

**1. zh, Modern Fizika Gépészmérnököknek / Fizika M1**  
**BME, gépészmérnök szak, 2019. október 22.**

Ezt a feladatlapot nem kell beadni, csak a válaszlapot. Minden kérdésre pontosan egy helyes válasz van. Ennek a feladatlapnak az üres részei használhatók a szükséges részletszámolások elvégzésére. Kék toll, zsebszámológép használható, minden más segédeszköz használata tiltott. Mobiltelefon nem használható, zsebszámológépként sem. A feladatokat önállóan kell megoldani. A hallgatók közti kommunikáció és a nem engedélyezett segédeszközök használata büntetendő.

Minden kérdés esetén a helyes válasz 5 pontot ér. A válaszlapon javítani nem lehet. Rossz, hiányzó, vagy értelmezhetetlen válasz egyaránt 0 pontot ér. Így az elérhető maximális pontszám 100. A zh érvényes, ha az elért pontszám legalább 40, azaz ha a helyes válaszok száma legalább 8.

Néhány adat, ami szükséges lehet a számításokhoz: Nehézségi gyorsulás:  $g \approx 9.81 \text{ m/s}^2$ . Fénysebesség:  $c \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ . Elemi töltés:  $e \approx 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ . Elektron tömege:  $m_e \approx 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ . Planck-állandó:  $h \approx 6.6 \times 10^{-34} \text{ kg m}^2/\text{s}$ . Vákuum permittivitása  $\varepsilon_0 \approx 8.9 \times 10^{-12} \text{ F/m}$ . A hidrogénatom egyetlen elektronjának alapállapotú energiája  $E_1 = -1 \text{ rydberg} \approx -13.6 \text{ eV}$ . Elektronvolt:  $1 \text{ eV} \approx 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$ .

1. Egy rugóra akasztott test rezgőmozgást végez. A rugóállandó  $k = 1 \text{ N/m}$ , a test tömege  $m = 0.1 \text{ kg}$ . Mekkora a rezgés  $\omega$  körfrekvenciája?

(A) kb.  $0.32 \text{ s}^{-1}$

(B) kb.  $1 \text{ s}^{-1}$

+(C) kb.  $3.2 \text{ s}^{-1}$

(D) kb.  $10 \text{ s}^{-1}$

2. Mennyi a frekvenciája a  $\lambda = 670 \text{ nm}$  hullámhosszú vörös fénynek?

+(A) kb.  $4.5 \times 10^{14} \text{ s}^{-1}$

(B) kb.  $2.2 \times 10^{-15} \text{ s}^{-1}$

(C) kb.  $2.2 \times 10^{14} \text{ s}^{-1}$

(D) kb.  $4.5 \times 10^{-15} \text{ s}^{-1}$

3. Az második Pauli-mátrix  $\hat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ . Melyik vektor az, amelyik  $+1$  sajátértékkel sajátvektora ennek a mátrixnak?

(A)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

(B)  $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

+(C)  $\begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$

(D)  $\begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$

4. Egy dimenzióban mozgó szabad elektron dinamikáját szeretnénk leírni kvantummechanikailag, a spin figyelembevétele nélkül. Milyen differenciálegyenlet írja le az időfejlődést?

+(A) lineáris másodrendű parciális differenciálegyenlet

(B) nemlineáris másodrendű parciális differenciálegyenlet

(C) lineáris másodrendű közönséges differenciálegyenlet

(D) nemlineáris elsőrendű közönséges differenciálegyenlet

5. Egy elektron a hidrogénatom klasszikus Rutherford-modelljének megfelelően körpályán mozog a rögzítettnek tekintett proton körül. Tegyük fel, hogy a mozgás az  $xy$  síkban történik, és a pálya sugara  $R = 0.4 \text{ \AA}$ . Mekkora az elektron sebessége?

- + (A) kb.  $2.5 \times 10^6 \text{ m/s}$
- (B) kb.  $4.1 \times 10^6 \text{ m/s}$
- (C) kb.  $1.1 \times 10^6 \text{ m/s}$
- (D) kb.  $9.3 \times 10^5 \text{ m/s}$

6. Adott pillanatban egy egydimenzióban mozgó elektron hullámfüggvénye  $\psi(x) = Nx\chi_{[0,L]}(x)$ , ahol  $N$  egy pozitív szám, és  $\chi_{[0,L]}(x)$  az a függvény aminek értéke a  $[0, L]$  intervallumon belül 1, minden más pontban pedig 0. Mekkora kell választani  $N$ -et, hogy a  $\psi$  hullámfüggvény normált legyen?

- + (A)  $N = \sqrt{3}/L^{3/2}$
- (B)  $N = \sqrt{2}/L^{3/2}$ .
- (C)  $N = 1/\sqrt{L}$ .
- (D)  $N = \sqrt{2/L}$ .

7. Egy lítiumatomban (Li) három proton, néhány neutron, és három elektron található. Egy kétszeresen pozitívan töltött lítiumionban csak egy elektron van. Hány rydberg az alapállapot energiája ennek az egyetlen elektronnak?

- (A)  $-1/9$  rydberg.
- (B)  $-1/4$  rydberg.
- (C)  $-4$  rydberg.
- + (D)  $-9$  rydberg.

8. Egydimenzióban mozgó elektron pillanatnyi hullámfüggvénye  $\psi(x) = \chi_{[-L,L]}(x)/\sqrt{2L}$ , ahol  $\chi_{[a,b]}(x)$  az a függvény aminek értéke a  $[a, b]$  intervallumon belül 1, egyébként 0. Mi a hely várhatóértéke ebben az állapotban?

- + (A) 0
- (B)  $L/2$
- (C)  $L$
- (D) egyik sem

9. Hányszorosan degenerált a hidrogénatom  $n = 3$  főkvantumszámú nívója, a spin szabadsági fokot is figyelembe véve?

- (A) 2
- (B) 8
- (C) 16
- + (D) 18

10. Egy  $10 \text{ cm}$  hosszú,  $1 \text{ mm}^2$  keresztmetszetű rézdrót ellenállása kb.  $2 \text{ m}\Omega$ . Egy kétszer ilyen hosszú, kétszer ekkora keresztmetszetű drótnak mekkora az ellenállása?

- (A) kb.  $8 \text{ m}\Omega$
- (B) kb.  $4 \text{ m}\Omega$
- + (C) kb.  $2 \text{ m}\Omega$
- (D) kb.  $0.5 \text{ m}\Omega$

11. Tekintsünk két különböző fémét (1-es és 2-es), melyek közül az elsőnek kétszer akkora a fajlagos ellenállása, mint a másodiknak:  $\rho_1/\rho_2 = 2$ . Az elektronok átlagos ütközési ideje mindkét fémbe ugyanakkora. A Drude-modell alapján állapítsd meg, hogy mekkora a vezetési elektronok sűrűségének aránya,  $n_{e,1}/n_{e,2} = ?$

- + (A) 1/2
- (B) 1
- (C) 2
- (D) egyik sem

12. Egydimenziós kristályos szerkezetű fém rácsállandója  $3 \text{ \AA}$ . A kristály minden atomja három vezetési elektront ad. A kvantummechanikai Sommerfeld-modell (szabadelektron-modell) alapján mekkora ebben a rendszerben a vezetési elektronok Fermi-sebessége,  $v_F = ?$  Ne felejtse el figyelembe venni az elektronok spin szabadsági fokát.

- + (A) kb.  $1.8 \times 10^6 \text{ m/s}$
- (B) kb.  $1.2 \times 10^6 \text{ m/s}$
- (C) kb.  $6.1 \times 10^5 \text{ m/s}$
- (D) kb.  $9.1 \times 10^5 \text{ m/s}$

13. Tekintsük az egydimenziós egyatomos lánc szoroskötésű modelljét, és tegyük fel hogy minden egyes atom két elektront ad a vizsgált sávhoz. Fém vagy szigetelő az így modellezett anyag? Ne felejtse el figyelembe venni az elektronok spin szabadsági fokát.

- (A) fém.
- + (B) szigetelő.
- (C) akár fém, akár szigetelő is lehet.
- (D) egyik sem.

14. Az egydimenziós, periodikus határfeltétellel definiált Sommerfeld-modellben síkhullám alakúak az energiasajátállapotok:  $\psi_k(x) = \frac{1}{\sqrt{L}} e^{ikx}$ . Az alábbiak közül melyik operátornak sajátfüggvényei ezek a hullámfüggvények?

- (A)  $\hat{x}$ -nek.
- + (B)  $\hat{p}$ -nek.
- (C) mindkettőnek.
- (D) egyiknek sem.

15. Mi a kvantummechanikai részecskeáram-sűrűség mértékegysége egy egydimenziós modellben?

- (A) 1
- (B) 1/m
- + (C) 1/s
- (D) m/s

16. Egydimenzióban mozgó elektron pillanatnyi hullámfüggvénye  $\psi(x) = \frac{1}{\pi^{1/4}\sqrt{L}}e^{-\frac{x^2}{2L^2}}e^{ikx}$ . Add meg az elektron által vitt részecskeáram-sűrűséget az  $x = L$  pontban! Emlékeztetőül, a részecskeáram-sűrűség kifejezhető például  $j(x) = \text{Re} \left[ \psi^*(x) \frac{\hat{p}}{m_e} \psi(x) \right]$  alakban.

- (A) kb.  $0.15 \frac{\hbar k}{Lm_e}$   
 +(B) kb.  $0.21 \frac{\hbar k}{Lm_e}$   
 (C) kb.  $0.34 \frac{\hbar k}{Lm_e}$   
 (D) kb.  $0.56 \frac{\hbar k}{Lm_e}$

17. Megfelelő frekvenciájú elektromágneses sugárzással a hidrogénatom  $n = 2$  főkvantumszámú pályáján levő elektronját fel lehet gerjeszteni az  $n = 3$  főkvantumszámú gerjesztett állapotba. Mekkora kell választani ehhez a sugárzás frekvenciáját?

- +(A) kb.  $4.6 \times 10^{14}$  Hz  
 (B) kb.  $6.2 \times 10^{14}$  Hz  
 (C) kb.  $6.9 \times 10^{14}$  Hz  
 (D) kb.  $7.3 \times 10^{14}$  Hz

18. Egy adott típusú elemi fém egyszerű köbös rácsban kristályosodik, azaz az atomok egy kocka-rács rácspontjaiban helyezkednek el. A kristály rácsállandója, azaz a kockák éleinek hossza,  $2 \text{ \AA}$ . Minden atom három vezetési elektronnal járul hozzá a vezetéshez. Mekkora a vezetési elektronok sűrűsége ebben az anyagban?

- +(A)  $3.75 \times 10^{23} \text{ cm}^{-3}$   
 (B)  $3.75 \times 10^{23} \text{ m}^{-3}$   
 (C)  $3.75 \times 10^{29} \text{ cm}^{-3}$   
 (D)  $3.75 \times 10^{26} \text{ m}^{-3}$

19. Az egydimenziós Sommerfeld-modellben az elektronok stacionárius állapotait a  $k$  hullámszám jellemzi. Mekkora a csoportsebessége a  $k = 1 \frac{1}{\text{nm}}$  hullámszámú elektronnak?

- (A) kb.  $10^3 \text{ m/s}$   
 (B) kb.  $10^4 \text{ m/s}$   
 +(C) kb.  $10^5 \text{ m/s}$   
 (D) kb.  $10^6 \text{ m/s}$

20. Tekintsünk egy tiszta félvezetőt. Melyik állítás igaz rá?

- +(A) A hőmérséklet növelésével az elektron-töltéshordozók sűrűsége és a lyuk-töltéshordozók sűrűsége egyaránt nő.  
 (B) A hőmérséklet növelésével az elektron-töltéshordozók sűrűsége csökken, de a lyuk-töltéshordozók sűrűsége nő.  
 (C) A hőmérséklet növelésével az elektron-töltéshordozók sűrűsége nő, de a lyuk-töltéshordozók sűrűsége csökken.  
 (D) A hőmérséklet növelésével az elektron-töltéshordozók sűrűsége és a lyuk-töltéshordozók sűrűsége egyaránt csökken.