

Példák: Mágneses anyagok

I. TOROID ALAKÚ RÉZMAG VASSAL KITÖLTÖTT RÉSEL (A TÍPUSÚ)

Adott egy rézből készült toroid $\mu_r \approx 1$. A toroid középkörének a sugara R_0 és a keresztmetszete egy a oldalú négyzet ($a \ll R_0$). Ezt a rézmagot az N menetből álló sűrű tekercselés teljesen befedi. A rézmagon egy vékony keresztirányú rést készítettünk, amelynek a mérete $d = 0.05R_0$. A rést egy $B(H)$ hiszterézissel rendelkező ferromágneses anyag tölt ki.

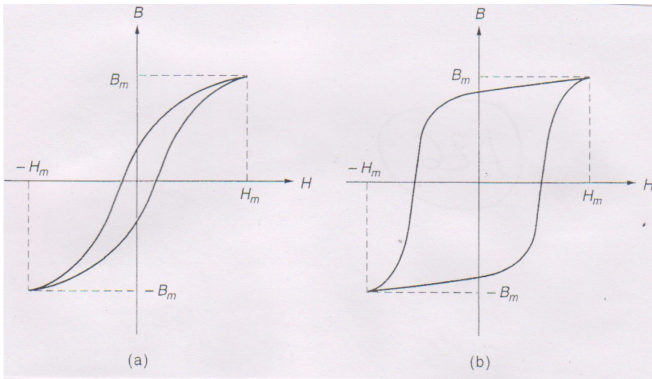


FIG. 1. A rést kitöltő vasanyagok hiszterézis görbéi

- Írja fel az Ampère törvényt a toroid középvonalára, ha a tekercsben I áram folyik!
- Adja meg a légrésnél érvényes határfeltételeket!
- Az ábrán megadott $B(H)$ görbék ismeretében, grafikus módszerrel határozza meg a B értékét a toroid belsejében (a középkör mentén):
 - ha az áram $I_0 > 0$,
 - ha az áram $I_0 < 0$,
 - ha az áram $I_0 = 0$!

II. NEMLINEÁRIS HISZTERÉZISMENTES ANYAG (A TÍPUSÚ)

Egy (hiszterézismentes) mágnesezhető anyag $M(B)$ függvénye a következő:

$$M(B) = \begin{cases} M_0 \frac{B}{B_0} \left(2 - \frac{B}{B_0}\right), & \text{ha } B \leq B_0 \\ M_0, & \text{ha } B \geq B_0. \end{cases} \quad (1)$$

- Rajzolja fel az $M(B)$ függvényt!
- Határozza meg a $B(H)$ függvényt!
- Rajzolja fel a $B(H)$ függvényt!

- A fenti anyagból készítettünk egy (toroid alakú) gyűrűt. Ennek a belső sugara a , a külső sugara pedig $b = 4a$. A gyűrű vastagsága h . A gyűrű forgás tengelyébe egy végtelen hosszú egyenes vezetőt helyeztünk. Minimálisan mekkora I áramnak kell folynia a vezetékben ahhoz, hogy a gyűrű anyaga az egész térfogatában telített állapot legyen, azaz $B \geq B_0$ mindenhol a gyűrűben?

III. GYŰRŰS JÁTÉK (A TÍPUSÚ)

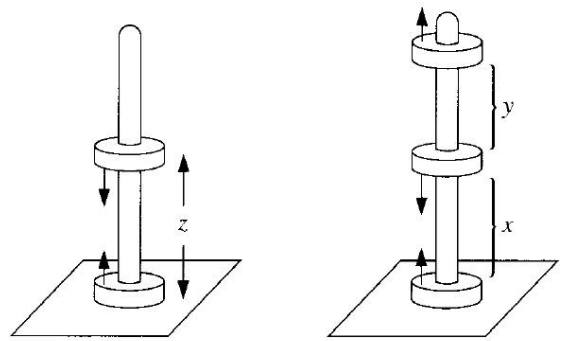


FIG. 2. Mágneses gyűrűkből álló gyerekjáték

A 2. ábra egy mágnesgyűrűkből álló gyerekjátékot ábrázol. A gyűrűk mágnesezettsége a függőleges rúddal párhuzamos. A gyűrűket tekintjük \mathbf{m} dipólmomentumú mágneseknek, melyeknek tömege m_d .

- Ha két gyűrűt a úgy helyezünk a rúdra, hogy a mágneses dipólmomentumok ellentétes irányba mutatnak, az felső gyűrű "lebegni" fog, azaz a gravitáció és a mágneses erő kiegyensúlyozzák egymást. Milyen magasságban van a felső gyűrű az alsóhoz képest (z a 2. ábra baloldali részén)?
- Ha egy harmadik gyűrűt is a rúdra húzunk, úgy, hogy a harmadik gyűrű dipólmomentumának iránya az alsóéval megegyezik, határozza meg a két magasság (x, y a 2. ábra jobboldali részén) arányát!

IV. GÖMB ALAKÚ ÜREG HOMOGENEN MÁGNESEZETT KÖZEGBEN (B TÍPUSÚ)

A teret teljes egészében egy homogén, izotróp permanens mágneses anyag tölti ki. Legyen ebben a mágnesezettség konstans \mathbf{z} irányú és M nagyságú. Vágjunk ki ebből az anyagból egy R sugarú gömb alakú tartományt, amelynek centruma az origóban van, és amiben ettől kezdve vákuum (levegő) van.

- Adja meg a mágneses skálár potenciál általános alakját a gömbön kívül és belül! Tudjuk, hogy ebben az elrendezésben (is) a mágneses skálár potenciál pontos kifejezése a dipólus rendnél magasabb tagokat nem tartalmaz. Határozzuk meg az ismeretlen együtthatókat a határfeltételekből!
- A skálárpotenciálból számítsuk ki \mathbf{B} -t és \mathbf{H} -t a gömbön belül és kívül!
- Mutassuk meg, hogy az így kapott eredmény ugyanaz, mintha a teljes teret kitöltő konstans mágnesezettségű anyag mágneses terére egy vele ellentétesen mágnesezett R sugarú gömbmágnes mágneses terét szuperponálnánk!

V. DIPÓLUS MÁGNESEZETT GÖMB KÖZÉPPONTJÁBAN (B TÍPUSÚ)

Egy mágneses dipólus, \mathbf{m} , egy R sugarú gömb középpontjában van. A gömb μ permeabilitású lineáris anyagból van.

- Mutassa meg hogy a gömbön belül a mágneses tér

$$\frac{\mu}{4\pi} \left\{ \frac{1}{r^3} [3(\mathbf{m} \cdot \hat{\mathbf{r}}) - \mathbf{m}] + \frac{2(\mu_0 - \mu)\mathbf{m}}{(2\mu_0 + \mu)R^3} \right\}. \quad (2)$$

- Mi a mágneses tér a gömbön kívül?

VI. FORGATÓNYOMATÉK (B TÍPUSÚ)

Mutassa meg, hogy a forgatónyomaték bármilyen stationárius árameloszlás esetében állandó \mathbf{B} mágneses térnél $\mathbf{m} \times \mathbf{B}$!

További gyakorlásra

VII. TOROID ALAKÚ VASMAG (A TÍPUSÚ)

Adott egy toroid alakú vasmag. A toroid középkörének a sugara R_0 és a keresztmetszete egy a oldalú négyzet ($a \ll R_0$). A toroidon N menetes (sűrű) tekercs van, amelyben I áram folyhat. A toroid légrésének a mérete $d = 0.05R_0$. A vasmagot teljesen felmágneseztük, majd az áramot kikapcsoltuk. Ismerjük a toroid "vasanyagának" az $M(B)$ hiszterézis görbéjét, amelynek a szimmetria miatt csak egy (linearizált) részlete látható a megadott ábrán, két féle anyag esetén. Az M_T és B_T telítési adatok ismertek mindkét esetben.

- Rajzolja fel a megadott vasanyagok teljes $B_1(H)$ és $B_2(H)$ görbéjét!
- Írja fel az Ampère törvényt a toroid középvonalára, ha a tekercsben I áram folyik!

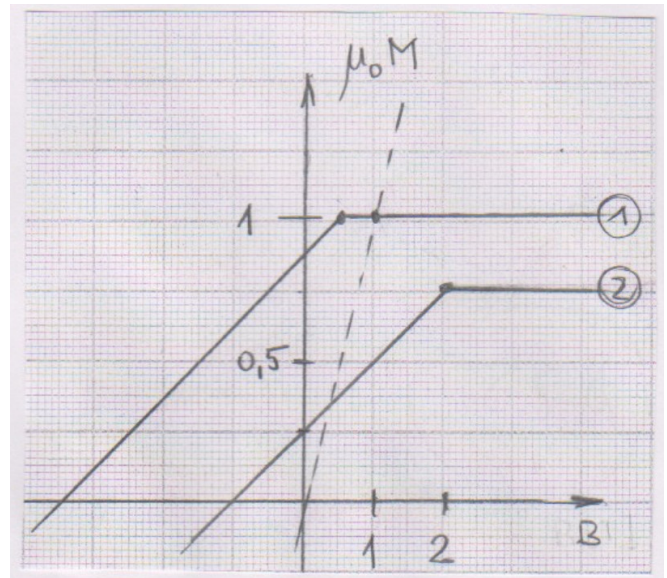


FIG. 3. Kétféle vasmag hiszterézis görbéje

- Adja meg a légrésnél érvényes határfeltételeket!
- A $B(H)$ görbék ismeretében (mindkét esetben), grafikus módszerrel határozza meg a B értékét a toroid belsejében (a középkör mentén), ha az áramot kikapcsoltuk, azaz $I = 0$ és "lemágnesezés" nem történt!

VIII. FERROMÁGNESESSÉG (A TÍPUSÚ)

Az előadáson tanultuk, hogy egy dipólus energiája egy külső mágneses térben

$$U = -\mathbf{m} \cdot \mathbf{B}. \quad (3)$$

és ezért két dipólus kölcsönhatás energiája

$$U = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{r^3} [\mathbf{m}_1 \cdot \mathbf{m}_2 - 3(\mathbf{m}_1 \cdot \hat{\mathbf{r}})(\mathbf{m}_2 \cdot \hat{\mathbf{r}})]. \quad (4)$$

alakban írható.

Fejezze ki a fenti eredményt a dipólusok orientációját leíró szögek segítségével, és határozza meg a két mágneses dipólus egyensúlyi konfigurációját!

IX. DEMAGNETIZÁCIÓ (A TÍPUSÚ)

Hogy lehetne egy ferromágneses anyagot demagnetizálni? Pontosabban, ha adott egy véges mágnesezettségű ferromágnes, egy szolenoidon belül, és ha a szolenoidban keringő áramot szabályozzuk, mit kell tennünk, hogy a ferromágnes egy olyan állapotba kerüljön, amelyben $M = 0$, ha $I = 0$?

X. KÉT LINEÁRIS ANYAG HATÁRA (A TÍPUSÚ)

A térvonalak két lineáris anyag határán behajlanak, azaz különböző szögeket zárnak be a felülettel. Mutassa meg, hogy ha nincs szabad áram, akkor $\tan \theta_1 / \tan \theta_2 = \mu_2 / \mu_1$!

XI. ÁRAMJÁRTA FERROMÁGNESES HENGER RÉSSSEL (B TÍPUSÚ)

Az ábrán egy kemény mágnes $B(H)$ hiszterézis görbéjének egy idealizált részlete látható. A H_C és a B_R adatok ismertek. Adott egy, az ebből az anyagból készült, R_0 sugarú hengeres vezető, amelyben egyenletes sűrűséggel I_0 áram folyik. A vezetőből, annak teljes hosszában, egy körcikkszerű éket vágunk ki. Az ék szöge $d\varphi \ll 1$. Azaz a hengerben egy hosszanti, ék alakú rés van.

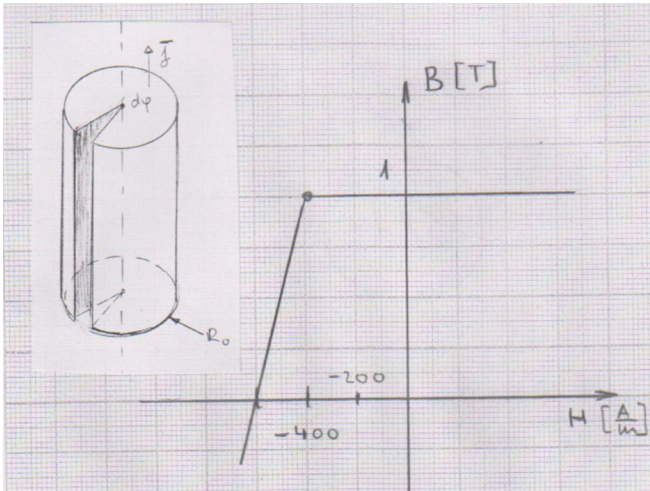


FIG. 4. Az elrendezés és az anyag hiszterézis görbéje

1. Írja fel az Ampère törvényt a vezető keresztmetszetében lévő $0 \leq r \leq R_0$ sugarú körvonal mentén!
2. Adja meg az ék alakú rés felületén érvényes határfeltételeket!
3. A $B(H)$ görbék ismeretében, grafikus módszerrel határozza meg $B(r)$ -t, ha tudjuk, hogy az anyag $r = R/2$ -től már telítésben van!
4. Határozza meg ekkor az I_0 áram értékét!

5. Mekkora a B , ha az áramot kikapcsoljuk, azaz $I = 0$ és "lemágnesezés" nem történik!

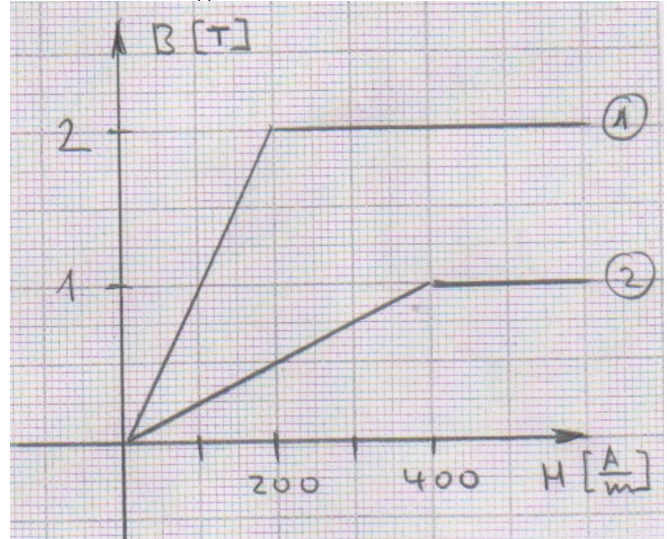


FIG. 5. Két anyag $B(H)$ görbéje

XII. KÉTFÉLE ANYAGBÓL ÁLLÓ TOROID (B TÍPUSÚ)

Adott egy toroid, amelyet az N menetből álló sűrű tekercselés teljesen befed. A toroid "közép körének" a sugara R_0 és a keresztmetszete egy a oldalú négyzet ($a \ll R_0$). A toroid térfogatát kétféle (1-es és 2-es jelű), hiszterézis mentes mágneses anyag tölti ki rendre $1/4$ illetve $3/4$ részben. A kétféle anyagot elválasztó felületek merőlegesek a középkör vonalára (azaz megegyeznek a toroid helybeli keresztmetszetével). Mindkét anyag $B(H)$ görbéjének az idealizált rajza az ábrán látható.

1. Írja fel az Ampère törvényt a toroid középvonalára, ha a tekercsben I áram folyik!
2. Adja meg a kétféle anyagot elválasztó felületek mentén a szükséges határfeltételeket!
3. A $B(H)$ görbék ismeretében, grafikus módszerrel határozza meg a B értékét a toroid belsejében (a középkör mentén)!
4. Mekkora a B , ha az áramot kikapcsoljuk, azaz $I = 0$ és "lemágnesezés" nem történik!