

KisZh-n szerepelhető feladatok

HF3/1

Az atommag-atommag ütközések egyszerűsített relativisztikus modelljében, egy m_1 nyugalmi tömegű és v_1 (szokásos) sebességű atommag ütközik egy m_2 nyugalmi tömegű, kezdetben álló atommagnak. Az ütközés után egy magasan gerjesztett kompozit jön létre, melynek sebességét jelöljük v_0 -al, és a „nyugalmi” tömegét m_0 -al.

(Megj.: Az idézőjellel azt érzékeltettük, hogy ez a kompozit vélhetően magasan gerjesztett állapotban van, ezért a nyugalmi tömeg elnevezés nem a legkorrektebb.)

- Írja fel a két mag ütközés előtti négyes impulzusait.
- Írja fel a (négyes) impulzusmegmaradás törvényét az ütközésre, és ez alapján fejezze ki a kompozit négyes impulzusát az ütközés után!
- Ismeretes, hogy a négyesimpulzus Minkowski-hossza Lorentz-invariáns. Ezt felhasználva fejezze ki a kompozit m_0 „nyugalmi” tömegét!
- Határozza meg a kompozit v_0 sebességét! Fejezze ki ennek numerikus értékét, ha $m_1 = 40u_a$, $m_2 = 238u_a$, és $v_1 = 0,8c$, ahol u_a az atomi tömegegységet jelöli.

HF3/2

Két foton terjedését vizsgáljuk. Egyikük négyesimpulzus vektora $q_1^\mu = (q, q, 0, 0)$, a másiké $q_2^\mu = (2q, -q, \sqrt{3}q, 0)$.

- A megadott négyesimpulzusok Minkowski-hossznégyszétének kiszámításával mutassa meg, ezek valóban lehetnek fotonok négyesimpulzusai!
- Adja meg a két foton négyesimpulzusainak összegét! Milyen négyesvektor ez (téryszerű/időszerű/fényszerű)?
(Megj: téryszerű egy négyesvektor, aminek a Minkowski hosszénegyzete negatív, időszerű aminek pozitív, fényszerű aminek nulla.)
- Keressen olyan, (y irányba mozgó) inerciarendszert, melyben a két foton össz (hárm-as-) impulzusa éppen zérus. (Ezt joggal nevezhetjük a kétfotonos rendszer tömegközépponti rendszerének.)
- A c.) feladatban kapott inerciarendszerbe vivő transzformáció alkalmazásával adja meg az egyes fotonok $q_1'^\mu$ és $q_2'^\mu$ négyesimpulzusait a „tömegközépponti” rendszerben. Mekkora az egyes fotonok energiája, és mit mondhatunk mozgásuk irányáról?

Gyakorlófeladatok

Gy3/1

Egy űrhajó távolodik a Földtől, bizonyos okokból a leíráshoz nem a legkényelmesebb koordinátarendszert választottuk, az űrhajó (hárm-as) sebességvektora: $\vec{v} = (c/2, c/2, 0)$.

- Adja meg az űrhajó négyes-sebesség vektorát!

Egy fizikushallgató azt kapta házi feladatként, hogy adjon meg egy olyan Lorentz-transzformációt, ami áttranszformál a Föld rendszeréből az űrhajóval együttmozgó rendszerbe. Mivel megszokta az internet hozzáférése, és csupán arra a speciális esetre emlékszik, amikor a mozgó rendszer sebessége valamelyik koordinátatengely irányába mutat, ezért a következő megoldást eszeli ki:

- Először áttranszformál egy olyan rendszerbe, ami a Földhöz képest a $+x$ irányba mozog éppen olyan sebességgel, hogy az új rendszerben az űrhajó már csak az (új rendszer-beli) y

irányba mozog. Az új vonatkoztatási rendszer Földhöz képest mért sebességét jelöljük V_1 -el.

- Ezután végrehajt egy $+y$ irányú boostot V_2 sebességgel, és így abba a rendszerbe jutott, ahol az űrhajó áll.
- b.) Adja meg, mekkora az első boost $+x$ irányú V_1 sebessége!
- c.) Adja meg az űrhajó négyes-sebességét ebben a „köztes” rendszerben! Mekkora az űrhajó szokásos V_2 sebessége ebben a rendszerben?
- d.) A c.) feladat alapján adja meg azt a (teljes) Lorentz-transzformációt, ami a Földhöz rögzített rendszerből az űrhajó rendszerébe transzformál!

A hallgató nézi az eredményt, de nagyon furcsának tartja. Próbaként kiszámítja, mit kapott volna, ha először az $+y$ irányba boostol V_1 sebességgel, majd utána az $+x$ irányba V_2 -vel.

e.) Mit kapott eredményül? Miért tér el a d.) feladatban kapottól?

A hallgató ezután visszaemlékezik az előadásra, ahol szó volt arról, hogy a szokásos háromdimenziós forgatások is a Lorentz-transzformációk csoportjának részei. Ezért először egy egyszerű forgatást hajt végre, ezzel az űrhajó sebességvektorát a $+x$ irányba forgatja, most könnyen végre tudja hajtani a boostot a $+x$ irányba. Végül, mivel nem szeretné „elforgatni” a koordinátatengelyeket, ezért az első forgatás inverzét is végrehajtja.

Mit kapott ebben az esetben?
