1. Egy nagyon alacsony csillapítású L hosszúságú matematikai ingát (ún. Foucault ingát), a Föld északi szélességének $\varphi = 47°$-án kicsiny mértékben kitérítettünk.1

   (a) Írjuk fel az ingatest mozgásegyenletét a Földhöz rögzített (forgó) koordinátarendszerben!

   (b) A kitérés-idő függvényben lineárisnál magasabbrendű tagokat hanyagoljuk el a mozgásegyenletben!

   (c) Térjünk át a $z = x + i\,y$ komplex koordinátára. Írjuk fel az erre vonatkozó mozgásegyenletet!

   (d) Oldjuk meg a mozgásegyenletet!

   (e) Adjuk meg az inga lengési síkjának szögsebességét!

---

2. Egy R sugarú merev gömbfelületet kicsiny pontszerű részecskék homogén nyalábjával bombázunk. A részecskék tömege m, energiája E, és mind párhuzamosan repülnek.

   (a) Vegyünk fel egy kényelmes (henger-) koordinátarendszert a számításhoz, aminek z tengelye párhuzamos a részecskék sebességével és áthalad a gömb középpontján!

   (b) Ha egy részecske a z tengelytől b távolságra halad, határozzuk meg azt a $\vartheta(b)$ szöget, amivel eltérül eredeti mozgásirányához képest!

   (c) Írjuk fel a $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ differenciális hatáskeresztmetszet definícióját, és adjuk meg a mi esetünkre!

   (d) Számítsuk ki a szórás σ_{tot} teljes hatáskeresztmetszetét! Értelmezzük az eredményt!

---

3. Egy R sugarú „puha” gömbszerű tartományt kicsiny pontszerű részecskék homogén nyalábjával bombázunk. A részecskék tömege m, energiája E, és mind párhuzamosan repülnek. A „puha” gömb egy véges V_0 magasságú centrális potenciálhegy, azaz:

$$V(r) = V_0 \;, \quad \text{ha } r < R \;, \qquad V(r) \equiv 0 \text{ egyébként}$$

   (a) Vázoljuk fel a szóródó részecskék pályáját! Adjuk meg, hogy egy b impakt paraméterű részecske mekkora r_0 távolságban repül el az origótól!

   (b) Határozzuk meg azt a $\vartheta(b)$ szöget, amivel a részecske eltérül eredeti mozgásirányához képest, miután áthaladt a gömbön!

   (c) Írjuk fel a $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ differenciális hatáskeresztmetszet definícióját, és adjuk meg a mi esetünkre! (Elég ronda, lásd ElmFiz pldtr 14.4 (244.o))

---

4. Részecskék homogén nyalábja szóródik az alábbi potenciálon:

$$V(r) = Ae^{-kr}$$

   (a) Rajzoljuk fel a $V(r)$ potenciált és a $V_{eff}(r)$ effektív potenciált, ha b impakt paraméetrű E energiájú m tömegű részecske szóródik a potenciálon!

   (b) Mekkora minimális r_0 távolságra közelíti meg a részecske a szórócentrumot? Írjuk fel a megfelelő egyenletet, megoldani úgysem tudjuk...

(c) Bár a részecske pályáját nem tudjuk megadni ebben a potenciálban, mégis tudunk valamit mondani az eltérülésről a $b \gg 1/k$ esetben, azaz amikor a részecskék alig érzik a potenciál hatását. Ekkor ugyanis a következő gondolatmenettel élhetünk: a részecskénkre exponenciálisan kicsi erő hat, ezért gyakorlatilag egyenesvonalú egyenletes mozgást végez. Ha nem lenne potenciál, akkor ez az állítás egzakt lenne. Ha kiszámítjuk a mozgásra merőleges erőkomponens idő szerinti integrálját a mozgás során, feltéve hogy a részecske egyenletesen mozog, úgy megkapjuk (közelítőleg) az impulzus mozgásirányra merőleges megváltozását. Végezzük el ezt a számítást, írjuk fel a mozgásirányra merőleges impulzusváltozást megadó integrált!

(d) Ismerjük az alábbi integrál értékét tetszőleges α paraméter esetén:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{\alpha e^{-\sqrt{\alpha^2+x^2}}}{\sqrt{\alpha^2+x^2}} = I(\alpha)$$

Ennek segítségével fejezzük ki a E energiájú részecskék esetén a $\vartheta(b)$ eltérülési függvényt!

(e) Megmutatható, hogy az $I(\alpha)$ függvény nagy α-k esetén közelítőleg:

$$I(\alpha) = \sqrt{2\pi\alpha} e^{-\alpha} \ .$$

Ennek segítségével adjuk meg a differenciális hatáskeresztmetszet kifejezését a nagy b-k (kis θ-k) esetére!

(f) Mekkora a teljes σ_{tot} hatáskeresztmetszet?
