

Modern Fizika Gépészmérnököknek / Fizika M1

BME, gépészmérnök mesterszak, 2019. őszi félév (v13)

Pályi András
Elméleti Fizika Tanszék, BME
(Dated: December 7, 2019)

Ebben a fájlban az előadás menetrendjét követve gyűjtöm össze az egyes témakörökhöz kapcsolódó gyakorló feladatokat. A fájl hétről-hétre frissülni fog az adott hét feladataival. A zárthelyiken ehhez hasonló feladatok várhatók, feleletválasztós változatban.

(F-0/1) Nagyon ritkán, de előfordul, hogy egy gépészhallgató készülés és tudás nélkül megy el a zárthelyire. A zárthelyin feleletválasztós tesztet kap, 20 kérdéssel, és minden kérdésre 4 lehetséges válaszlehetőség közül kell kiválasztania az egyetlen helyes választ. 7 helyes válasz még elégtelen, 8 helyes válasz már elégségest ér, azaz 40%-tól eredményes a zárthelyi. Csupán véletlenül tippelgetve mekkora a valószínűsége, hogy eredményes lesz a zárthelyije?

TERV: TÉMÁK, MENETREND

- **Elektronok atomokban.** Klasszikus mechanika alapjai. Klasszikus atommodell. A kvantummechanika alapjai. Elektronállapotok a hidrogénatomban. A periódusos rendszer. (1.-3. előadás)
- **Elektronok kristályos szilárdtestekben.** A Sommerfeld-modell. A szoroskötésű modell. Elektronok sáv szerkezete. Szigetelők, félvezetők, fémek. Elektromos vezetés. (4.-6. előadás, 8. előadás)
- 1. zárthelyi (7. előadás)
- **Válogatott fejezetek.** Elektromechanika, mikromechanika, és mikroelektromechanika. Lézerek. Ferrofluidumok. (8.-12. előadás)
- 2. zárthelyi (13. előadás)

I. ELEKTRONOK ATOMOKBAN

A. Az atomok abszorpciós színe vonalas szerkezetet mutat

(F-I/1) Mik a jellemzői (k hullámszám, ω körfrekvencia, f frekvencia, T periódusidő) a $\lambda = 540$ nm hullámhosszú zöld fénynek?

(F-I/2) A két elektronvoltos energiakvantummal rendelkező elektromágneses sugárzásnak mennyi a hullámhossza és a frekvenciája?

B. Klasszikus mechanika: állapotjelzők, fizikai mennyiségek, mozgásegyenlet

(F-I/3) Egy méter magasból elengedünk egy egykilós testet. Mennyi idő múlva ér földet? Mekkora sebességgel csapódik be?

(F-I/4) Az előző feladatban leírt jelenség esetén melyek a rendszer állapotjelzői? Ezek milyen függvények, azaz honnan hova képeznek? Melyek a rendszer paraméterei?

(F-I/5) Írd fel a fenti rendszer mozgásegyenleteit $\dot{x}(t) = \dots$, $\dot{v}(t) = \dots$ alakban. Add meg a kezdeti feltételeket is. Legyen a koordináta-rendszer origója a földfelszínen, és az x tengely legyen felfelé irányítva. Add meg a test teljes energiáját (mozgási energia és helyzeti energia) leíró formulát (a) a hely $x(t)$ és a sebesség $v(t)$ függvényeként, (b) a hely $x(t)$ és az impulzus $p(t) = mv(t)$ függvényeként. Itt m a test tömegét jelöli.

(F-I/6) Tekintsünk egy adott m tömegű, egydimenziós mozgást végző tömegpontot. A t időpontban $x(t)$ a helykoordinátája, $v(t)$ a sebessége, és $F(t)$ erő hat rá. Add meg a tömegpont helykoordinátáját és sebességét infinitezimálisan rövid Δt idő múlva: $x(t + \Delta t) = ?$, $v(t + \Delta t) = ?$

(F-I/7) Egy k rugóállandójú rugóra rögzített m tömegű testet $F(t) = F_0 \sin(2\pi ft)$ erővel gerjesztünk. Írd fel a mozgásegyenleteket, $\dot{x}(t) = \dots$, $\dot{v}(t) = \dots$ alakban.

C. Kvantummechanika: állapotjelzők, fizikai mennyiségek, mozgásegyenlet

(F-I/8) Egy dimenzióban mozgó elektron dinamikáját szeretnénk leírni a kvantummechanika eszközeivel. Az elektron pillanatnyi hullámfüggvénye honnan hova képez? Mi a dimenziója (mértékegysége) az argumentumainak és az értékének? Az elektron állapotának időfüggését leíró hullámfüggvény honnan hova képez?

(F-I/9) Egy elektron egy proton közelében tartózkodik a háromdimenziós térben. Az elektron dinamikáját szeretnénk kvantummechanikailag leírni. Mi az állapotjelző a kvantummechanikai leírásban? Milyen függvény, azaz honnan hova képez? Mik a fizikai mennyiségek? Milyen függvények, honnan hova képeznek?

(F-I/10) Milyen operátorok ábrázolják a három helykoordinátát és a három impulzuskordinátát a kvantummechanikai leírásban?

(F-I/11) Egy egy dimenzióban mozgó elektront írunk le kvantummechanikailag. Egy adott pillanatban ismerjük az elektront leíró $\psi(x)$ hullámfüggvényt. Hogyan fejezhető ki a hely (azaz az x koordináta) várhatóértéke a hullámfüggvény segítségével?

(F-I/12) Legyen $\chi_{[a,b]}(x)$ az $[a,b]$ intervallum karakterisztikus függvénye, azaz az a függvény aminek értéke 1 ha $x \in [a,b]$, és 0 egyébként. Legyen $\psi_1(x) = N_1 \chi_{[0,a]}(x)$. Mekkora kell választani N_1 -et, hogy ψ_1 normált legyen? Rajzold fel a normált hullámfüggvényt a hely függvényeként, jelölve a nevezetes tengelymetszeteket is. Rajzold fel az elektron $|\psi(x)|^2$ megtalálási valószínűségét a hely függvényeként, jelölve a nevezetes tengelymetszeteket is.

(F-I/13) Legyen $\psi_2(x) = \frac{i}{\sqrt{2a}} \chi_{[0,2a]}$. Számold ki ψ_1 és ψ_2 skalárszorzatát: $\langle \psi_1 | \psi_2 \rangle = ?$

(F-I/14) Egy dimenzióban mozgó elektron hullámfüggvénye egy adott pillanatban

$$\psi(x) = \begin{cases} N \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right), & \text{ha } 0 < x < L, \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases} \quad (1)$$

Normált-e a ψ hullámfüggvény, ha $N = 1$? Hogyan válasszuk N -t, hogy ψ normált legyen? Rajzold fel a normált hullámfüggvényt. Rajzold fel az elektron $|\psi(x)|^2$ megtalálási valószínűségét a pozíció függvényeként.

(F-I/15) Egy dimenzióban mozgó elektron hullámfüggvénye egy adott pillanatban

$$\psi(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right), & \text{ha } 0 < x < L, \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases} \quad (2)$$

Ebben az állapotban mekkora a valószínűsége annak, hogy az elektront a $[0, L/4]$ szakaszon találjuk?

(F-I/16) Az előző ψ hullámfüggvénnyel jellemzett állapotban mennyi a pozíció várhatóértéke? Mennyi az impulzus várhatóértéke?

(F-I/17) Egy dimenzióban mozgó elektron dinamikáját szeretnénk leírni a klasszikus mechanika eszközeivel. Az elektron helyzeti energiájának helyfüggése $V(x) = -V_0 e^{-\frac{x^2}{2a^2}}$ alakú. Add meg az elektron teljes energiáját a sebessége (v) és a pozíciója (x) függvényeként. Fejezd ki ezt a teljes energiát az impulzusa (p) és a pozíciója függvényeként.

(F-I/18) Írd fel az előző példában szereplő elektron időfüggő Schrödinger-egyenletét. Milyen differenciálegyenlet ez? Közönséges vagy parciális? Melyik változóban hányadrendű? Lineáris vagy nemlineáris?

(F-I/19) Három dimenzióban mozgó elektron dinamikáját szeretnénk leírni a kvantummechanika eszköztárával. Az elektron hullámfüggvénye honnan hova képez? Mi a dimenziója (mértékegysége) az argumentumainak és az értékének?

D. Hullámfüggvény és részecske-áramsűrűség

(F-I/20) Egy dimenzióban mozgó elektron esetén mi a részecske-áramsűrűség dimenziója?

(F-I/21) Egy dimenzióban mozgó elektron hullámfüggvénye $\psi(x) = \frac{1}{\pi^{1/4} \sqrt{a}} e^{-x^2/(2a^2)} e^{ikx}$. Számold ki és ábrázold a hfv valós részét, képzetes részét, és a részecske-áramsűrűséget, az $x \in [-3 \text{ nm}, 3 \text{ nm}]$ intervallumban, ha (a) $a = 1 \text{ nm}$ és $k = 5 \text{ nm}^{-1}$, (b) $a = 1 \text{ nm}$ és $k = 10 \text{ nm}^{-1}$.

E. Stacionárius állapotok a kvantummechanikában

(F-I/22) A három Pauli-mátrix:

$$\hat{\sigma}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

Határozd meg mindhárom Pauli-mátrix sajátértékeit és sajátvektorait.

(F-I/23) Vizsgáljunk egy egydimenzióban mozgó elektront. Legyen a pillanatnyi hullámfüggvénye egy Gauss-hullámcsomag, azaz $\psi(x) = \frac{1}{\pi^{1/4}\sqrt{a}} e^{-\frac{x^2}{2a^2}}$. Sajátfüggvénye ez a hullámfüggvény az $\hat{x}$ helyoperátornak? Sajátfüggvénye ez a hullámfüggvény a $\hat{p} = \frac{\hbar}{i}\partial_x$ impulzusoperátornak?

(F-I/24) Milyen hullámhosszú, frekvenciájú, és energiakvantumú elektromágneses sugárzás kell ahhoz, hogy az oszcillátor-potenciálba zárt elektront az alapállapotából az első gerjesztett állapotába felgerjesszük, ha az elektron zérusponti kitérése $L = 1 \text{ nm}$?

F. A klasszikus Rutherford-modell nem magyarázza az atomok vonalas színekét

(F-I/25) Egy elektron a hidrogénatom klasszikus Rutherford-modelljének megfelelően körpályán mozog egy rögzítettnek tekintett proton körül. Tegyük fel, hogy a mozgás az xy síkban történik, és a pálya sugara $R = 0.2 \text{ Å}$. Mekkora az elektron sebessége m/s egységekben? Hányadrésze ez a fénysebességnek? Mekkora és milyen irányú az elektron $\mathbf{L}$ perdülete (pontosabban perdület-vektora) SI egységekben, illetve $\hbar$ egységekben? Mekkora az elektron mozgási energiája elektronvoltban kifejezve? Mekkora az elektron helyzeti energiája elektronvoltban kifejezve?

(F-I/26) Tekintsük az előző feladatban vizsgált egyenletes körmozgást. Hogyan függ az elektron teljes energiája az $L = |\mathbf{L}|$ perdületétől?

G. A félklasszikus Bohr-modell megmagyarázza a vonalas színekét

(F-I/27) A félklasszikus Bohr-modell szerint milyen frekvenciájú és hullámhosszú elektromágneses sugárzást bocsát ki a hidrogénatom elektronja, amikor az első gerjesztett állapotból az alapállapotba relaxál?

H. A hidrogénatom energiaspektruma és energiasajátállapotai

(F-I/28) Egy dimenzióban mozgó elektron dinamikáját szeretnénk leírni a klasszikus mechanika eszközeivel. Az elektron helyzeti energiájának helyfüggése $V(x) = -V_0 e^{-\frac{x^2}{2\ell^2}}$ alakú, ahol $V_0 > 0$. Add meg az elektron teljes energiáját a sebessége (v) és a pozíciója (x) függvényeként. Fejezd ki ezt a teljes energiát az impulzusa (p) és a pozíciója függvényeként.

(F-I/29) Ha az előző példában az elektronnál tudjuk, hogy kötött állapotban van, akkor mit tudunk a teljes energiájáról? Ha tudjuk, hogy szórási állapotban van, akkor mit tudunk a teljes energiájáról?

(F-I/30) Írd fel a rögzített proton Coulomb-erőterében mozgó elektron időfüggetlen Schrödinger-egyenletét. Mik az ismeretlenek?

I. Elektronállapotok hidrogénatomban

(F-I/31) A hidrogénatomban levő egyetlen elektron kötési energiája az alapállapotban 1 Rydberg. Hány Rydberg a kötési energiája az elektronnak az első gerjesztett állapotban?

(F-I/32) Hányszorosan degenerált a hidrogénatom $n = 2$ főkvantumszámú nívója, a spin szabadsági fokot is figyelembe véve? Hányszorosan degenerált az $n = 3$ főkvantumszámú nívó, a spin szabadsági fokot is figyelembe véve?

J. Periódusos rendszer

(F-I/33) Hány Rydberg a kötési energiája az egyszerűen pozitívan töltött héliumion egyetlen elektronjának az alapállapotban és az első gerjesztett állapotban?

(F-I/34) Tekintsük a H, He, Li, Be, Ne atomok elektronrendszerét, és hanyagoljuk el az elektron-elektron-kölcsönhatást. Mindegyik atomra válaszoljuk meg a következő kérdéseket: Hányszorosan degenerált az atom alapállapota? Hány törzsi elektronnal, hány lezárt héjjal, és hány vegyértékelektronnal rendelkezik az atom? Mekkora (hány Rydberg) az alapállapotot kötési energia? Hányszorosan degenerált az első gerjesztett állapot? Mekkora (hány Rydberg) az első gerjesztett állapot kötési energiája?

II. ELEKTRONOK KRISTÁLYOS SZILÁRDTESTEKBEN

A. Elektromos vezetés fémekben: a klasszikus Drude-modell

(F-II/1) A réz fajlagos ellenállása $\rho_{\text{Cu}} \approx 17 \times 10^{-9} \Omega \text{ m}$. Mekkora a fajlagos vezetőképessége? Mekkora egy 1 m hosszú, 1 mm^2 átmérőjű rézdrót ellenállása és vezetőképessége?

(F-II/2) Egy adott típusú fém egyszerű köbös rácsban kristályosodik, azaz egy kockákból álló rács csúcsain ülnek az atomok. A rács rácsállandója, azaz a rácsot alkotó kockák élhossza, $2\text{\AA}$. Tegyük fel, hogy atomonként egyetlen elektron vesz részt a elektromos vezetésben; hívjuk ezeket *vezetési elektronoknak*. Mekkora a vezetési elektronok részecskesűrűsége ($1/\text{m}^3$ egységekben) és töltéssűrűsége (C/m^3 egységekben) ebben az anyagban? Hány vezetési elektron van egy ilyen anyagból készült, 1 m hosszú, 1 mm^2 átmérőjű drótban?

(F-II/3) Tekintsük az előző feladatban leírt fémét. Ha tudjuk róla, hogy a fajlagos vezetőképessége megegyezik a réz fajlagos vezetőképességével, akkor mennyi a vezetési elektronokat jellemző ütközési idő, τ ? Használd a Drude-modellt.

(F-II/4) Mekkora áram folyik ebben a drótban, ha 1 mV feszültséget kapcsolunk a két vége közé? Mekkora a vezetési elektronok drift-sebessége ilyenkor?

(F-II/5) Az ekvipartíció tétele alapján adott T hőmérsékletű egyatomos ideális gázban a részecskék tipikus mozgási energiája nagyságrendileg $E_{\text{mozg}} \approx k_B T$, ahol k_B a Boltzmann-állandó. Becsüld meg ebből a szobahőmérsékletű ideális elektrongáz elektronjainak tipikus sebességét.

B. Geometriai piezorezisztivitás

(F-II/6) Egy fémdarabot homogén izotrop módon összenyomunk, úgy hogy mindhárom iránybeli kiterjedése 1%-ot csökken. Nő vagy csökken az ellenállása az összenyomás hatására? Hány százalékkal? Mi a válasz, ha csak a geometriai Ohm-törvényt használod, és a vezetőképesség térfogat-függését elhanyagolod? Mi a válasz, ha a geometriai Ohm-törvényt használod, és feltételezed hogy a vezetőképesség térfogatfüggését a Drude-modell helyesen írja le?

C. A vezetési elektronok kvantummechanikai Sommerfeld-modellje

(F-II/7) Tekintsük az egydimenziós üresrács-modellt, elemi cellánként egyetlen atommal, legyen a rácsállandó $2\text{\AA}$, és tegyük fel hogy minden atom egyetlen vezetési elektront ad. Hány vezetési elektron található egy 1 cm hosszú mintában? Ebben a mintában mekkora a hullámszám-kvantum, δk ? Mekkora a Fermi-hullámszám, k_F ? Mekkora a Fermi-hullámhossz, λ_F ? Mekkora a Fermi-sebesség, v_F ? Mekkora a Fermi-energia, ε_F ? (Vedd figyelembe az elektronok spin szabadsági fokát is.)

(F-II/8) Tegyük fel, hogy a fenti mintára külső elektromos teret kapcsolunk, melynek hatására a betöltött állapotok a hullámszámtérben eltolódnak, és így a $[-k_F + \Delta k, k_F + \Delta k]$ hullámszám-intervallumban helyezkednek el (az egyensúlyt jellemző $[-k_F, k_F]$ intervallum helyett). Tegyük fel hogy $\Delta k_F = 0.01 k_F$. Becsüld meg, hogy mekkora áram folyik a mintán.

D. Elektronok az egyatomos láncban

Emlékeztető: az "egyatomos lánc" azt jelenti, hogy egyfajta atomból áll a lánc, nem pedig azt, hogy egyetlen atomból.

(F-II/9) Legyen egy egyatomos lánc rácsállandója a , és az elektronok szomszédos atomok közti alagutazási mátrix-eleme $t < 0$. Ábrázold az elektronok diszperziós relációját az első Brillouin-zónában. Az ábrán tüntesd fel a nevezetes tengelymetszeteket.

(F-II/10) Legyen egy egyatomos lánc rácsállandója $a = 2\text{\AA}$, és a szomszédos atomok közti alagutazási mátrixelem $t = -1 \text{ eV}$. Rajzold fel az elektronok diszperziós relációját az első Brillouin-zónában. Jelöld a nevezetes tengelymetszeteket.

(F-II/11) Mekkora az elektronok effektív tömege a sáv alján az (F-II/10) példában?

(F-II/12) Mekkora a $k = 0$, $k = \pi/(2a)$, és a $k = \pi/a$ hullámszámú elektronok csoportsebessége az (F-II/10) példában?

(F-II/13) Add meg az általános formulát, ami kifejezi a sáv alját jellemző effektív tömeget az alagutazási mátrixelem és a rácsállandó függvényében. E formula alapján meg tudod-e mondani, hogy a rács összenyomása esetén az effektív tömeg nő vagy csökken?

(F-II/14) A fenti egyatomos láncban minden atom egy elektront ad a vizsgált vezetési sávba. Fém vagy szigetelő ez az anyag? Vedd figyelembe az elektronok spinjét is. Mekkora az elektronok Fermi-sebessége? Mekkora az elektronok Fermi-energiája (a sáv aljához viszonyítva)?

(F-II/15) Fém vagy szigetelő a fenti egydimenziós lánc, ha minden atom két elektront ad a vezetési sávba?

(F-II/16) Tekintsünk egy hat atomból álló egyatomos láncot, és az alagutazási mátrixelemet jelölje t . Írd fel a 2. atomra vonatkozó hullámfüggvény-amplitúdó időderiváltját tartalmazó mozgásegyenletet. Írd fel a 6. atomra vonatkozót is.

E. Félvezetők

(F-II/17) A gallium-arzenid (GaAs) egy kristályos félvezető vegyület. Jó közelítéssel igaz, hogy a vezetési sáv alját jellemző effektív tömeg $m_n^* \approx 0.06 m_e$, míg a vegyértéksáv tetejét jellemző effektív tömeg $m_p^* \approx -0.5 m_e$. A tiltott sáv nagysága ebben az anyagban $E_g \approx 1.43$ eV. Az előadáson megismert összefüggésből határozd meg, hogy mennyi az n-típusú töltéshordozók (azaz a vezetési sávban levő elektronok) n sűrűsége 300 K hőmérsékleten. Hányszorosára nő ez a sűrűség, ha 10 K-nel felmelegítjük az anyagot?

F. Adalékolt félvezetők

(F-II/18) Egy donoratomokkal adalékolt félvezető anyag vezetési sávjának alján az elektronok tömege $0.1 m_e$, és az anyag dielektromos állandója $\epsilon_r = 10$. Hány rydberg, illetve hány eV távolságra vannak a donornívók a vezetési sáv aljától? Azaz, $\epsilon_1 = ?$

(F-II/19) Gallium (Ga) szennyezőket ültetünk szilícium kristályba, egy-egy szilíciumatom helyére. Donorként vagy akzeptorként viselkednek ezek a szennyező atomok?

(F-II/20) Egy félvezetőt akceptoratomokkal adalékolunk, azaz p-típusúvá tesszük. Az akceptoratomok sűrűsége ν_a . Legyen a minta szobahőmérsékleten. Jelölje a vezetési sáv elektronjainak sűrűségét n , az akceptornívókon található elektronok sűrűségét n_a , és a vezetési sávban található lyukak sűrűségét p . Milyen összefüggés áll fenn a ν_a , n , p , n_a , T és μ mennyiségek között? Útmutatás: (i) Tegyük fel, hogy egy-egy donornívón maximum egy elektron helyezkedhet el (a Coulomb-taszítás miatt). (ii) A vegyértéksávban található lyukak vagy a donornívókon, vagy a vezetési sávban jelentkeznek többlet-elektronként.

G. Fénykibocsátó dióda

(F-II/21) Éjjellátó szemüveghez szeretnénk olyan LED fényforrást építeni, ami $1 \mu\text{m}$ hullámhosszú infravörös sugárzást bocsát ki. Mekkora tiltott sávú félvezető anyagot tudnánk erre a célra használni?

(F-II/22) Egy GaAs-alapú LED-re egyenfeszültséget kapcsolunk, és 1 mA áramot folytatunk át rajta. Feltéve hogy minden áthaladó elektron fotonkibocsátással rekombinálódik a LED középső, az intrinszik rétegében, becsüld meg a kisugárzott fotonok áramát (foton/másodperc) és a sugárzási teljesítményt.

(F-II/23) Mekkora a hullámszáma egy 2 eV energiájú fotonnak?

(F-II/24) Egy indirekt tiltott sávú félvezetőben az indirekt gaphez $\Delta k = 10^{10} \frac{1}{\text{m}}$ hullámszám-távolság tartozik. Mekkora az ilyen hullámszámú fotonok energiakvantuma?

(F-II/25) Mi a különbség a direkt tiltott sávú félvezetők és az indirekt tiltott sávú félvezetők között? Nevez meg egy félvezető anyagot, aminek a tiltott sávja direkt. Nevez meg egy félvezető anyagot, aminek a tiltott sávja indirekt.

III. MIKROELEKTROMECHANIKAI RENDSZEREK

(F-III/1) Mit jelentenek ezek a rövidítések: MEMS, CVD, ALD, DRIE?

(F-III/2) Mi a fotolitográfia célja? Mik az eljárás főbb lépései?

(F-III/3) Mi a célja a kémiai gőzfázisú leválasztásnak?

(F-III/4) Hasonlítsd össze a kémiai gőzfázisú leválasztás atmoszférikus és alacsony nyomású változatát. Mik a különbségek, és melyiknek mi az előnye/hátránya?

(F-III/5) Jellemezd az előadáson megismert marási folyamatokat.

(F-III/6) Mondj példát olyan kémiai marási folyamatra (milyen anyaggal kell milyen anyagot marni?), amiben a marás anizotrop.

(F-III/7) Mondj példát olyan anyagra, amit nem lehet kémiai marással eltávolítani.

(F-III/8) Hogyan működik az ionsugaras marás? Izotrop vagy anizotrop marást eredményez?

(F-III/9) Miben különbözik a DRIE eljárás az egyszerű ionsugaras marástól? Milyen geometriát lehet hatékonyan kialakítani a DRIE eljárással?

(F-III/10) Bemutattunk egy eljárást, amiben egy mikromechanikai eszköz segítségével ki lehet mutatni egy bizonyos fehérje koncentrációját az emberi vérben. Hogyan működik ez az eszköz?

(F-III/11) Hogyan működik az előadáson bemutatott (a) kapacitív gyorsulásmérő? (b) kapacitív mikrofon? (c) 3D piezorezisztív erőmérő?

IV. LÉZEREK

(F-IV/1) Optikai rács rácsállandója $d = 24 \mu\text{m}$. Az optikai rácsot $\lambda = 500 \text{ nm}$ hullámhosszú zöld fénnel világítjuk meg, mely az optikai rács síkjára merőlegesen esik be. A beesés irányához képest milyen szögben halad tovább az első elhajló nyaláb (első elhajlási rend)? Mi ez a szög, ha a megvilágító fény vörös, $\lambda = 720 \text{ nm}$? Milyen elhajlási szögek jellemzik a második elhajló nyalábot a két fenti hullámhossz esetében?

(F-IV/2) Ha egy sugárzó fekete test hőmérsékletét növeljük, akkor hogyan változik (a) a sugárzás intenzitás-maximumához tartozó hullámhossz? (b) a sugárzás intenzitás-maximumához tartozó frekvencia? (c) a teljes kisugárzott teljesítmény? Nő? Csökken? Változatlan marad?

(F-IV/3) A 10. előadás 3. főlíáján található grafikon segítségével becsüld meg a Wien-féle eltolódási törvényben szereplő állandó értékét. Ha ez megvan, akkor becsüljük meg a Nap hőmérsékletét: ha megmérjük a Nap sugárzási spektrumát, akkor azt találjuk, hogy az intenzitásmaximum kb. 500 nm -nél található. Becsüld meg ebből a Nap hőmérsékletét.

(F-IV/4) Egy kétnívós atom $\lambda = 10 \mu\text{m}$ hullámhosszú sugárzást tud elnyelni és kibocsátani. Vesszünk egy kis tartályt, amibe gáz halmazállapotban 10^{23} ilyen atomot helyezünk el. Szobahőmérsékleten hány atom van az alapállapotban, és hány a gerjesztett állapotban? Mi a válasz erre a kérdésre, ha a kétnívós atom $\lambda = 400 \text{ nm}$ hullámhosszú sugárzást tud elnyelni és kibocsátani?

(F-IV/5) Milyen fizikai mechanizmusokkal érhetünk el populációinverziót?

(F-IV/6) A Nap sugárzásának intenzitásmaximumához tartozó hullámhossz a $\lambda = 500 \text{ nm}$ közelében van. Mekkora lenne ez a hullámhossz, ha a Nap hőmérséklete kétszerese lenne a jelenlegi hőmérsékletének?

(F-IV/7) Egy háromnívós atomból álló gázt szeretnénk lézerként használni. Ehhez populáció-inverziót kell létrehozni, amihez optikai pumpálást alkalmazunk. Tekintsük az alapállapotú nívót az energia referenciapontjának, $E_1 = 0$. Legyen a másik két nívó energiája $E_2 = 1.8 \text{ eV}$, és $E_3 = 3 \text{ eV}$. Milyen hullámhosszú, frekvenciájú, és színű fényt kell használnunk az optikai pumpáláshoz? Milyen hullámhosszú és frekvenciájú fényt bocsát ki ez a lézer? A $3 \rightarrow 2$ átmenet átlagos időtartama T_{32} , a $2 \rightarrow 1$ átmenet átlagos időtartama T_{21} . Milyen viszonyban legyen T_{32} és T_{21} , hogy a rendszer lézerként működjön?

(F-IV/8) Másodpercenként hány fotont bocsát ki egy 1 mW teljesítményű, $\lambda = 633 \text{ nm}$ hullámhosszon működő hélium-neon gázlézer?

(F-IV/9) Vizsgáljuk a fenti hélium-neon gázlézert. Tegyük fel hogy az optikai rezonátor szerepét játszó két tükör távolsága 15 cm . Becsüld meg, hogy a használt rezonátormódusnak hány zérushelye van a két tükör közötti térrészben.

(F-IV/10) Becsüld meg, hogy mekkora teljesítménysűrűséget lehet elérni a fenti hélium-neon gázlézerrel, ha az általa kibocsátott fényalábot sikerül egy nagyon kicsi, kb. 633 nm átmérőjű fókuszfoltra lefókuszálni.

(F-IV/11) Tekintsünk egy kétnívósna tekinthető atomot. Az előadáson három jellegzetes fény-anyag kölcsönhatási folyamatról volt szó: spontán emisszió, indukált emisszió, abszorpció. Van-e olyan folyamat ezek közül, aminek során a kétállapotú atom az alapállapotból a gerjesztett állapotba kerül? Melyik az/melyek azok? Van-e olyan folyamat ezek közül, aminek során az atom a gerjesztett állapotból az alapállapotba kerül? Melyik az/melyek azok?

(F-IV/12) Magyarázd el egy mondatban a fluoreszcencia jelenségét. Sok esetben a fluoreszcencia során kibocsátott sugárzás hullámhossza hosszabb, mint a besugárzó sugárzás hullámhossza. Magyarázd el egy mondatban ennek a jelenségnek az okát, a háromnívós atommodell használatával.

(F-IV/13) Ha egy 2 mW teljesítményű lézerpointerrel fél másodpercig egy ember szemébe világítunk, az már maradandó károsodást okozhat. Becsüld meg, hogy hány foton lép ki eközben a lézerpointerből.

V. FÖLDRENGÉSEK CINK EGYKRISTÁLY MIKROOSZLOPOKBAN

(F-V/1) Egy földrengés utórezgéseinek gyakorisága az Omori-törvényt követi, mely szerint az utórezgések rátája $n(t) \sim 1/t$ alakban függ a főrengés óta eltelt t időtől. A főrengés utáni 24. órától a 30. óráig 30 utórezgést mértünk. Becsüljük meg, hogy hány utórezgést várunk a 48. órától a 60. óráig tartó időintervallumban!

(F-V/2) Egy Richter-skála szerinti 9-es erősségű földrengésben felszabaduló energia hányszor akkora, mint a 6-os erősségűben?

(F-V/3) Egy átlagos évben 3-as erősségű vagy 4-es erősségű földrengésből van több? Hányszor több van abból, amelyikből több van?

(F-V/4) Milyen (kvalitatív) összefüggés van egy fém tisztasága és keménysége között? Melyiket könnyebb deformálni: egy olyan szabályos egykristályt, melyben kevés kristályhiba van vagy egy olyat amiben sok található?

(F-V/5) Miben különbözik egy néhány mm vastag fémdrót alakíthatósága és egy néhány mikrométer vastag fémdrót alakíthatósága?

(F-V/6) Az egykristály mikrooszlopok kifaragása fókuszált ionnyalábbal történt: 20 kiloelektronvolt (keV) energiájú galliumionok bombázták a minta felületét. Mekkora sebességgel haladnak ezek a galliumionok?

(F-V/7) Hogyan történik a képalkotás egy az előadáson bemutatott elektronmikroszkóppal?

(F-V/8) A mikrooszlopok összenyomását valós időben lehet "fényképezni" a pásztázó elektronmikroszkóppal. Az elektronmikroszkóp kb. 1 keV energiára gyorsítja az elektronokat. Mekkora ezen elektronok hullámhossza? Emlekeztetőül: a szabad elektronok diszperziós relációja $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e}$ alakú. (Az elektronok hullámhossza azért is fontos paraméter, mert ez szabja meg a mikroszkóp felbontását, azaz hogy mi az a legkisebb méretskála, amit még "látni" lehet a mikroszkóppal.)

(F-V/9) Miért cinkből készült a bemutatott kísérletben használt mikrooszlop?

(F-V/10) Miben hasonlít egy földrengés a cink mikrooszlop maradandó alakváltozásához? Miben különbözik tőle?

(F-V/11) Háromdimenziós minták esetén mi a mértékegysége a deformációs tenzornak (az előadásban ε) és a feszültségtenzornak (az előadásban σ)?

VI. ELEKTRO- ÉS MAGNETOREOLÓGIAI FOLYADÉKOK MECHATRONIKAI ALKALMAZÁSAI

(F-VI/1) Háromdimenziós newtoni folyadékok mozgásának jellemzésekor gyakran használjuk a nyírófeszültséget, a nyírási sebességet, és a viszkozitást. Mik ezen mennyiségek mértékegységei?

(F-VI/2) Jellemezd minőségileg a nyírófeszültség, a nyírási sebesség és a viszkozitás közti összefüggést newtoni folyadékok, nyírásra keményedő folyadékok, nyírásra lágyuló folyadékok, és Bingham-plasztikus folyadékok esetén.

(F-VI/3) Ideálisan rugalmas Hooke-test Young-modulusa $E = 0.1$ GPa. A $t = 0$ időpontban bekapcsolunk egy $\sigma = 1$ MPa húzófeszültséget, ezt 10 másodpercig hagyjuk hatni, és aztán hirtelen kikapcsoljuk. Mekkora a test relatív megnyúlása, a kiindulási állapothoz képest, a $t = 2$ s, $t = 5$ s, $t = 15$ s időpontokban?

(F-VI/4) Ideálisan viszkózus newtoni test viszkozitása $\eta = 10^4$ Pa s. A $t = 0$ időpontban bekapcsolunk egy $\sigma = 100$ Pa húzófeszültséget, ezt 10 másodpercig hagyjuk hatni, és aztán hirtelen kikapcsoljuk. Mekkora a test relatív megnyúlása, a kiindulási állapothoz képest, a $t = 2$ s, $t = 5$ s, $t = 15$ s időpontokban?

(F-VI/5) Az előadáson Tibor bemutatott egy mechanizmust, melynek révén egy elektoreológiai folyadék mechanikai viselkedése elektromos térrel hangolható. Mik a folyadék összetevői? Milyen mikroszkopikus mechanizmus révén változik meg a mechanikai viselkedés az elektromos tér hatására? A nem-newtoni folyadékok modelljei közül melyiknek felel meg leginkább az elektoreológiai folyadék viselkedése? Melyik modellparamétert hangolja az elektromos tér?

(F-VI/6) Ha otthon kellene elektoreológiai folyadékot készítened, hogyan csinálnád? Ha be is kellene bizonyítanod, hogy ez egy elektoreológiai folyadék, hogyan csinálnád?

(F-VI/7) Mi a különbség egy egyszerű magnetoreológiai folyadék és egy ferrofluidum között?

(F-VI/8) Mi a hasonlóság és mi a különbség az elektoreológiai folyadékok és a magnetoreológiai folyadékok között?

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

Köszönet Fürjes Péternek, Härtlein Károlynak, Ispánovity Péternek, Medvegy Tibornak, Mihály Györgynek, Orosz Lászlónak, Pataki Dávidnak, és Sarkadi Tamásnak a tananyag összeállításában és a kurzus lebonyolításában nyújtott segítségért.