

## Példák: Magnetosztatika, mágneses anyagok

### I. KÖNYVTÁMASZ ALAKÚ HUOK MÁGNESES DIPÓLMOMENTUMA

Adott az ábrán látható vezető alakzat (hurok), amelynek minden éle  $w$  hosszúságú. A hurokban  $I$  áram folyik. Határozza meg az áramvonal mágneses dipólmomentumát!

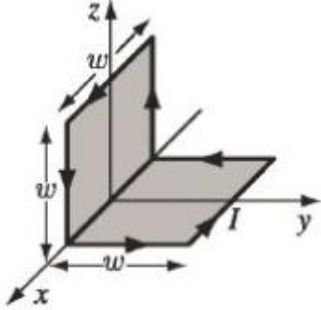


FIG. 1.

### II. KÖRÁRAM

Adott egy  $R$  sugarú, kör alakú áramvezető, amelyben  $I$  áram folyik. A körvonal forgástengelye a  $z$  tengely, a kör centruma az origó.

1. A Biot-Savart törvényt alkalmazásával határozza meg a  $\mathbf{B}$  térerősséget a  $z$  tengely mentén!
2. A  $\mathbf{B}$  ismeretében határozza meg a mágneses skalárpotenciált  $\Psi_m(z)$ -t a tengely mentén!
3. Vizsgálja meg a  $\Psi_m(z)$  egyértékűségét a  $z$  tengely mentén és a  $\pm\infty$  limeszekben!

### III. MÁGNESEZETT GÖMB

Adott egy  $R$  sugarú gömb, amelyben homogén és állandó  $\mathbf{M} = M\hat{\mathbf{z}}$  mágneszettségű permanens mágneses anyag van (ún.: "gömbmágnes"). Ennek mágneses tere ismert.

A gömbön belül (legyen ez a 2-es tartomány):

$$\mathbf{H}_2 = -\frac{1}{3}\mathbf{M}, \quad \mathbf{B}_2 = \mu_0\frac{2}{3}\mathbf{M}. \quad (1)$$

A gömbön kívül (legyen ez az 1-es tartomány) a mágneses skalár potenciál egy  $\mathbf{m} = m\hat{\mathbf{z}}$  pontszerű dipólus

terével adható meg, azaz

$$\Phi_1(r) = \frac{1}{4\pi} \frac{m \cos \theta}{r^2}. \quad (2)$$

Ahol  $(r, \theta, \phi)$  gömbi koordináták. Valamint

$$\mathbf{m} = \frac{4\pi R^3}{3}\mathbf{M}. \quad (3)$$

1. Helyezzük el ezt a gömbmágneset egy  $\mathbf{B}_0 = \mu_0\mathbf{H}_0 = B_0\hat{\mathbf{z}}$  homogén mágneses térbe úgy, hogy az  $\mathbf{M}$  ne változzon meg (permanens mágnesről van szó)! Határozzuk meg az eredő  $\mathbf{B}$ -t és a  $\mathbf{H}$ -t a gömb belsejében!
2. Legyen most a gömbmágnes anyaga egy lineárisan mágnesezhető anyag, azaz amelyre igaz, hogy  $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H} = \mu_0\mu_r\mathbf{H}$ . Az első kérdésre adott válasz ismeretében határozza meg az  $\mathbf{M}$  és a  $\mathbf{B}_0$  közötti kapcsolatot!  
Megjegyzés: A kapott összefüggés elektrosztatikus analógiájával már találkoztunk a Clausius-Mosotti egyenlet tárgyalásakor.
3. Vizsgáljuk meg, hogy a második kérdésben tárgyalt elrendezésnél mi a kapcsolat a gömbmágnes belsejében lévő  $\mathbf{B}$  és a  $\mathbf{B}_0$  között paramágneses és diamágneses anyag esetén! Vázzuk fel a mágneses indukciós vonalakat!

### IV. A VEKTORPOTENCIÁL HATÁRFELTÉTELEI

1. Ismert az  $\mathbf{A}(\mathbf{r})$  mágneses vektorpotenciál Coulomb mértékben. Írja fel két mágnesezhető közeg határán az  $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ -ra vonatkozó határfeltételeket!
2. Írjuk fel a vektorpotenciált az előző feladatban megoldott mágnesezett gömbre a gömbön belül és kívül! Mutassuk meg, hogy teljesülnek rá a határfeltételek!

### V. SÍKLAP ÉS DIPÓLUS

Egy  $2a$  vastagságú síklapban  $\mathbf{J} = J_0\hat{\mathbf{z}}$  áram folyik. A síklapot felezi az  $yz$  sík, azaz  $x = -a$  és  $x = a$  síkok között van. Egy mágneses dipólus  $\mathbf{m} = m_0\hat{\mathbf{x}}$  van az origóban.

1. Határozza meg a dipólusra ható erőt!
2. Határozza meg a dipólusra ható erőt, ha a dipólmomentum  $\mathbf{m} = m_0\hat{\mathbf{y}}$ !
3. Az elektrosztatikus esetben  $\mathbf{F} = \nabla(\mathbf{p} \cdot \mathbf{E})$  és  $\mathbf{F} = (\mathbf{p} \cdot \nabla)\mathbf{E}$  ekvivalensek, de ez nem igaz a mágneses analógiákra. Miért? Számolja ki a  $(\mathbf{m} \cdot \nabla)\mathbf{B}$  kifejezést a fenti két esetben!