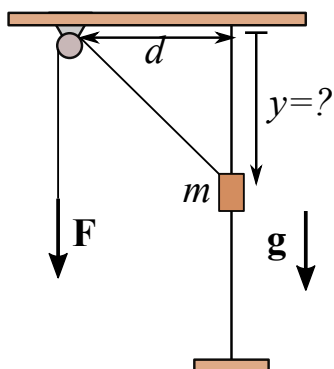


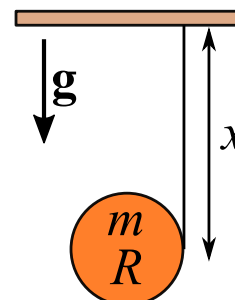
Mind a négy feladat 25 pontot ér, az elégséges ponthatára 40 pont.

1. Egy m tömegű gyöngyöt súrlódásmentes függőleges dróra fűztünk. A gyöngyhöz könnyű fonalat kötöttünk, amit az ábrán látott módon egy csigán átvettünk. A fonal végét F erővel húzzuk. A csiga és a drót távolsága d . A gyöngy helyzetét a plafontól mért y távolsággal jellemezzük.



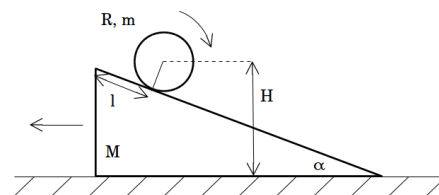
- (a) Határozza meg, mennyivel mozdul el a kötélevégpontja, ha a gyöngy helyzete kicsiny δy -nal megváltozik.
- (b) Adja meg a szabad erők virtuális munkáit, ha a gyöngy helyzetét kicsiny δy -nal megváltoztatjuk!
- (c) A virtuális munka elvének segítségével határozza meg a gyöngy egyensúlyi helyzetét!

2. Tekintse az ábrán látható jojót, amit úgy készítettünk, hogy egy m tömegű R sugarú homogén hengerre kötelet cséveltünk, majd a kötélevégét a plafonhoz rögzítettük. A jojó helyzetét a plafontól mért x távolsággal jellemezzük. A jojó tömegközéppontján átmenő szimmetriatengelyére vonatkozó tehetetlenségi nyomatéka $\theta = \frac{1}{2}mR^2$.



- (a) Írja fel a potenciális energiát!
- (b) Írja fel a mozgási energiát! (*haladás + forgás!*)
- (c) Adja meg a rendszer Lagrange-függvényét!
- (d) Írja fel a Lagrange-féle mozgásegyenleteket!
- (e) Határozza meg az x -hez tartozó általánosított impulzust!
- (f) A Lagrange-függvényből kiindulva, határozza meg a rendszer energiájának kifejezését!

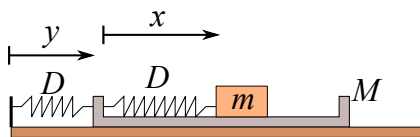
3. Egy m tömegű, R sugarú homogén gömb csúszás nélkül gördül le egy α hajlásszögű, M tömegű lejtőn, ami a síkon súrlódás nélkül el tud mozogni. Kezdetben mind a lejtő, mind a gömb nyugalomban van, a gömb a lejtőn H magasságból indul, ekkor a lejtő tetejétől l távolságban van.



- Írja fel a potenciális energiát!
- Írja fel a mozgási energiát!
- Adja meg a Lagrange-függvényt és ennek segítségével a mozgásegyenleteket!
- Az $M = m$ és $\alpha = \pi/4$ esetben adja meg a lejtő gyorsulását és a golyó szöggyorsulását!
- Adja meg az általánosított impulzusokat!
- Ezek segítségével adja meg a rendszer teljes energiáját és mutassa meg, hogy ez állandó!

(Segítség: az m tömegű, R sugarú gömb tehetetlenségi nyomatéka $I = \frac{2}{5}mR^2$.)

4. Egy M tömegű tálca súrlódásmentesen mozoghat jobbra-balra az asztalon, miközben egy D rugóállandójú rugó köti a falhoz. A tálcán egy m tömegű téglát szintén súrlódásmentesen mozoghat, miközben egy szintén D rugóállandójú rugó köti a tálcához. A rendszer helyzetét a tálca y helyzetével, és a téglát tálcához képest mért x helyzetével jellemezzük. Vizsgáljuk a rendszer mozgását!



- Adja meg a rendszer Lagrange-függvényét!
- Határozza meg a rendszer Lagrange-féle mozgásegyenleteit!
- A mozgásegyenletekből olvassa le a „tömeg”- és „rugó”-mátrixokat!
- Adja meg a rendszer rezgési frekvenciáit!
- Adja meg a rezgési frekvenciákhoz tartozó módusvektorokat!
- Vizsgálja meg a módusvektorok ortogonalitását!