

7. statisztikus fizika gyakorlat

2023. április 24.

1. A klasszikus ideális gáz egyrészecskés kanonikus állapotösszege $Z_1 = \frac{V}{\lambda_T^3}$, ahol $\lambda_T \propto \frac{1}{\sqrt{T}}$ a gáz termikus de Broglie-hullámhossza.
 - (a) Határozzuk meg a Z_N N -részecskés kanonikus állapotösszeget T hőmérsékleten!
 - (b) Határozzuk meg a \mathcal{Z} nagykanonikus állapotösszeget T hőmérsékleten μ kémiai potenciál mellett!
 - (c) Határozzuk meg a $\Phi(T, V, \mu)$ nagykanonikus potenciált!
 - (d) Határozzuk meg a $\langle N \rangle$ átlagos részecskeszámot és a részecskék számának $\langle \delta N^2 \rangle$ varianciáját!
 - (e) Mekkora a részecskeszám $\frac{\sqrt{\langle \delta N^2 \rangle}}{\langle N \rangle}$ relatív szórása?
 - (f) Határozzuk az energia várhatóértékét!
2. Vizsgáljunk egy óriás abszorbens molekula és egy adott p nyomású és T hőmérsékletű ideális gáz kölcsönhatását. A molekula legfeljebb két atomot tud megkötni a gázmolekulákból. Ha egy atom van megkötve a molekulán akkor a kötési energia $-u$, ha két atom van megkötve a molekulán akkor a kötési energia $-2v$.
 - (a) Határozzuk meg a \mathcal{Z} nagykanonikus állapotösszeget!
 - (b) Határozzuk meg a Φ nagykanonikus potenciált!
 - (c) Határozzuk meg az abszorbeált gáZRészecskék átlagos számát a hőmérséklet és a nyomás függvényében, $\langle N_{\text{absz}} \rangle$!
 - (d) Határozzuk meg a megkötött részecskék számának varianciáját a hőmérséklet és nyomás függvényében!
 - (e) Vizsgáljuk meg a $p \rightarrow 0$ és a $p \rightarrow \infty$ határeseteket!
3. Tekintsünk egy valamilyen abszorbens felületre lerakódó szén-monoxid molekulákból álló rendszert! A rács-gáz-modellben N lehetséges pozícióra kötődhetnek CO molekulák, és a molekulák polarizációja két elmentés irányban állhat. Mindkét állapotban ε energianyereséggel jár egy molekula megkötése. Vizsgáljuk T hőmérsékleten és μ kémiai potenciál mellett a rendszert!
 - (a) Mekkora a \mathcal{Z} nagykanonikus állapotösszeg?
 - (b) Határozzuk meg a Φ nagykanonikus potenciált!
 - (c) Mekkora az $\langle n \rangle$ átlagos részecskeszám? Mekkora kémiai potenciál esetén lesz alapállapotban mind az N rácshely betöltve?
 - (d) Határozzuk meg az \mathcal{S} entrópiát!
 - (e) Feltéve, hogy alapállapotban $\langle n \rangle = N$, mekkora az entrópia a $T \rightarrow 0$ limeszben? Értelmezzük az eredményt!

Példák otthoni gyakorlásra:

1. Tekintsünk egy V térfogatú zárt rendszert és ezen belül egy kisebb v térfogatú részrendszert. Míg a teljes V térfogatú rendszerben mind az energia, mind a részecskeszám fix, addig a kisebb, v térfogatú rendszerre tekinthetünk úgy mint egy nyílt rendszerre, mely számára a maradék $V - v$ térfogatú külső rendszer hő- és részecske forrásként szolgál, vagyis a v térfogatú rendszer tulajdonságait nagykanonikus sokaságban tudjuk vizsgálni.
 - (a) Adjunk általános összefüggést a nagykanonikus és a kanonikus állapotösszegek között!
Segítség: Írjuk fel a nagykanonikus állapotösszeget részecskeszám szerinti összegzésként.

- (b) Ennek segítségével fejezzük ki az átlagos részecskeszámot és a részecskék számának varianciáját!
- (c) Határozzuk meg egy adott n részecskés állapot valószínűségi súlyfüggvényét! Milyen jól ismert valószínűségi eloszlás ez?
Segítség: Használjuk az (a) feladatbeli összegzésben az egyes részecskeszámhoz tartozó súlyokat.
2. Egy felületen van N_0 abszorpciós pozíció. Adott T hőmérsékleten a felület $N \leq N_0$ molekulát abszorbeált. Egyetlen molekula abszorpciója ε energianyereséggel jár. Számoljuk ki az abszorbeált gáz kémiai potenciálját N függvényében!
- (a) Mekkora a Z_N N -részecskés állapotösszeg?
- (b) Mekkora a \mathcal{Z} nagykanonikus állapotösszeg μ kémiai potenciál mellett?
- (c) Határozzuk meg a $\Phi(T, V, \mu)$ nagykanonikus potenciált!
- (d) Határozzuk meg az $\langle N \rangle(\mu)$ átlagos abszorbeált molekulaszámot!
- (e) Inverzióval határozzuk meg a $\mu(\langle N \rangle)$ függvényt!