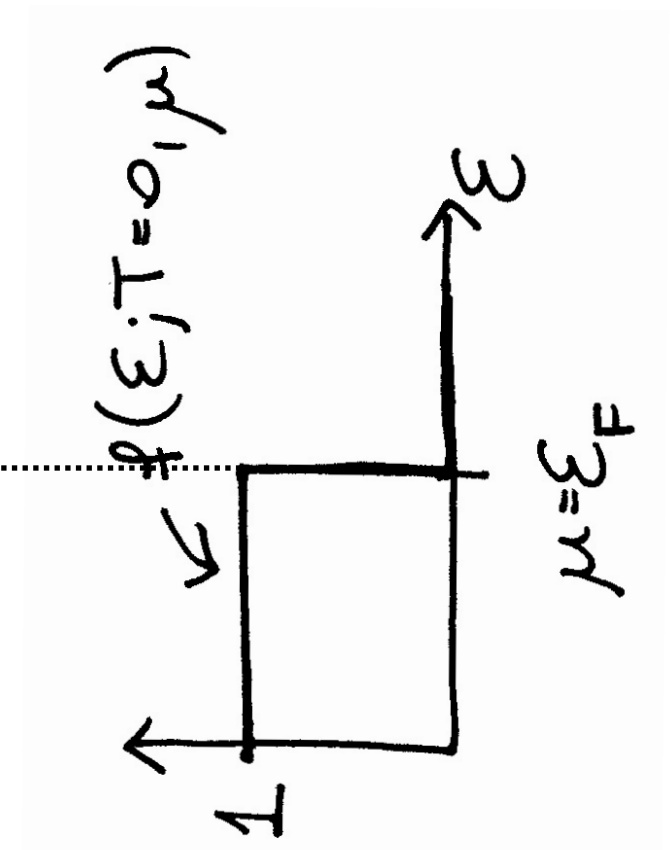
II/E Félvezetők

Sávok betöltöttsége félvezetőkben, $T = 0$ hőmérsékleten

$\varepsilon_c(k)$: *vezetési sáv*, teljesen üres



$\varepsilon_v(k)$: *vegyértéksáv*, teljesen betöltött



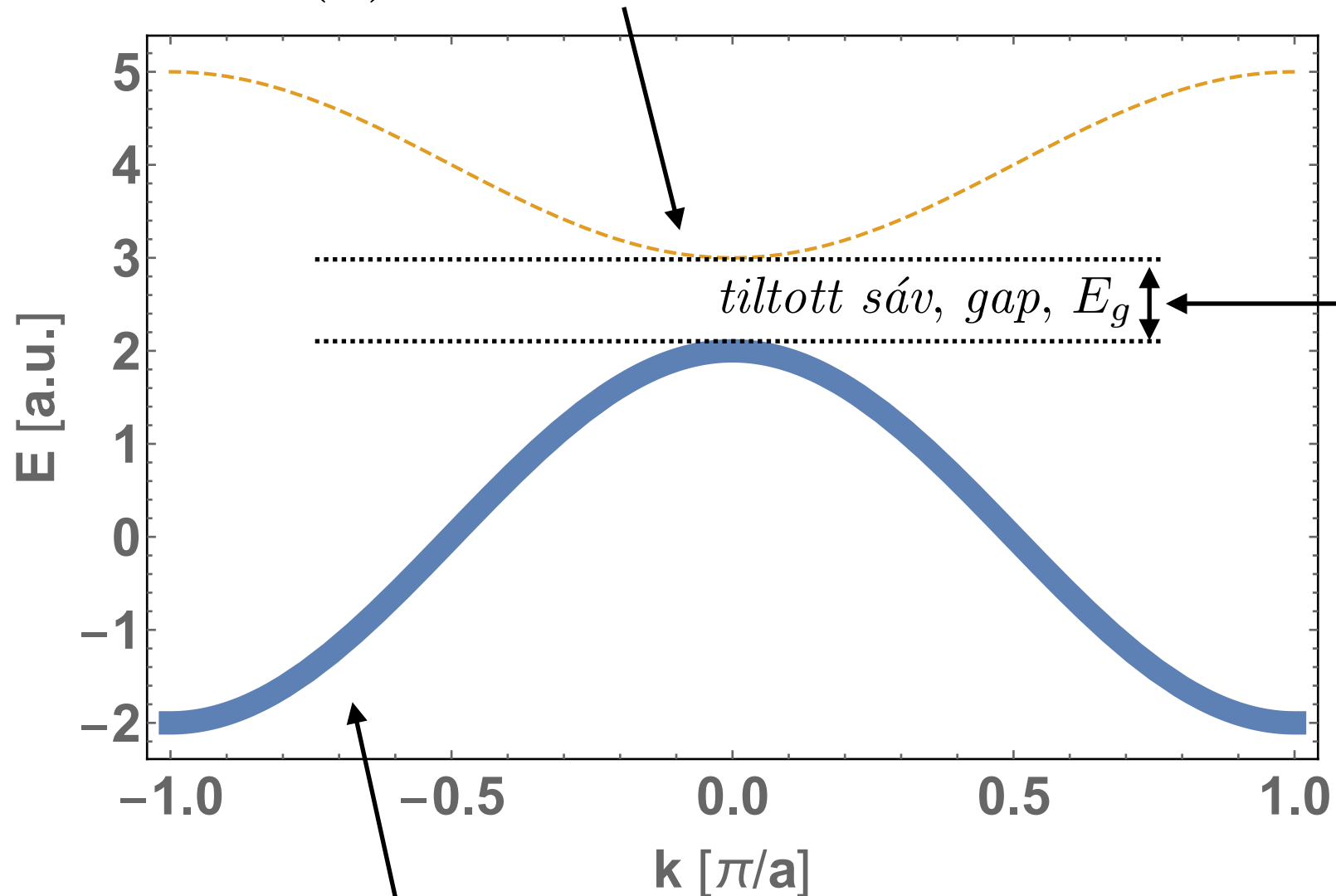
betöltési függvény
(Fermi-Dirac)

II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

II/E Félvezetők

Sávok betöltöttsége félvezetőkben, $T = 0$ hőmérsékleten

$\varepsilon_c(k)$: *vezetési sáv*, teljesen üres



tiltott sáv, gap, E_g

anyag	gap
-------	-----

Si	1.1 eV
----	--------

C	5.5 eV
---	--------

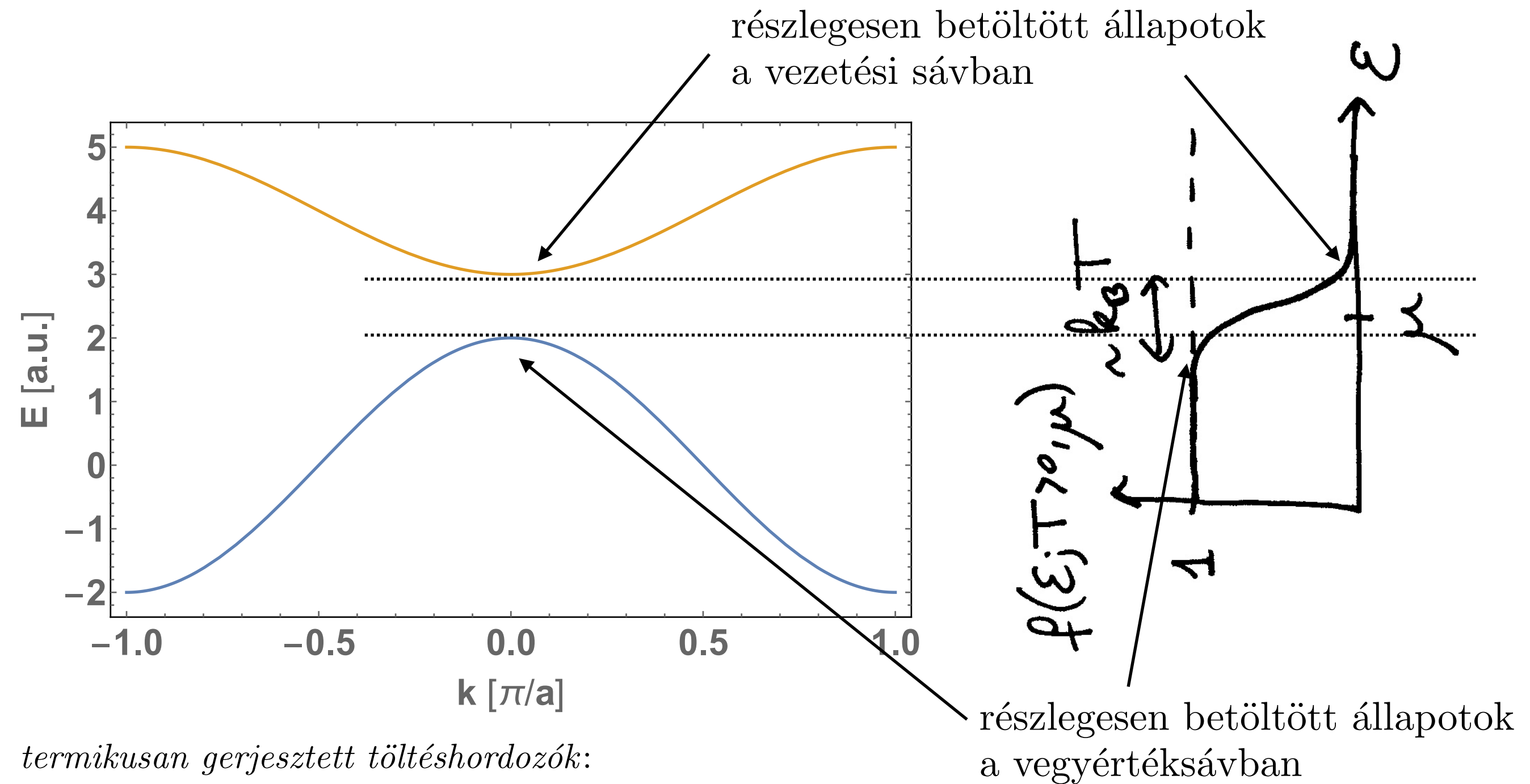
GaAs	1.43 eV
------	---------

$\varepsilon_v(k)$: *vegyértéksáv*, teljesen betöltött

II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

II/E Félvezetők

Sávok betöltöttsége félvezetőkben, véges $T > 0$ hőmérsékleten



termikusan gerjesztett töltéshordozók:
elektronok a vezetési sávban
hiányzó elektronok (*lyukak*) a vegyértéksávban

II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

II/E Félvezetők

Tiszta félvezető kémiai potenciálja

Kérdés: $\varepsilon_c(k)$, $\varepsilon_v(k)$, T adott. $\mu = ?$

Válasz: A vezetési sávba gerjesztődő elektronok a vegyértéksávból származnak:

$$\sum_k f(\varepsilon_c(k), T, \mu) = \sum_k [1 - f(\varepsilon_v(k), T, \mu)]$$

Ebből μ megkapható.

