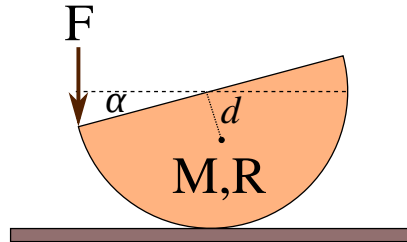
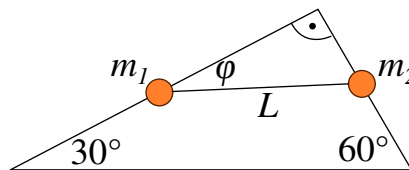


## 1. kis-ZH feladatok

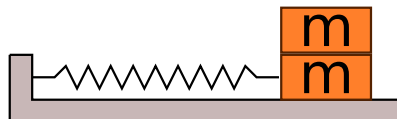
1. Egy  $M$  tömegű  $R$  sugarú félhenger egyik csücskét  $F$  erővel nyomjuk lefelé. Korábban kiszámoltuk, hogy a félhenger tömegközéppontja a félhenger síklapjától  $d = \frac{4}{3\pi}R$  távolságra van. Virtuális munka elvének alkalmazásával adja meg az egyensúlyi helyzetben az  $\alpha$  egyensúlyi helyzetet. Ehhez:



- (a) Adja meg a szabad erők virtuális munkáját amikor  $\delta\alpha$  kicsiny szöggel megbillentettük a hengert!
- (b) Kihasználva, hogy a virtuális munka az egyensúlyi helyzetben eltűnik, adjuk meg az egyensúlyi  $\alpha$  helyzetet!
2. Egy  $m_1$  tömegű és egy  $m_2$  tömegű gyöngyöt összeköttünk egy  $L$  hosszúságú fonállal. A gyöngyöket az ábrán látható derékszögű háromszög alakú drótkeretre fűztük. Virtuális munka elvének segítségével adjuk meg egyensúlyban az ábrán jelölt  $\varphi$  szöget! Ehhez



- (a) Adjuk meg az egyes gyöngyök derékszögtől mért távolságát adott  $\varphi$  esetén!
- (b) Adjuk meg az egyes gyöngyök elmozdulását, ha a  $\varphi$  szöget megváltoztatjuk  $\delta\varphi$  értékkel!
- (c) Adjuk meg a szabad erők virtuális munkáit!
- (d) Végül adjuk meg az egyensúlyi helyzetet!
3. Két  $m$  tömegű testet  $D$  rugóállandójú rugóra kötöttünk. A test tetejére ragasztottunk egy szintén  $m$  tömegű testet. Ezt a két testből álló rendszert vizsgáljuk. Az alsó test helyzetét az  $x_1$ , a felső test helyzetét az  $x_2$  méri.



- (a) Adja meg a ragasztás által létrehozott kényszert  $f(x_1, x_2) = 0$  alakban!
- (b) Írja fel a rendszer Lagrange-féle elsőfajú mozgásegyenleteit!
- (c) Az  $x_1$ -re és  $x_2$ -re vonatkozó egyenletek összeadásával ejtse ki a kényszererő járulékát. Adja meg az egyenlet (egy lehetséges) megoldását!
- (d) Adja meg a ragasztásnál fellépő kényszererőt az előző részfeladatban nyert megoldás esetén!

## 2. Gyakorló feladatok

Gy1. **Nehéz feladat!** A gyakorlaton szerepelt a kettős inga egyensúlyi helyzetének problémája. Általánosítsa a feladatot arra az esetre, amikor  $N$  darab  $\Delta x = \frac{L}{N}$  hosszúságú és  $\Delta m = \frac{M}{N}$  tömegű ingából láncot kötöttünk. A lánc alsó végét  $F$  erővel húzzuk vízszintesen.

- (a) Virtuális munka elvével adja meg az egyes láncszemek egyensúlyi szögét!
- (b) Tekintse a nagyon finom lánc ( $N \rightarrow \infty$ ) határesetet! Adja meg lánc meredekségét az  $F$  erővel húzott végpontjától mért  $s$  „lánc hossz”, az  $F$  erő, a  $g$  valamint a  $\lambda = M/L$  lineáris tömegsűrűség függvényében!
- (c) Adja meg a lánc alakját!