

1.) Feladat

Tekintsük a Lorentz transzformációknak azon egyparaméteres alcsoportját, melyet az x -irányú boostok alkotnak. Ekkor az y és z koordinátákkal nem is kell foglalkoznunk, ezek ugyanis nem transzformálódnak. A Lorentz transzformációk mátrixának ezért elegendő a felső 2×2 -es blokkjára fókuszálnunk. Előadáson szerepelt, hogy ezek a transzformációk egy lehetséges paraméterezése:

$$\Lambda_2 = \begin{pmatrix} \cosh \theta & -\sinh \theta \\ -\sinh \theta & \cosh \theta \end{pmatrix}$$

- Adjuk meg a θ (ún. rapiditás) és v/c közötti összefüggést!
- Mutassuk meg, hogy két ilyen transzformációt egymás után végrehajtva teljesül az alábbi összefüggés:

$$\Lambda_2(\theta_1)\Lambda_2(\theta_2) = \Lambda_2(\theta_1 + \theta_2)$$
- Ez alapján adjuk meg az egyirányú relativisztikus sebességösszeadás formuláját! Hogyan kell ezt értelmezni?
- Két relativisztikusan gyors autó a fénysebesség 80%-ával halad egymással szemben. Mekkora mérik egymás sebességét a sofőrök?

2.) Feladat

Előadáson bevezetésre került az $u^\mu = \frac{dx^\mu}{d\tau}$ négyessebesség vektor, mint a négyes helyvektor sajátidő szerinti deriváltja.

a.) Adja meg a négyessebesség és a szokásos (három-)sebességvektor közötti összefüggést. Tegyük fel, hogy felnézve az égre azt látjuk, hogy két űrhajó éppen egymással szemben repül, mindkettejük sebessége $v = 3/5c$. A koordinátarendszerünket úgy vesszük fel, hogy az űrhajók az x tengely mentén mozognak.

- Adjuk meg az űrhajók négyessebességeit!
- Adjunk meg egy Lorentz-transzformációt, ami átvisz minket az egyik űrhajóhoz rögzített vonatkoztatási rendszerbe!
- Fejezzük ki az egyes űrhajók négyessebességeit ebben a rendszerben!
- Mekkora az egyes űrhajók szokásos sebessége ebben a rendszerben?

Tegyük fel, hogy a Földről elindítunk két űrhajót, (a Földről nézve) egymásra merőleges irányban egyenként $v = 3/5c$ sebességgel. Az egyik űrhajó mozogjon az x irányban a másik az y irányban!

- Írjuk fel az űrhajók négyessebességeit!
- Térjünk át az x irányba mozgó űrhajóhoz rögzített vonatkoztatási rendszerbe! Adjuk meg itt a másik űrhajó négyessebességét!
- Mekkora és milyen irányú a másik űrhajó szokásos sebessége ebben a rendszerben?

3.) Feladat

A kvantummechanika kísérleti előzményeinek egyik fontos állomása az ún. Compton effektus felfedezése volt. (Artur Holly Compton 1892 – 1962. Nobel díj: 1927) Ez jelentette kísérleti bizonyítékát annak, hogy az Einstein által kitalált fotonnak impulzusa is van.

Egy ω_0 frekvenciájú foton egy kezdetben nyugvó elektronnal ütközik. Az ütközés („szórás”) során az elektron meglökődik, p impulzussal kezd el mozogni, a foton pedig egyrészt veszít az energiájából, másrészt eredeti mozgásirányához képest ϑ szöveget bezáróan halad tovább. A kísérlet során ezt a szórt fotonot detektáljuk.

- Válasszunk kényelmes koordinátarendszert! Rajzoljunk ábrát a folyamatról!
- Írjuk fel a rendszer (teljes) négyes-impulzusát a szóródás előtt és után!

- c.) Írjuk fel a négyes-impulzus megmaradást, ez alapján adjuk meg a szóródó foton körfrekvenciáját az eltérülés irányának függvényében: $\omega(\mathcal{G}) = ?$
-

4.) Feladat

Két részecske tökéletesen rugalmas ütközését vizsgáljuk. A két részecske egy közös egyenes pálya mentén mozog, egyikük nyugalmi tömege $m_{0,1}$, (szokásos) sebessége v_1 , a másik részecske nyugalmi tömege $m_{0,2}$, sebessége v_2 . Pályájuk a jelöli ki a koordináta-rendszerünk x -tengelyét.

- a.) Írjuk fel a részecskék p_1^μ és p_2^μ négyes-impulzusait! Idézzük fel, hogyan értelmezzük ezek komponenseit?
- b.) Írjuk fel a négyesimpulzus megmaradást az ütközésre, szörnnyedjünk el!

Nemrelativisztikus ütközések leírásakor nagyon hasznos volt áttérni a két részecske tömegközépponti rendszerébe, itt ugyanis könnyen fel tudtuk írni az ütközés utáni sebességeket. Nézzük meg, hogyan kell ezt csinálni relativisztikusan!

- c.) Írjuk fel a részecskék p_1^μ és p_2^μ négyes-impulzusainak összegét!
- d.) Írjunk fel egy általános W sebességű x -irányú Lorentz-boostot, és segítségével számítsuk ki az össz-négyesimpulzust egy W sebességgel mozgó rendszerben!
- e.) Adjuk meg, mekkorának kell választani V -t, hogy az négyesimpulzus térszerű komponensei (azaz a szokásos impulzusvektor) eltűnjenek. Ezt a sebességet definiálhatjuk a tömegközéppont V_{TK} sebességeként.
- f.) Térjünk át a tömegközépponti rendszerbe, és adjuk meg itt a részecskék ütközés előtti és utáni négyesimpulzusait. Hogy megkíméljük magunkat a sok rettenetes gyöktől, használjunk rapiditásokat a sebességek helyett.
- g.) Térjünk vissza az eredeti rendszerbe, adjuk meg a részecskék ütközés utáni négyesimpulzusait!
-