Példák: Magnetosztatika, mágneses anyagok

I. SZOLENOID FELETT EGY KÖRÁRAM (A TÍPUSÚ)

Adott egy szolenoid amelynek tengelye a z-tengely mentén van s amely $\mathbf{B}$ mágneses teret generál. A szolenoid fölé (Fig. 1) helyezünk egy kör alakú huzalt, amelyben I áram folyik. A kör középpontját is metszi a z tengely. A kör bármelyik pontján a mágneses tér a körből "kifelé" (Fig. 2) mutat, és a kör síkjával θ szöget zár be. Számolja ki a körhuzalra ható teljes erőt!

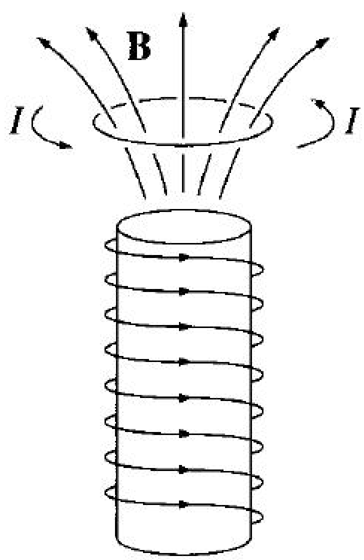

FIG. 1. Köráram szolenoid fölött.

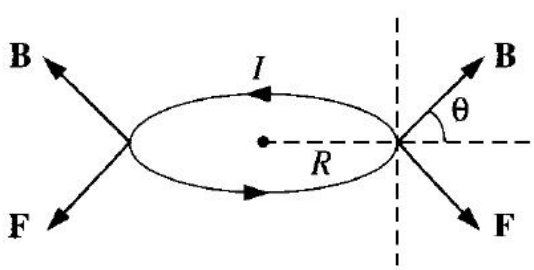

FIG. 2. Mágneses tér, erő, kör, viszonya.

II. KOCKA MÁGNESES DIPÓLNYOMATÉKA (A TÍPUSÚ)

Adott egy a oldalélű kocka, amelynek egyik csúcsa az origóban van és 3 éle az (x, y, z) koordinátatengelyekre illeszkedik. A kocka következő 6 kijelölt csúcsát

$$\begin{array}{lll} P_1 = (0,0,0) & P_2 = (0,0,a) & P_3 = (a,0,a) \\ P_4 = (a,a,a) & P_5 = (a,a,0) & P_6 = (0,a,0) \end{array} \quad (1)$$

vezetővel összekötjük, ami két egymás követő pont között egyenes mentén halad. Ezáltal egy zárt hurkot kapunk, amibe I egyenáramot vezetünk.

Határozza meg az áramvonal mágneses momentumát, ha az összekötés sorrendje a következő:

1. $P_1 - P_2 - P_3 - P_4 - P_5 - P_6 - P_1$!
2. $P_1 - P_3 - P_5 - P_6 - P_2 - P_4 - P_1$!

III. DRÓT (A TÍPUSÚ)

I áram folyik egy hosszú egyenes a sugarú kör kereszt-metszetű, drótban. Ha a drót anyagának szuszceptibilitása χ_m, és az áram eloszlása homogén, számolja ki a mágneses teret a sugár függvényében!

IV. KOAX KÁBEL (B TÍPUSÚ)

Egy koax kábel két vékony, végtelen hosszú, vezető csőből áll (sugaruk $a < b$). A két cső közötti részben χ_m szuszceptibilitású anyag van. A a sugarú csőben az és a b sugarú csőben az áramok iránya ellentétes, nagyságuk I. Számolja ki a mágneses teret a két cső közötti részben! Ellenőrizze az eredményt a szabad és kötött áramok kiszámolásaval, és az azok alapján számolt terek összehasonlításával!

V. ÜREGEK EGY NAGY MÁGNESBEN (B TÍPUSÚ)

Adott egy nagy mágnes, amelyben a mágneses indukció $\mathbf{B_0}$, és a t'ererősség $\mathbf{H_0} = (1/\mu_0)\mathbf{B_0} - \mathbf{M}$.

1. Egy kis gömb alakú üreget vájunk ebben a mágnesben. Számolja ki a mágneses teret, valamint a $\mathbf{H}$-t a $\mathbf{B_0}$ és $\mathbf{M}$ függvényében az üreg középpontjában.
2. Számolja ki ugyanezeket a mennyiségeket abban az esetben, ha egy tű alakú üreget vájunk a szigetelőben.

3. Számolja ki ugyanezeket a mennyiségeket abban az esetben, ha egy korong alakú üreget vájunk a szigetelőben.

[A vájt üregek elég kis méretűek ahhoz, hogy $\mathbf{M}, \mathbf{B_0}, \mathbf{H_0}$ homogénnek tekinthetők. Segítség: az üregek kivájásának ugyanaz a hatása, mintha egy ellentétes irányban polarizált, az üreg alakjával megegyező tárgyat helyeznénk az üreg helyébe.]

VI. DIPÓLUSOK (B TÍPUSÚ)

Adott egy dipólus, m_1, amely a z tengely irányába mutat és az origóban található. Adott még egy dipólus, m_2, amely szintén a z tengely irányába mutat, és a $(0, 0, a)$ pontban található. Számolja ki az m_2 dipólusra ható erőt kétféleképen!

1. Először számolja ki az m_1 dipólus terét a $(0, 0, a)$ pontban, majd számolja ki az erőt!

2. Az I példa eredménye alapján! (Az m_1 dipólus tere megfeleltethető a szolenoid terének, az m_2 dipólus a köráramnak. A feladat a köáram dipólussá "alakítása" a megfelelő limeszek elvégzésével. A köráram területével nullához kell tartani, úgy, hogy $m_2 = I\pi R^2$ konstans marad.)

További gyakorlásra

VII. EGYENLETES MÁGNESEZETTSÉGŰ HENGER (A TÍPUSÚ)

Adott egy végtelen hosszú, R sugarú henger, amelynek mágnesezettsége $\mathbf{M}$ konstans és a tengelyével párhuzamos. Határozza meg a mágneses teret a hengeren belül és kívül!

VIII. INHOMOGÉNEN MÁGNESEZETT HENGER (A TÍPUSÚ)

Egy végtelen hosszú R sugarú hengerben $\mathbf{M}$ állandó mágnesezettség van jelen, amely a tengellyel párhuzamos, és

$$\mathbf{M} = kr\hat{\mathbf{z}} \tag{2}$$

ahol k egy állandó, r a radiális távolság. Számolja ki a mágneses teret a következő két módszerrel:

1. Határozza meg a kötött áramokat, és ezekből számolja ki a tereket!

2. Használja Ampère törvényét!

IX. MÁGNESES ANYAGGAL TÖLTÖTT SZOLENOID (A TÍPUSÚ)

Egy végtelen szolenoidot (n menet per egységnyi hosszúság, I áram) megtöltünk χ_m szuszceptibilitású (lineáris) anyaggal. Számolja ki a $\mathbf{H}$-t és a $\mathbf{B}$-t a szolenoidon belül!

X. MÁGNESEZETT HENGER (B TÍPUSÚ)

Adott egy végtelen R sugarú henger, amelynek mágnesezettsége $\mathbf{M} = kr^2\hat{\phi}$. Határozza meg a mágneses teret a hengeren belül és kívül!

XI. VÉGES MÁGNESEZETT HENGER (B TÍPUSÚ)

Adott egy L hosszúságú, a sugarú henger, amelynek mágnesezettsége $\mathbf{M}$, a tengelyével párhuzamos. Határozza meg a kötött áramot, és készítsen rajzot a mágneses terről a következő három esetben: $L >> a$, $L << a$, $L \approx a$!

XII. NÉGYZET ALAPÚ MÁGNESEZETT TOROID (B TÍPUSÚ)

Adott egy véges négyzet alapú hosszú tégla, az oldalak hosszúsága a, a, L, és amelynek mágnesezettsége $\mathbf{M}$ a tengelyével párhuzamos. Ezt a testet behajlítjuk, kör alakba, úgy, hogy egy $a \times a$ négyzet alapú toroidot válik belőle, viszont, a végek nem találkoznak teljesen, hanem marad egy w szélességű rés ($w << a << L$). Mekkora a mágneses tér a rés középpontjában?

[Segítség: a szuperpozíció-elv alapján a rést tekinthetjük egy olyan tartománynak, amelyben a toroid mágnesezettségével ellentétes irányú mágnesezettség van.]

XIII. A KÖTÖTT ÁRAM FOGALOM FIZIKAI JELENTÉSE (B TÍPUSÚ)

Egy mágneses testet, tekinthetünk apró köráramok összességének, úgy ahogy a 3 ábrán látható. Legyen a kis körök területe a, és a minta vastagsága t. A mágnesezettség függvényében a dipólmomentum $m = Mat$. A keringő áram I függvényében $m = Ia$, azaz $I = Mt$, így a felületi áram $K_b = I/t = M$. Az ábra alapján úgy is írhatjuk, hogy

$$\mathbf{K}_b = \mathbf{M} \times \hat{\mathbf{n}}. \tag{3}$$

Ebből az ábrázolásból az is nyilvanvaló, hogy a test felső és alsó részén az áram nulla. $\mathbf{M}$ és $\hat{\mathbf{n}}$ párhuzamosak.

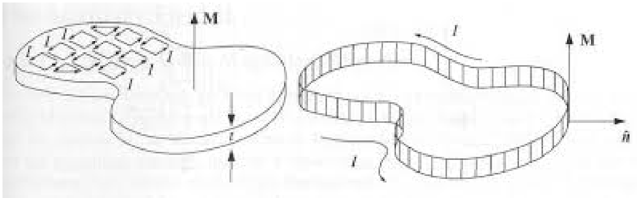

FIG. 3. Mágnesezett anyag ábrázolása.

Vegyünk fel egy koordináta rendszert, amelyben az xy-sík az 3 ábrában mutatott test felületével párhuzamos, a z-tengely pedig a mágnesezettség irányával. Tegyük fel, hogy a mágnesezettség nem egyenletes.

1. Mutassa meg, hogy két szomszédos köráram mágnesezettsége más, akkor

$$I_x = [M_z(y+dy) - M_z(y)]dz = \frac{\partial M_z}{\partial y} dydz, \tag{4}$$

azaz a kötött áram

$$(J_b)_x = \frac{\partial M_z}{\partial y}. \tag{5}$$

2. Mutassa meg, hogy ha a mágnesezettség az y irányban sem homogén, akkor

$$(J_b)_x = -\frac{\partial M_y}{\partial z}. \tag{6}$$

Általánosan igaz, hogy

$$\mathbf{J}_b = \nabla \times \mathbf{M}. \tag{7}$$