

<p><b>FIGYELEM!</b></p> <p>MINDEN FELADATOT NÉVVEL ÉS NEPTUN KÓDDAL ELLÁTOTT KÜLÖN LAPON KELL BEADNI!</p> <p>EZT A FELADATLAPOT IS BE KELL ADNI !</p>	<p>2023/2024</p> <p>Elektrodinamika gyakorlat 1.</p> <p>NZH 1, 2023. október 19.</p> <p>NEPTUN KÓD: .....</p> <p>NÉV: .....</p> <p>ÖSSZPONTSZÁM: ...../100</p>
---	--

**1. Feladat (30 pont), Töltéseloszlás energiája:** Adott egy végtelen hosszú  $R_1$  sugarú tömör henger, valamint egy vele koncentrikus, szintén végtelen hosszú,  $R_2$  sugarú hengerfelület. A hengerek forgástengelye a  $z$  koordinátatengely és a sugaruk  $R_2 > R_1$ . A belső hengeren egyenletes  $\rho_1$  pozitív térfogati töltéssűrűség van. A külső hengerfelületen egyenletes  $-\sigma_2$  negatív felületi töltéssűrűség helyezkedik el. A töltéselrendezés hosszegységre eső össztöltése zérus.

- (a) A töltésemlegességre vonatkozó feltétel felhasználásával adja meg a  $\rho_1$  és  $\sigma_2$  mennyiségek közötti kapcsolatot! **(4 pont)**
- (b) Határozza meg a  $\rho_1$  térfogati töltéssűrűség által keltett  $\mathbf{E}_1(r)$  térerősséget és a  $\Phi_1(r)$  elektromos potenciált mindenhol a térben, a potenciál meghatározásához használja az  $R_0 (> R_2)$  referencia pontot! Rajzolja fel a kapott függvényeket! **(7 pont)**
- (c) Határozza meg a  $-\sigma_2$  felületi töltéssűrűség által keltett  $\mathbf{E}_2(r)$  térerősséget és a  $\Phi_2(r)$  elektromos potenciált mindenhol a térben, a potenciál meghatározásához használja az  $R_0 (> R_2)$  referencia pontot! Rajzolja fel a kapott függvényeket! **(7 pont)**
- (d) Rajzolja fel a teljes térerősséget és a teljes potenciált! **(4 pont)**
- (e) A kapott eredmények alapján határozza meg a töltésrendszer hosszegységre eső  $W$  összenergiáját! **(8 pont)**

**2 Feladat (20 pont), Tükörtlöltés:** Adott egy földelt  $R$  sugarú fémgömb. A gömb centruma az origóban van. A gömböt az  $xy$  síkban körülveszi egy  $3R$  sugarú  $\lambda$  lineáris töltéssűrűséget hordozó gyűrű. *Segítség:* A földelt  $R$  sugarú fémgömbtől  $d > R$  távolságra lévő ponttöltés esetét órán megoldottuk, a tükörtlöltés nagysága  $q' = -Rq/d$  és a tükörtlöltés távolsága a gömb középpontjától  $d' = R^2/d$ .

- (a) Tekintsen egy  $d\phi$  infinitezimális szöghöz tartozó  $dq$  töltést és határozza meg a tükörtlöltés nagyságát és az origótól mért távolságát! **(4 pont)**
- (b) Most tekintse a teljes gyűrűt és határozza meg a tükörtlöltés  $\lambda'$  töltéssűrűségét! **(6 pont)**
- (c) Határozza meg a gyűrű és a tükörtlöltés által keltett elektromos potenciált a  $z$ -tengely mentén a gömbön kívül! **(5 pont)**
- (d) Határozza meg a gyűrű és a tükörtlöltés által keltett elektromos térerősség vektort a  $z$ -tengely mentén a gömbön kívül! **(5 pont)**

**3. Feladat (20 pont), Laplace-egyenlet:** A pozitív  $z$ -tengely mentén egy  $a$  oldalú négyzet keresztmetszetű félvégtelen földelt fémcső helyezkedik el az  $x > 0$ ,  $y > 0$  térrészben úgy, hogy a cső egyik oldala egybe esik a  $z$ -tengellyel. A csövet a  $z = 0$ -ban a többi oldaltól elszigetelve egy fémlappal lezárjuk, amire  $V_0$  potenciált kapcsolunk.

- (a) Készítsen ábrát az elrendezésekről a koordináta tengelyek és a méretek feltüntetésével! (**2 pont**)
  - (b) Írja fel a potenciálra vonatkozó határfeltételeket! (**3 pont**)
  - (c) A határfeltételek felhasználásával adja meg a szétválasztott Laplace-egyenlet, tetszőleges  $V_0(x, y)$ -t kielégítő általános megoldását! (**5 pont**)
  - (d) Határozza meg az általános megoldásban szereplő kifejtési együtthatók értékét a fent megadott elrendezésre vonatkozóan! (**5 pont**)
  - (e) Adja meg az elektromos térerősség vektort a cső középvonala mentén! (**5 pont**)
- 

**4. Feladat (30 pont), Multipólus sorfejtés:** Adott egy  $R$  sugarú gömb a következő térfogati töltéssűrűséggel:

$$\rho(r, \phi) = \rho_0 \frac{R^2 - 3r^2}{r^2} \sin(\phi)$$

- (a) Határozza meg a gömb össztöltését! (**5 pont**)
  - (b) Határozza meg a gömb dipól momentum vektorát (**8 pont**)
  - (c) Határozza meg a gömb kvadrupól momentum mátrixát (**12 pont**)
  - (d) Adja meg a gömb közelítő potenciálját kvadrupól rendig Descartes és gömbi koordináta-rendszerben! (**5 pont**)
-