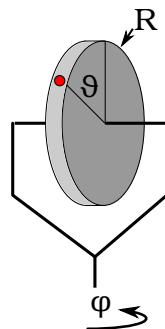


1. Háromdimenziós mozgások leírásakor a Descartes és gömbi koordinátarendszerek mellett a harmadik gyakran használt koordinátarendszer az ún. hengerkoordinátarendszer, $\{\rho, \varphi, z\}$. Vizsgáljuk egy tömegpont mozgását ebben a koordinátarendszerben! Mozogjon a tömegpont egy kúppalástra feltekert spirális pályán,

$$\rho(t) = A t, \quad \varphi(t) = B t, \quad z(t) = C t$$

- Vázoljuk a részecske pályáját!
 - A korábbi feladatokhoz hasonlóan adjuk meg a tömegpont sebesség- és gyorsulásvektorát az $\{\vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi, \vec{e}_z\}$ bázisban!
 - Határozzuk meg a pálya görbületi sugarát azon pontjában, ahol a t időpillanatban halad át!
2. Háromdimenziós mozgások vizsgálata során gyakran hasznos az $\{r, \vartheta, \varphi\}$ ún. gömbi koordinátarendszer használata. A vektormennyiségeket ekkor a síkbeli polárkoordinátarendszerhez hasonlóan a koordinátavonalakat (lokálisan) érintő $\{\vec{e}_r, \vec{e}_\vartheta, \vec{e}_\varphi\}$ egységvektorok bázisán érdemes kifejteni.
- Adjuk meg az (r, ϑ, φ) koordinátájú ponthoz tartozó $\{\vec{e}_r, \vec{e}_\vartheta, \vec{e}_\varphi\}$ lokális bázisvektorokat a derékszögű Descartes koordinátarendszer $\{\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z\}$ bázisvektorain kifejtve!
 - Tegyük fel, hogy egy tömegpont mozgása során éppen áthalad az (r, ϑ, φ) koordinátájú ponton. Ebben a pillanatban ismertek a \dot{r} , $\dot{\vartheta}$ és $\dot{\varphi}$ időderiváltak. Ezek ismeretében adjuk meg a lokális bázisvektorok $\{\vec{e}_r, \vec{e}_\vartheta, \vec{e}_\varphi\}$ időderiváltjait, az $\{\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z\}$ Descartes-bázisban kifejtve.
 - Adjuk meg az előző alfeladatban kapott $\{\dot{\vec{e}}_r, \dot{\vec{e}}_\vartheta, \dot{\vec{e}}_\varphi\}$ időderiváltakat a lokális $\{\vec{e}_r, \vec{e}_\vartheta, \vec{e}_\varphi\}$ bázisban kifejtve is!
 - Az előző alfeladatok eredményeinek segítségével adjuk meg egy tömegpont $\{r(t), \vartheta(t), \varphi(t)\}$ gömbi koordinátákkal megadott mozgása esetén tömegpont $\vec{r}(t)$ hely-, $\dot{\vec{r}}(t)$ sebesség- és $\ddot{\vec{r}}(t)$ gyorsulásvektorát az $\{\vec{e}_r, \vec{e}_\vartheta, \vec{e}_\varphi\}$ bázisban kifejtve!
3. Egy R sugarú lendkerék az ábrán látható módon ún. kardán-felfüggesztéssel van ellátva. A lendkerék elfordulását a ϑ szöggel, a kardántengely elfordulását pedig a φ szöggel mérjük. A lendkerék területén egy kicsiny pontszerű testet (pl. csavart) rögzítettünk, ennek mozgását vizsgáljuk. A rendszert úgy mozgatjuk, hogy a kardántengely $\dot{\varphi}$ és a lendkerék $\dot{\vartheta}$ forgási sebessége egyaránt konstans, azaz a tömegpont mozgása:

$$r(t) = R, \quad \varphi(t) = \Omega t, \quad \vartheta(t) = \omega t$$



- Adjuk meg a tömegpont sebességvektorát az idő függvényében, az $\{\vec{e}_r, \vec{e}_\vartheta, \vec{e}_\varphi\}$ bázisban!
- Adjuk meg a tömegpont sebességének nagyságát az idő függvényében!
- Mekkora a tömegpont maximális sebessége? Hol helyezkedik-el a pályáján, amikor a sebesség maximális?
- Adjuk meg a tömegpont gyorsulásvektorát az idő függvényében, az $\{\vec{e}_r, \vec{e}_\vartheta, \vec{e}_\varphi\}$ bázisban!