Extra példák

1. feladat Tekintsük a V térfogatba zárt, N megkülönböztethetetlen klasszikus ideális gázatomból álló rendszert!

(a) Határozzuk meg *mikrokanonikus* sokaságban az $\Omega_\mathrm{T}(E,V,N)$ állapotszámot,

(b) az $S(E,V,N)$ entrópiát,

(c) a $T(E,V,N)$ hőmérsékletet,

(d) és Legendre-transzformációval az $F_\mathrm{mik}(T,V,N) = E - TS$ szabadenergiát!
(A végső eredményhez mindenhol helyettesítsük E-t a $T(E)$ függvény inverzéből!)

(e) Most határozzuk meg *kanonikus* sokaságban T hőmérsékleten a Z állapotösszeget

(f) és az $F(T,V,N)$ szabadenergiát! Mutassuk meg, hogy a kétféle szabadenergia termodinamikai limeszben megegyezik!

2. feladat Egy Θ tehetetlenségi nyomatékú térbeli rotátor Hamilton-függvénye

$$\mathcal{H}(\vartheta,\varphi,p_\vartheta,p_\varphi) = K = \frac{p_\vartheta^2}{2\Theta} + \frac{p_\varphi^2}{2\Theta\sin^2\vartheta}$$

(egy gömbfelszínen való mozgásról van szó, vagyis részecskénként két szabadsági fok van). Vizsgáljuk mikrokanonikus sokaságban az $N \gg 1$ darab, ilyen megkülönböztethetetlen részecskéből álló rendszert!

(a) Írjuk fel az Ω_T állapotszám definiáló képletét erre a rendszerre, és számoljuk is ki ezt! Tipp: először fix szögváltozók esetén határozzuk meg az impulzuskomponensekre történő integrálok által definiált térfogatot!

(b) Határozzuk meg az S entrópiát,

(c) T hőmérsékletet

(d) és a C_V hőkapacitást!

(e) Teljesül-e a III. főtétel?

3. feladat Tekintsük N megkülönböztethető *háromdimenziós, kvantumos* harmonikus oszcillátor összességét! Határozzuk meg T hőmérsékleten

(a) a Z kanonikus állapotösszeget! Tipp: statisztikus fizikai szempontból van-e jelentősége annak, hogy $\widehat{H} = \widehat{H}_1 + \widehat{H}_2$-ben az egyes Hamiltonik két külön részecskéhez tartoznak, vagy egyetlen részecske két független szabadsági fokához?

(b) Határozzuk meg a rendszer F szabadenergiáját,

(c) az $\mathcal{S}$ entrópiáját,

(d) és *ebből* a C_V hőkapacitást!

4. feladat Tekintsünk B mágneses térbe helyezett $S = 1$ spinű részecskéket! Ha a koordinátarendszer z tengelyét a tér irányában vesszük fel, akkor egy részecske energiáját $\widehat{\mathcal{H}} = -\frac{\mu B}{\hbar}\widehat{S}_z$ adja meg, ahol $\widehat{S}_z$ a szokásos (impulzusmomentum dimenziójú) spin operátor z komponense ($\widehat{S}_z\left|m_s\right\rangle = \hbar m_s\left|m_s\right\rangle$). A rendszerünk N ilyen megkülönböztethető részecskét tartalmaz. Határozzuk meg T hőmérsékleten

(a) a Z kanonikus állapotösszeget,

(b) az $\langle E\rangle$ átlagenergiát

(c) és az átlagos mágnesezettséget ($\widehat{m} = \frac{\mu\widehat{S}_z}{\hbar}$)!

(d) Mekkora a kis terű limeszben a mágnesezettség?

(e) Milyen a szuszceptibilitás hőmérsékletfüggése?

5. feladat Vizsgáljuk a Θ tehetetlenségi nyomatékú, d dipólmomentumú klasszikus rotátort T hőmérsékletű környezetben, E elektromos térerősség jelenlétében!

(a) Milyen valószínűséggel mutat a rotátor a tér adott irányának kis környezetébe?

(b) N darab rotátor esetén mekkora az átlagos elektromos polarizáció és a dielektromos szuszceptibilitás?