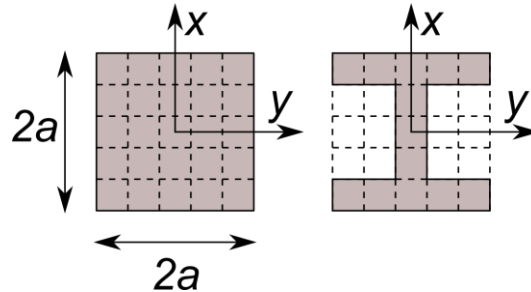


A09.) feladat

Gyakorlaton láthattuk, hogy rugalmas rudak hajlításánál megjelenik a keresztmetszeti tényező, amit az alábbi integrál definiál:

$$\Theta = \int x^2 dA,$$

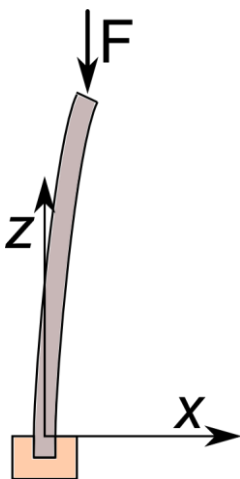
ahol az integrálás a rúd keresztmetszetére történik, x a keresztmetszet pontjainak a neutrális felülettől mért távolsága. (A neutrális felület szimmetrikus keresztmetszetű rudak esetén éppen „középen” van.)



Két rudat hoztunk létre acélból. Az egyik tömör négyzetes keresztmetszetű, a másik pedig „I”-alakú, ahogy az ábra is mutatja. Az I szára és két fedlapja is $2a/5$ vastagságú.

- Számítsa ki a négyzetes keresztmetszetű rúd $\Theta_{\text{négyzet}}$ keresztmetszeti tényezőjét!
- Adja meg a négyzetes keresztmetszetű rúd keresztmetszetének teljes A felületét!
- Számítsa ki, hogy az I-acél Θ_I keresztmetszeti tényezője hány százaléka a négyzetes rúd $\Theta_{\text{négyzet}}$ értékének!
- Adja meg, az I-acél keresztmetszetének felülete hány százaléka a négyzet felületének!

Láthatjuk, hogy a feladatban szereplő I profillal majdnem ugyanakkora keresztmetszeti tényezőzt nyertünk mint tömör négyzettel, úgy, hogy közben a szükséges acéltömeg majd' felét megspóroltuk.

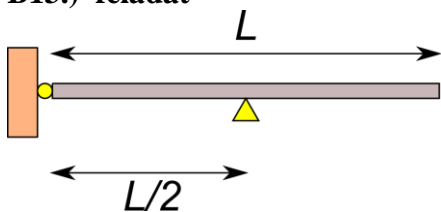
A10.) feladat

Egy rugalmas, könnyű rúd egyik végét befűrtük a talajba, a másik végét F erővel nyomjuk lefelé. A rúd Young-modulusa E , keresztmetszeti tényezője Θ , hossza L .

A feladatban a célunk megtalálni azt a kritikus F_c erőt, amivel nyomva a rudat a vége az ábrán is látható módon kihajlik. A koordinátarendszerünk origóját a rögzítési pontnál vettük fel, a z tengely a rúd hosszirányába, az x a kihajlás irányába mutat.

- Feltéve, hogy ismeri a a rúd $\chi(z)$ alakját, adja meg a rúdban ébredő $M(z)$ hajlítónyomatékot!
- Írja fel a rúd alakját meghatározó (másodrendű) differenciálegyenletet!
- Kényelmes lehet áttérni a $u(z) = \chi(z) - \chi(L)$ változóra. A b.)-ben kapott egyenletbe helyettesítve írja fel az $u(z)$ -re vonatkozó differenciálegyenletet!
- Adja meg az egyenlet általános megoldását!
- Láthatóan az F_c kritikus erő esetén a rúd hossza éppen „negyed hullámhossz”. Ez alapján mekkora az F_c kritikus erő?

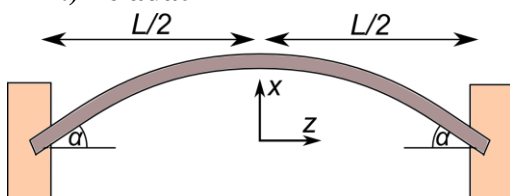
B13.) feladat



Egy L hosszúságú ugródeszka az egyik végén egy könnyen elforduló csuklóval van a falhoz rögzítve, a közepénél egy ékszerű alátámasztáson nyugszik. A deszka lineáris sűrűsége ρ , Young-modulusa E , keresztmetszeti tényezője Θ . A rúd hossz tengelye a z -tengely, függőleges lehajlását a $\chi(z)$ függvénnyel jellemezzük.

- Kihasználva a deszka globális egyensúlyát adja meg az alátámasztásnál ébredő erőt! (A rendszer nem túlhatározott!)
- Írja fel az $M(z)$ hajlítónyomatékot a deszkában, mind a $z > L/2$, mind a $z < L/2$ tartományon!
- Írja fel a deszka alakját meghatározó (másodrendű) differenciálegyenletet!
- Adja meg a differenciálegyenlet általános megoldását mind a $z > L/2$, mind a $z < L/2$ tartományon!
- Adja meg a peremfeltételeket (a csuklónál), és az illeszkedési feltételeket az alátámasztásnál!
- Adja meg a feltételeknek is megfelelő $\chi(z)$ függvényt és vázolja!

B14.) feladat

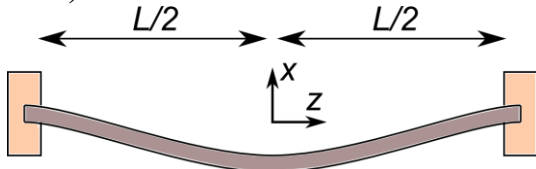


Egy könnyű (elhanyagolható tömegű), L hosszúságú rúd két végét befalaztuk az ábrának megfelelő módon: a két furat a vízszintessel kicsiny $\alpha \ll 1$ szöget zár be. A rúd keresztmetszeti tényezője Θ , Young-modulusa E . A z tengely vízszintes, a rúd alakját a $\chi(z)$ függvénnyel

jellemezzük. A rúd két végpontja a $z = \pm \frac{L}{2}$ pontokban van.

- Írja fel a rúd alakját meghatározó (negyedrendű) differenciálegyenletet!
- Adja meg az egyenlet általános megoldását.
- Adja meg a rúd végeinél érvényes peremfeltételeket!
- Adja meg a peremfeltételeknek is megfelelő megoldást. Rajzolja fel!
- Milyen magasan van a rúd $z=0$ középpontja?
- Adja meg a rúdban ébredő $M(z)$ hajlítónyomatékot!

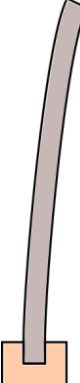
B15.) feladat



Egy L hosszúságú, ρ lineáris sűrűségű rúd két végpontját vízszintesen befalaztuk. A rúd Young modulusa E , keresztmetszeti tényezője Θ . A z tengely vízszintes, a rúd alakját a $\chi(z)$ függvénnyel jellemezzük. A rúd két végpontja a $z = \pm \frac{L}{2}$ pontokban

van.

- Írja fel a rúd alakját meghatározó (negyedrendű) differenciálegyenletet!
- Adja meg az egyenlet általános megoldását.
- Adja meg a rúd végeinél érvényes peremfeltételeket!
- Adja meg a peremfeltételeknek is megfelelő megoldást. Rajzolja fel!
- Mennyit süllyed le a rúd $z=0$ középpontja?
- Adja meg a rúdban ébredő $M(z)$ hajlítónyomatékot! Rajzolja fel!

C05.) Feladat

Egy pózna lineáris sűrűsége ρ , Young modulusa E , keresztmetszeti tényezője Θ . Fügőleges oszlopként szeretnénk használni, ezért függőlegesen lefúrjuk a talajba.

A kérdés, maximálisan milyen L magasságú lehet a pózna, hogy az Euler-instabilitás miatt még ne hasasodjon ki.

- a.) Írja fel a pózna alakját meghatározó differenciálegyenletet!
- b.) Mik a peremfeltételek?
- c.) Próbáljon nemtriviális megoldást találni az egyenletre (akár numerikusan is)!
Mikor talál?
- d.) Ez alapján milyen magas lehet maximálisan az oszlop?