

1. Előadáson tanultunk a centrális erőterben való mozgásról. Tekintsük a legegyszerűbb centrális potenciált, azaz legyen

$$V(r) \equiv 0 !$$

- (a) Írjuk fel egy tömegpont mozgásegyenletét ebben a potenciálban, síkbeli polárkoordinátákat használva!
- (b) Írjuk fel a tömegpont origóra vonatkoztatott perdületének kifejezését!
- (c) Használjuk ki a perdületmegmaradást, írjuk fel az origótól mért $r(t)$ távolság időfüggésére vonatkozó egyenletet! Adjuk meg az ún. effektív potenciált! Rajzoljuk fel!
- (d) Adjuk meg a tömegpont (mozgási) energiájának kifejezését! Hogyan jelenik meg ebben az effektív taszító potenciál?
- (e) Ha ismerjük a tömegpont energiáját és L perdületét és E energiáját, adjuk meg mekkora legkisebb távolságra közelíti meg a tömegpont az origót!

2. Egy tömegpont az alábbi, általános α hatványkitevőjű centrális potenciálban mozog:

$$V(r) = -A r^{-\alpha} ,$$

ahol $A > 0$ és $\alpha > 0$ konstansok. Ismerjük a tömegpont E energiáját és perdületének L nagyságát. Diszkutáljuk a tömegpont mozgását!

- (a) A perdület ismeretében adjuk meg a sugárirányú mozgást meghatározó $V_{eff}(r)$ effektív potenciált!
- (b) Ábrázoljuk kvalitatíve az effektív potenciált különböző α értékek esetén!
- (c) Kötött mozgásnak nevezzük az olyan mozgást, amikor a tömegpont nem hagyhatja el végtelen távolságban az origót. Milyen energiákon alakulhat ki kötött mozgás?
- (d) Mi a feltétele annak, hogy mozgása során a tömegpont áthaladjon a vonzócentrumon?
- (e) Milyen paraméterértékek esetén mozog a tömegpont körpályán? Mikor stabilis a körpálya?
- (f) A tömegpont stabilis körpályán mozgott, de kis mértékben megzavartuk, ezért a körpálya körül kicsiny oszcillációkat végez. Mi a feltétele az önmagába záródó ún. zárt pálya kialakulásának?

3. Egy függőleges tengelyhez rögzítettünk egy vízszintes, keskeny csövet, amiben egy kicsiny, m tömegű tömegpont mozoghat súrlódás nélkül. A csövet állandó $\dot{\varphi} = \omega$ szögsebességgel forgatjuk. A tömegpont helyzetét a tengelytől mért r távolsággal adjuk meg, a $t = 0$ időpillanatban a tengelytől r_0 távolságra tartózkodik, sugárirányú sebessége ebben a pillanatban zérus ($\dot{r}(t = 0) = 0$).

- (a) Írjuk fel a tömegpont mozgásegyenletét síkbeli polárkoordinátákat használva! Milyen irányú erőt fejt ki a cső a tömegpontra? (Azaz mit jelent az, hogy nincs súrlódás?)
- (b) Oldjuk meg a mozgásegyenletet az $r(t)$ függvényre!
- (c) Határozzuk meg a cső által a tömegpontra kifejtett erőt minden időpillanatban!

- (d) A cső vége az origótól $b > r_0$ távolságra található. Mekkora sebességgel repül ki a tömegpont a cső végén?
 - (e) Alkalmazza a munkatételt a mozgásra, és fejezze ki ennek segítségével is a kirepülési sebességet!
-

4. Oldjuk meg az előző feladatot úgy is, hogy a csővel együttmozgó (forgó) koordinátarendszerben írjuk le a mozgást! Milyen tehetetlenségi erők lépnek fel? Mik a valódi (fizikai) erők?
-

5. **(nem maradt rá idő. Gyakorló feladat)** Súrlódásmentes vízszintes asztal közepén egy kicsiny lyukat fúrtunk. A lyukon átvezettünk egy vékony madzagot, ami a lyukon keresztül súrlódásmentesen mozoghat. Az madzag asztal feletti végére kötöttünk egy m tömegű tömegpontot, az asztal alatti végére pedig egy M tömegű téglát kötöttünk, ami függőlegesen mozoghat fel/le.

- (a) Írjuk fel a két test mozgásegyenletét! Az asztalon lévő test mozgását síkbeli polárkoordinátarendszerben írjuk le. Az asztal síkjában mozgó m tömegű test lyuktól mért távolságát jelölje r . A fonál elegendően hosszú, így nem kell aggódnunk amiatt, hogy a lelógó téglá az asztal lapjának ütközik.
 - (b) Használjuk ki a perdületmegmaradást! Írjuk fel az $r(t)$ sugárirányú mozgást leíró mozgásegyenletet!
 - (c) Mutassuk meg, hogy a mozgásegyenlet formailag megfeleltethető egyetlen tömegpont centrális potenciálban való mozgásával. Mekkora ennek a tömegpontnak a tömege? Mi az effektív potenciál?
 - (d) Ha ismerjük a rendszer E energiáját és L perdületét, akkor milyen $[r_{min}, r_{max}]$ értékek között változik az asztalon lévő test lyuktól mért távolsága a mozgás során?
 - (e) Mi a feltétele annak, hogy az asztalon lévő tömegpont egyenletes körmozgást végezzen? Ha a perdület L , mekkora a körpálya sugara?
 - (f) Mutassuk meg, hogy a körpálya stabilis. Kicsit kitérítve róla a tömegpontot, milyen periódusidejű oszcillációkat végez a körpálya körül? Hogy viszonyul ez a körmozgás periódusidejéhez?
-