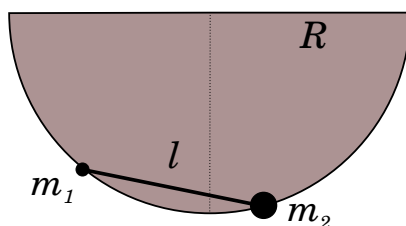
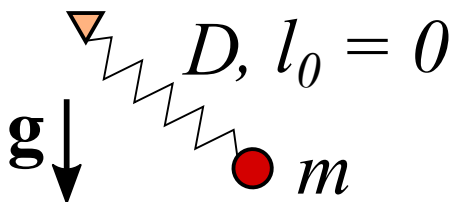


Mind a négy feladat 25 pontot ér, az elégséges ponthatára 40 pont.

1. Tekintsük az ábrán látható elrendezést! Az $m_1 = m$ és $m_2 = 2m$ tömegű tömegpontok egy R sugarú félkörívre vannak fűzve és egy l hosszú pálca köti össze őket.
 - (a) Sorolja fel az elrendezésben megjelenő kényszereket!
 - (b) A virtuális munka elvének segítségével határozza meg az egyensúly feltételét!

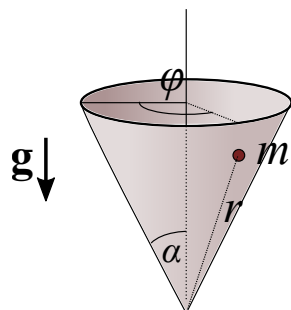


2. Az ábrán látható módon egy D rugóállandójú, $l_0 = 0$ nyugalmi hosszú rugóra függesztettünk egy m tömegű tömegpontot. Vizsgáljuk a tömegpont síkbeli mozgását!



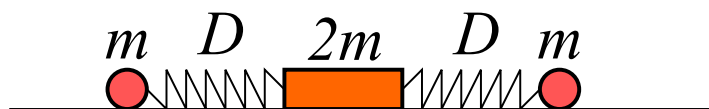
- (a) Írja fel a potenciális energiát és a mozgási energiát!
- (b) Adja meg a Lagrange-függvényt és ennek segítségével a mozgásegyenleteket!
- (c) Adja meg az általánosított impulzusokat!
- (d) Határozza meg a rendszer Hamilton-függvényét!
- (e) Írja fel a kanonikus egyenleteket és mutassa meg, hogy ezek ekvivalensek a (b) részben kapott mozgásegyenletekkel!

3. Vizsgáljuk egy m tömegű tömegpont mozgását egy α félnyílásszögű tölcsérben.



- Adja meg a tömegpont potenciális- és kinetikus energiáját az r és φ koordináták használatával!
- Adja meg a rendszer Lagrange-függvényét!
- Határozza meg a rendszer Lagrange-féle mozgásegyenleteit!
- Adja meg a φ -hez tartozó általánosított impulzust és mutassa meg, hogy ez megmaradó mennyiség!
- Keressen körpálya megoldásokat és adja meg a keringési időt!

4. Vizsgáljuk az alábbi ábrán látható rendszer kis rezgéseit! Egy $2m$ tömegű tömegponthoz kapcsoltunk egy-egy m tömegű tömegpontot, egy-egy D rugóállandójú rugóval, melyek kezdetben nyújtatlanok.



- Határozza meg a rendszer Lagrange-függvényét!
- Írja fel a mozgásegyenleteket!
- Azonosítsa a tömeg- és rugómátrixokat!
- Határozza meg a rendszer rezgési frekvenciáit!
- Határozza meg a rezgési módusokat!
- Bónusz:** Vizsgálja meg a kapott módusok ortogonalitását!