

9. statisztikus fizika gyakorlat

2023. május 19.

1. A grafén egy kétdimenziós, tiltott sáv nélküli félvezető. Megmutatható (például szoros kötésű közelítést felhasználva), hogy a Brillouin-zónában két nemekvivalens Dirac-pont van, amelyekben az energiasávok csúcsuknál illeszkedő kúpokat alkotnak, azaz a diszperzió lineáris: $|\varepsilon(\mathbf{p})| = c|\mathbf{p} - \mathbf{p}_0|$ (a c meredekség mindkét Dirac-pontban ugyanaz). A semleges grafénben a Fermi-energia a Dirac-pontoknak megfelelő 0 energián van (a Fermi-energia alatti alsó elektronsáv teljesen be van töltve). Külső feszültség hatására azonban elektronok jelennek meg a felső sávban, azaz a Fermi-energia pozitív lesz. Az ennek a sáv szerkezetnek megfelelő kétdimenziós ultrarelativisztikus elektrongázt vizsgáljuk alacsony hőmérsékleten.
 - (a) Alapállapotban az $\varepsilon_F = 0$ Fermi-energiáig töltve van minden állapot. Mi történik kvalitatíven a betöltésekkel, ha elkezdjük megemelni a hőmérsékletet?
 - (b) Egyetlen $\varepsilon(\mathbf{p}) = c|\mathbf{p} - \mathbf{p}_0|$ sávot figyelembe véve Mekkora az ε energiájú állapot degenerációja?
 - (c) Határozzuk meg a $\rho(\varepsilon)$ állapotűrűséget! Milyen az energiafüggés?
 - (d) Határozzuk meg nulla hőmérsékleten a kémiai potenciál (Fermi-energia) és a felső sávban lévő elektronsűrűség közötti kapcsolatot!
 - (e) Ismételjék át a Bethe–Sommerfeld sorfejtés lépéseit!
 - (f) A részecskeszámra felírt Bethe–Sommerfeld-sorfejtésből határozzuk meg a kémiai potenciál hőmérsékletfüggését $k_B T \ll \mu$ esetén!
 - (g) Határozzuk meg az átlagos energia hőmérsékletfüggését!
 - (h) Határozzuk meg az alacsony hőmérsékleti hőkapacitást! Milyen a hőmérsékletfüggés?
2. Vizsgáljuk meg a fotongázt mint lineáris diszperziójú ideális bozonrendszert!
 - (a) Mekkora a fotongáz kémiai potenciálja egyensúlyban?
 - (b) Vezessük le és diszkutáljuk a Planck-féle sugárzási törvényt!
 - (c) Vizsgáljuk meg egyensúlyban az átlagos energiát és az átlagos részecskeszámot!
 - (d) Mekkora a fotongáz nyomása?
 - (e) Mekkora az izoterm kompresszibilitás?
 - (f) Miért nincs a fotongázban Bose-kondenzáció?

Példák otthoni gyakorlásra:

1. Vizsgáljuk meg az alacsony hőmérsékletű *háromdimenziós* ultrarelativisztikus Fermi-gázt!
 - (a) Először fejezzük ki a $T = 0$ hőmérsékletű esetben az $\langle N \rangle$ átlagos részecskeszámot és az $\langle E \rangle$ átlagos energiát a Fermi-energia függvényében.
 - (b) Határozzuk meg az $\langle N \rangle$ átlagos részecskeszámot az alacsony hőmérsékletű limeszben (Segítség: alkalmazva a Bethe–Sommerfeld-sorfejtést, határozzuk meg a $T = 0$ érték vezető rendbeli korrekcióját.)
 - (c) Hasonló módon eljárva határozzuk meg az $\langle E \rangle$ átlagos energiát az alacsony hőmérsékletű limeszben.
 - (d) Határozzuk meg a hőkapacitást!
 - (e) Határozzuk meg az egy részecskére jutó átlagos energiát T szerint vezető rendben!