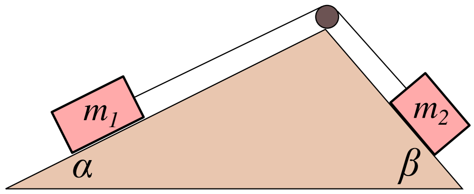
1. Tekintsük az ábrán látható elrendezést!



   (a) Soroljuk fel az elrendezésben megjelenő kényszereket!

   (b) Virtuális munka elvének segítségével határozzuk meg, milyen kapcsolatnak kell fennállnia α, β, m_1 és m_2 között, ha azt szeretnénk, hogy a rendszer egyensúlyban legyen?

---

2. Tekintsünk az előző feladatban szereplő kettős azzal a különbséggel, hogy a madzag által összekötött testek helyett egy m tömegű, L hosszú hajlékony kötelet teszünk a lejtőre, melynek végét a bal oldalon $\mathbf{F}$ nagyságú erővel tartjuk! Adjuk meg $\mathbf{F}$ nagyságát attól függően, hogy a kötél mekkora x darabja esik a baloldali fél-lejtőre!

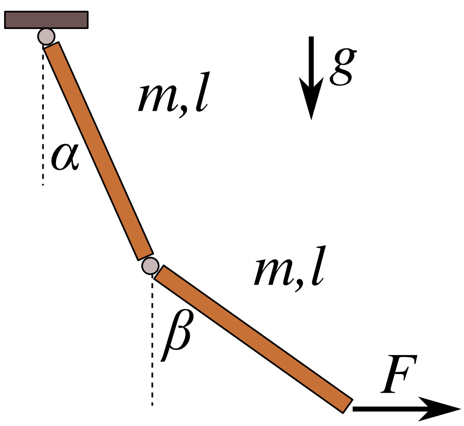
---

3. Tekintsük az ábrán látható elrendezést, ahol két egyforma rúdból ún. kettős ingát készítettünk. Az alsó ingaszár végét F nagyságú vízszintes erővel húzzuk. Virtuális munka elvének segítségével határozzuk meg az ingaszárak α_0 és β_0 egyensúlyi helyzetét! Ehhez:

   (a) Tetszőleges $\{\alpha, \beta\}$ helyzetben számítsuk ki az alsó ingaszár végpontjának elmozdulását, ha virtuálisan elmozdítjuk a rendszert $\delta\alpha$ ill. $\delta\beta$ variációkkal?

   (b) Adjuk meg a virtuális munkákat tetszőleges $\delta\alpha$ ill. $\delta\beta$ virtuális elmozdulások esetén!

   (c) A virtuális munka elvének értelmében egyensúlyban tetszőleges virtuális elmozdulásra a virtuális munka zérus. Ezt kihasználva adjuk meg az α_0 és β_0 egyensúlyi helyzetet!

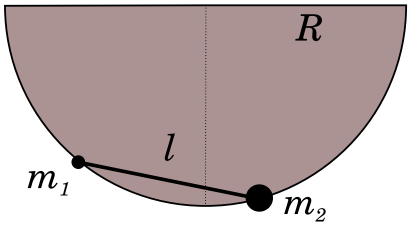


---

4. Tekintsük az ábrán látható elrendezést! Az m_1 és m_2 tömegű tömegpontok egy R sugarú félkörívre vannak fűzve és egy l hosszú pálca köti össze őket.

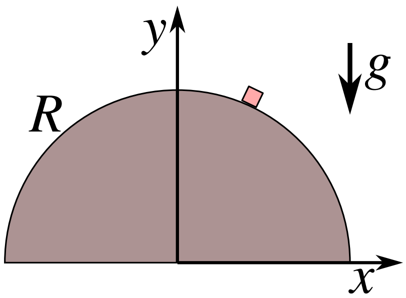
   (a) Soroljuk fel az elrendezésben megjelenő kényszereket!

   (b) Virtuális munka elvének segítségével határozzuk meg az egyensúly feltételét $m_1 = m$ és $m_2 = 2m$ esetén!



---

5. Egy R sugarú súrlódásmentes félkör alakú henger tetejéről egy m tömegű kicsiny test csúszik le. A pálya tetőpontján a kezdősebessége elhanyagolhatóan kicsiny. A fő célunk annak meghatározása, hogy hol válik el a kicsiny test a hengertől, és kezd szabadon repülni.



   (a) Először tegyük fel, hogy a test a henger felszínén mozoghat csak. Válasszunk kényelmes koordinátarendszert, és írjuk fel ebben ezt a kényszert, $f(x, y) = 0$ alakra rendezve!

   (b) A kényszerfeltétel figyelembevételével írjuk fel a test Lagrange-féle elsőfajú mozgásegyenletét!

   (c) Az (a) feladatban megadott kényszeregyenletet idő szerinti kétszeri deriválásának segítségével fejezzük ki a λ Lagrange-multiplikátort, mint $\{x, y, \dot{x}, \dot{y}\}$ függvényét!

   (d) Írjuk fel az energiamegmaradást a problémára, és mutassuk meg, hogy a λ Lagrange-multiplikátor nem jelenik meg ebben az egyenletben!

   (e) Az energiamegmaradási egyenletet felhasználva fejezzük a (c) feladat kifejezését alakítsuk úgy, hogy λ az E energiától, valamint az y magasságtól függjön már csak.

   (f) A kezdeti feltételből leolvashatjuk az E energiát. Vizsgáljuk λ előjelét, és adjuk meg, hol válik le a test a hengerről.
