1. Ha egy testre egy közegben a sebességével arányos közegellenállási erő, és valamilyen tovább külső erő hat, akkor a test mozgásegyenlete a következő alakú.

$$m\dot{v} + kv = F(t)\ . \tag{1}$$

Számítsuk ki a test $x(t)$ hely-, és $v(t)$ sebesség-függvényét, és illesszük az x_0 kezdeti hely és a v_0 kezdeti sebesség kezdeti feltételeket, ha

(a) elhanyagoljuk a testre ható külső erőket: $F(t) = 0$!

(b) figyelembe vesszük a gravitációt: $F(t) = mg$!

(c) ha a test mozgását $A\cos(\Omega t)$ erő gerjeszti!

Számítsuk ki az (1) egyenlet Green-függvényét, és ellenőrizzük, hogy a Green-függvény segítségével kiszámítható megoldások megegyeznek a (b) és (c) feladatban kapott megoldásokkal!

---

2. Vizsgáljuk meg a csillapított harmonikus rezgőmozgás mozgásegyenletét:

$$m\ddot{x} + k\dot{x} + Dx^2 = F(t) \longrightarrow \ddot{z} + 2\alpha\dot{z} + \omega_0^2 z = f(t) \tag{2}$$

(a) Diszkutáljuk a megoldás aszimptotikus viselkedését az α és ω_0 paraméterek függvényében, az $e^{\lambda t}$ próbafüggvényt használva. Mi a komplex megoldások fizikai értelmezése?

(b) A rugóra akasztott test x_0 kezdeti pozíciója és v_0 kezdősebessége ismeretében írjuk fel a teljes $x(t)$ megoldást!

(c) Ábrázoljuk a megoldásokat az $x - \dot{x}$ fázistérben!

(d) Vizsgáljuk most az $f(t) = f_0 e^{i\Omega t}$ gerjesztést! Az állandósult megoldást $z = A_0 e^{i\varphi} e^{i\Omega t}$ alakban keresve határozzuk meg az állandósult A_0 amplitúdót, és a φ fázistolást! Írjuk fel az általános megoldást, és illesszük a kezdeti feltételeket!

(e) Lássuk be, hogy az állandósult esetben a gerjesztő erő által periódusonként végzett munka egyenlő a súrlódás által disszipált munkával!

(f) Számítsuk ki a fenti egyenlet Green-függvényét, és ellenőrizzük, hogy a Green-függvény segítségével kiszámítható megoldások megegyeznek a fent kapott megoldásokkal.
