



Modern fizika vegyészmérnököknek

# Mágnesség

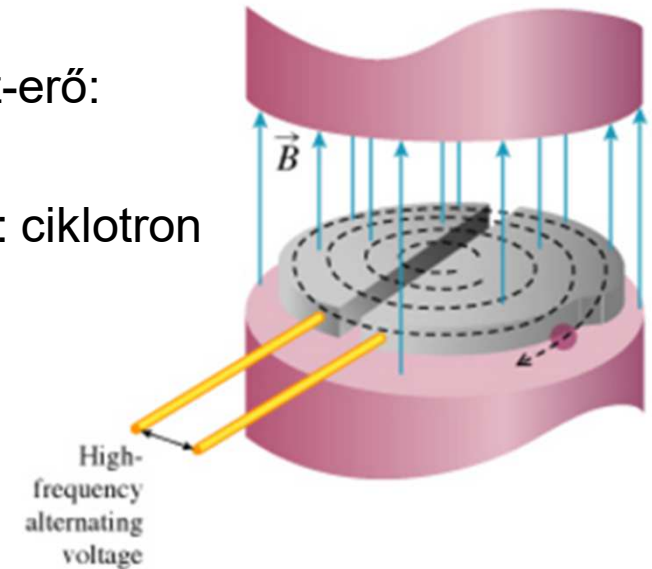
2024. november 20.

# Emlékeztető: Mágneses tér, mágneses erővonalak

Definiálja a mozgó próbatöltés pályáját görbítő Lorentz-erő:

$$\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Alkalmazás: ciklotron

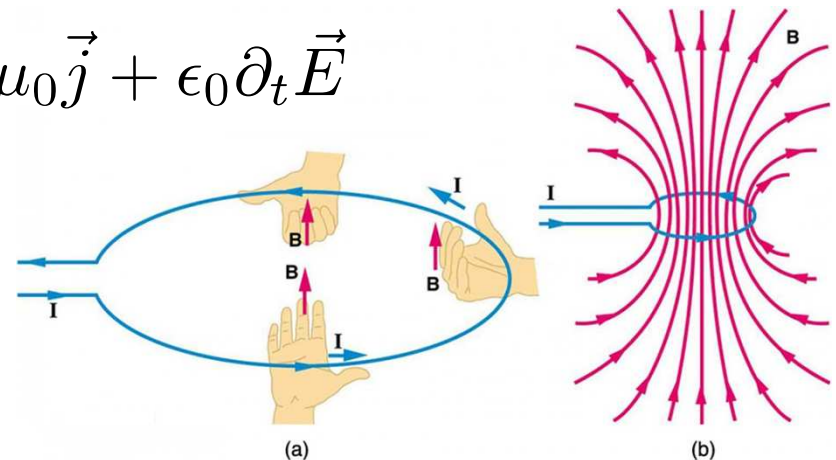


Ábrázolható erővonalakkal

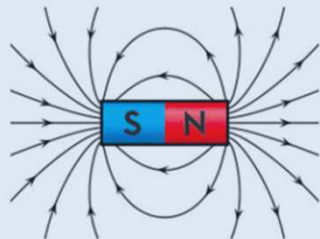
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

Kelthető áramjárta vezetővel  
vagy indukcióval

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \epsilon_0 \partial_t \vec{E}$$



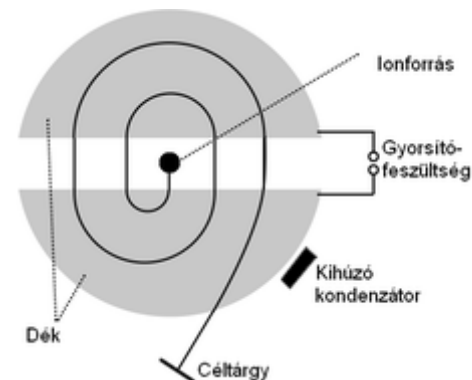
Miért vannak permanens mágnesek?



# Ciklotron működése

A centripetális gyorsulást a Lorentz-erő biztosítja:

$$\frac{mv^2}{r} = Bqv$$



Innen meghatározható a körmozgás frekvenciája, a ciklotron-frekvencia:

$$\frac{v}{r} = \frac{Bq}{m} \quad \rightarrow \quad \omega = \frac{Bq}{m}$$

$$f = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} \quad \rightarrow \quad f = \frac{Bq}{2 \cdot \pi \cdot m}$$

Ekkora frekvenciájú gyorsítófeszültséget kell alkalmazni.

# Mágnesség

Egy ciklotronban felére csökkentjük a mágneses indukciót. Ekkor a gyorsítófeszültség frekvenciáját ...


- A) duplájára kell növelni
- B) felére kell csökkenteni
- C) negyedére kell csökkenteni
- D) nem kell megváltoztatni

# Mágnesség

Egy ciklotronban kétszeresére növeljük a mágneses indukciót. A kilépő részecske energiája ...

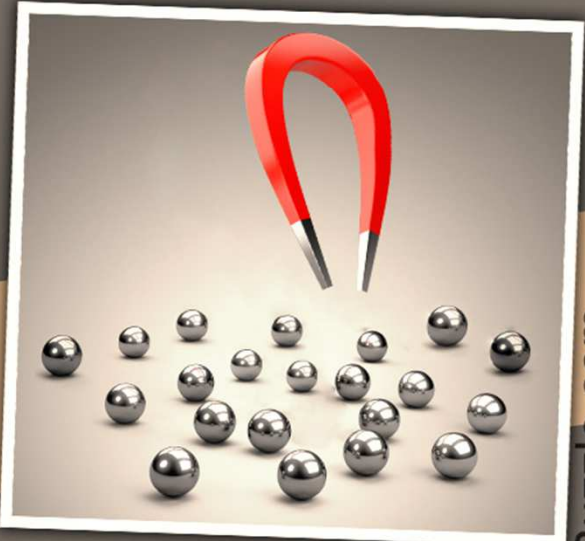
- A) nem változik
- B) felére csökken
- C) kétszeresére nő
- D) négyszeresére nő

Nem-mágneseket vonzhatja, de taszíthatja is a mágneses tér



◀ **Paramagnetic**  
materials are attracted  
by a strong magnet.

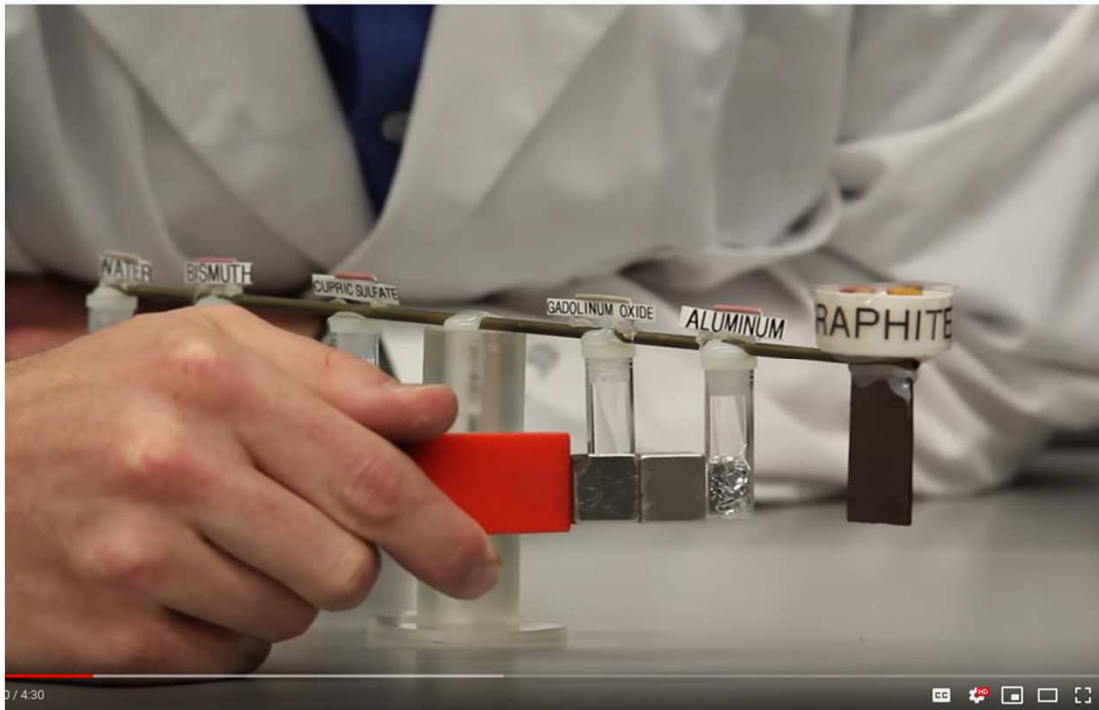
**Diamagnetic** ▶  
materials are repelled  
by a strong magnet.



Buzzle.com

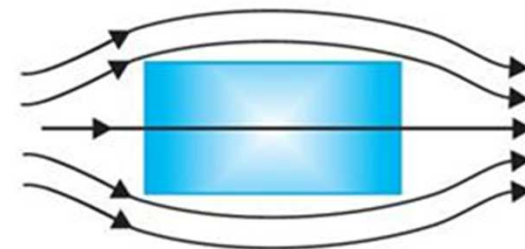
The image is a composite graphic with a dark grey background. It features two photographs of a red, ring-shaped magnet. In the top-left photo, the magnet is positioned above a cluster of small, reflective metal spheres, and several spheres are being pulled towards the magnet's tip. In the bottom-right photo, the magnet is positioned above a similar cluster of spheres, but the spheres are being pushed away from the magnet. The text is arranged in two diagonal banners: one pointing left and one pointing right. A vertical watermark 'Buzzle.com' is located on the right side of the image.

Diamágneseket taszítja a tér: ezekből kiszorul,  
paramágneseket vonzza, ezekbe bevonzódik

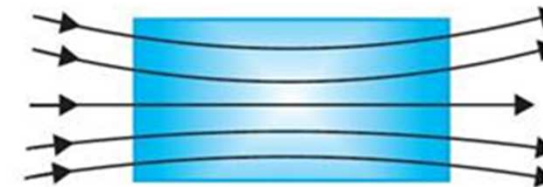


<https://www.youtube.com/watch?v=u36QpPvEh2c>

Diamágnes (dia=átellenes, pl. diaméter):  
ellenkezik a mágneses térrel  
→ gyenge mágneses teret keres



Magnetic Field lines through Diamagnetic material



Magnetic Field lines through paramagnetic material

Paramágnes (para=közeli, pl. paraméter):  
egyezik a mágneses térrel →  
erős mágneses teret keres

# Mágnesség

Fagolyót (diamágneses) balról jobbra mutató homogén mágneses térbe helyezek. Merre térül el?

- A) balra
- B) jobbra
- C) semerre, mert nem ferromágnes
- D) semerre, mert a tér homogén



# Mágnesség

Fagolyót (diamágneses) balról jobbra mutató inhomogén mágneses térbe helyezek, ami baloldalt gyengébb, jobboldalt erősebb. Merre térül el?

- A) balra
- B) jobbra
- C) semerre
- D) semerre, de elfordul

# Mágneses anyagok osztályozása

## Paramágnesek

- 1) Rendelkezik atomi mágneses momentummal, de ezek rendezetlen irányeloszlást mutatnak (pl. magas hőmérsékleten)  
Mágneses tér hatására az atomi momentumok a tér irányába állnak
- 2) Nem rendelkeznek permanens atomi mágneses momentummal  
Külső mágneses tér hatására mágnesesződnek (Pauli paramágnesség)

## Diamágneses anyagok

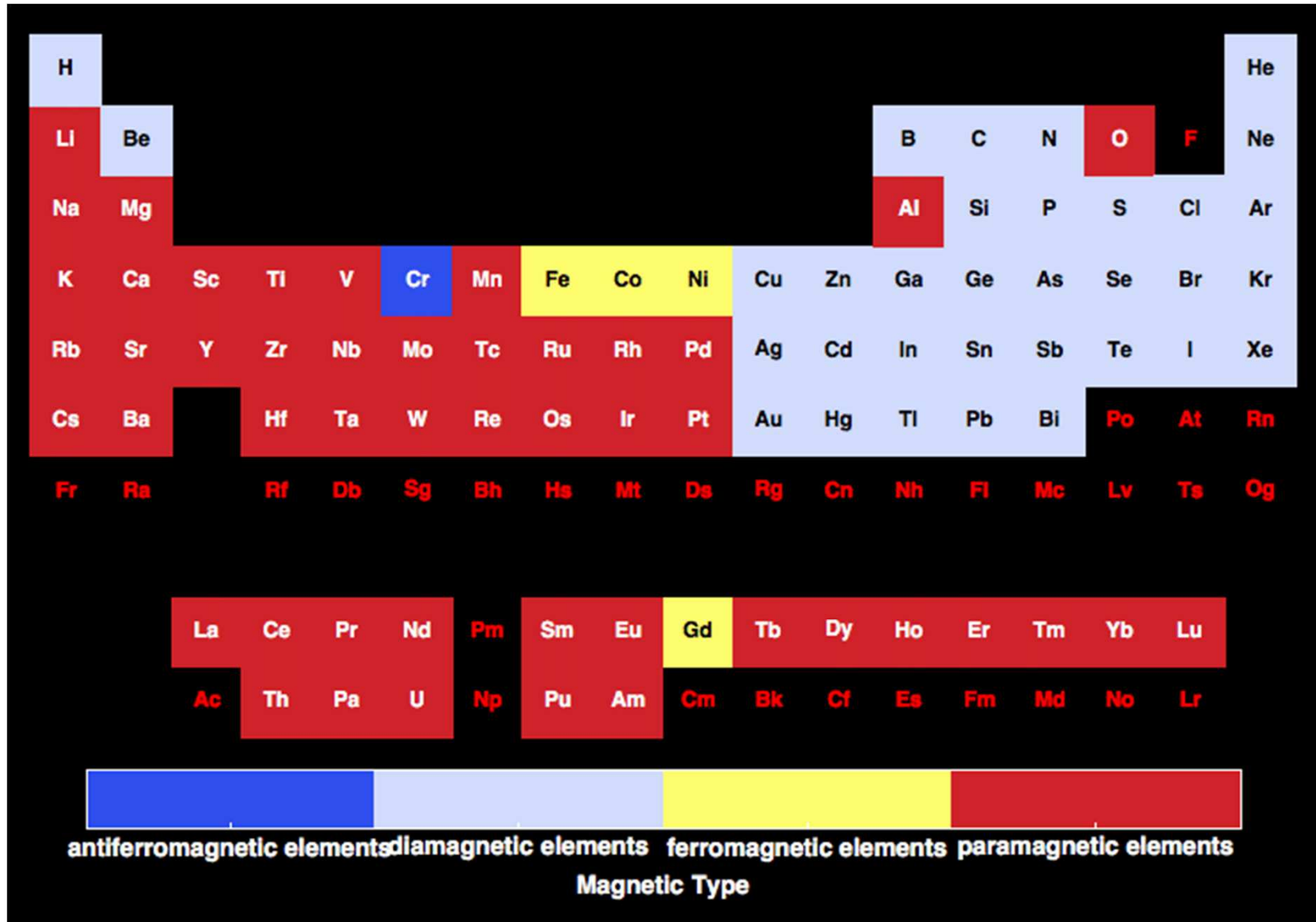
Nem rendelkeznek atomi mágneses momentumokkal  
Külső mágneses tér hatására a térrel ellentétes irányú mágneses momentumok indukálódnak

## Mágnesesen rendezett anyagok (permanens mágnesek)

Az atomi mágneses momentumok térbeli rendeződést mutatnak

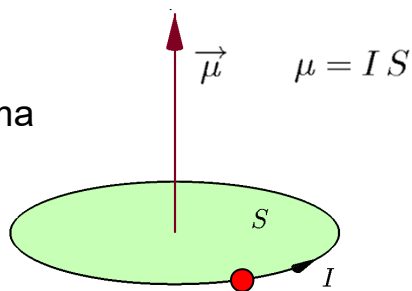
- 1) Ferromágnesek
- 2) Antiferromágnesek
- 3) Mágneses csavarszerkezetek
- 4) Ferrimágnesek

# Elemek mágneses viselkedése



## Az elektron saját mágneses momentuma (kiegészítés a kvantummechanikához)

Planáris köráram  
mágneses momentuma



$R$  sugarú körpályán egyenletes  $v$  sebességgel keringő elektronra:

$$I = \frac{dQ}{dt} = -\frac{e}{T} = -\frac{ev}{2R\pi}$$

$$\mu = -\frac{ev}{2R\pi} R^2 \pi = -\frac{evR}{2} = -\frac{e}{2m_e} m_e v R = -\frac{e}{2m_e} L_z$$

↓  
z irányú perdület

Kvantummechanika:

$$L_z = m\hbar \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \Rightarrow \mu = -m\mu_B \Rightarrow$$

mágneses  
kvantumszám

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m} = 9.274 \times 10^{-24} \frac{\text{J(oule)}}{\text{T(esla)}}$$

Bohr-magneton (elemi mágneses momentum)

Spin: az elektron sajátperdülete  $\rightarrow$  saját mágneses momentum

$$\mu_s = -\frac{e}{2m_e} 2S_z$$

$g=2$  giromágneses faktor

$$S_z = \pm \frac{\hbar}{2}$$

$$\mu_s = \mp \frac{e\hbar}{2m_e} = \mp \mu_B$$

Mágneses momentum energiája mágneses térben:

$$E_M = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

A kétféle spinű elektron mágneses energiája:

$$E_M = \pm \mu_B B$$

# Mágnesség

Az atomi mágneses momentum vagy az elektron pályaperdületétől vagy a spinjétől származik. A mágneses momentum és a perdület aránya

- A) mindkét esetben ugyanakkora
- B) a pályaperdület esetén kétszer akkora
- C) a spin esetén kétszer akkora
- D) a pálya- és spinperdület nagyságától függ

# Mágnesség

A proton tömege 1836-szorosa az elektronénak, a töltése ugyanakkora, de ellentétes előjelű. Az azonos perdületű proton és elektron mágneses momentumainak aránya,  $\mu_{\text{proton}}/\mu_{\text{elektron}}$

- A) egy
- B) 1836
- C) 1/1836
- D) -1/1836

# Klasszikus paramágnesség: A mágneses momentumokat a mágneses tér beállítja, hőmérséklet szétzilálja

Klasszikus statisztikus fizika, Langevin

$$U = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B} = -\mu B \cos \theta$$

$$\langle \cos \theta \rangle = \frac{\int \exp\left(-\frac{U}{k_B T}\right) \cos \theta d\Omega}{\int \exp\left(-\frac{U}{k_B T}\right) d\Omega}$$

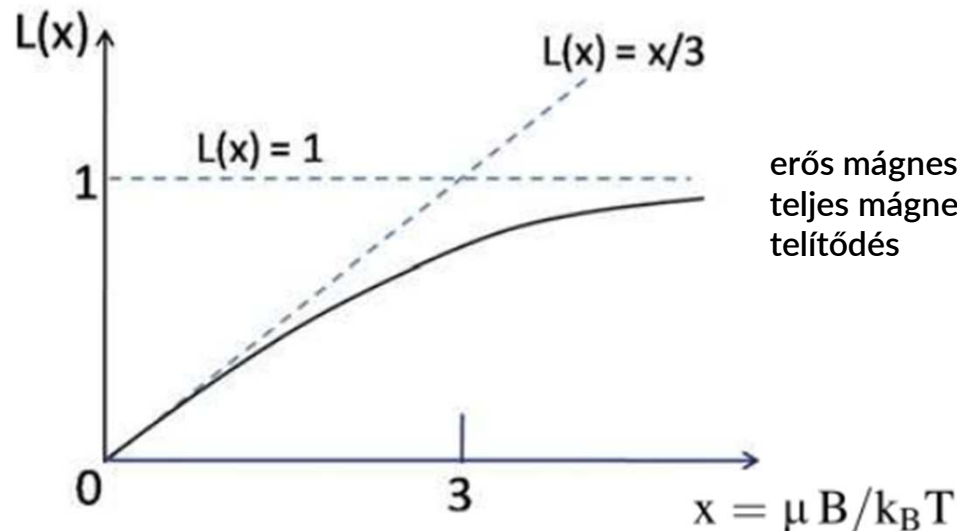
$$\langle \cos \theta \rangle = \coth x - \frac{1}{x} \equiv L(x); \quad x = \mu B / k_B T$$

Langevin-függvény  $L(x)$

Curie-törvény:

$$\langle M \rangle = N\mu^2 B / 3 k_B T = \frac{C}{T} B$$

magas hőmérséklet:  
mágneszettség  
 $1/T$  - vel arányos



# Atomok kvantumos paramágnessége: hasonló a klasszikushoz

Kvantumos statisztikus fizika

$$U = m_J g \mu_B B; \quad m_J = J, J-1, J-2, \dots, -J$$

Egy db. feles spin esetén:

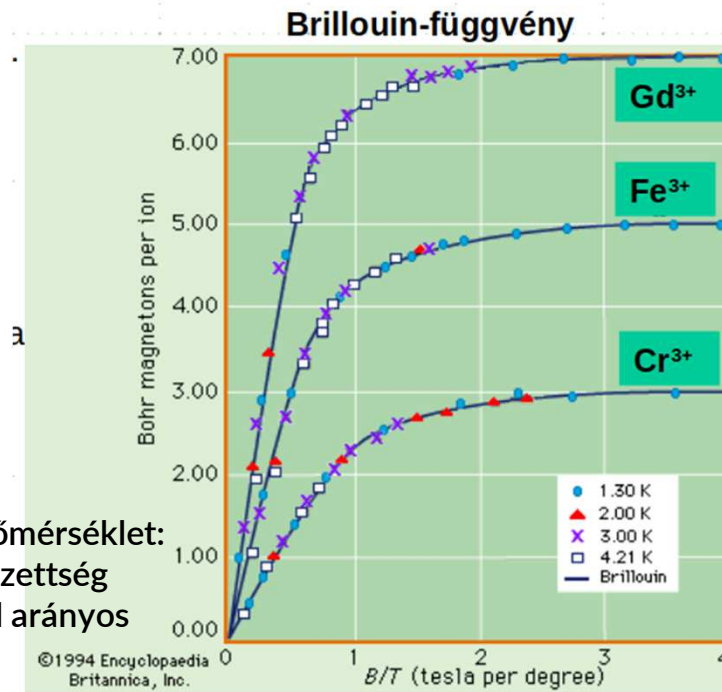
$$\langle M \rangle = N \mu_B \tanh x; \quad x = \mu_B B / k_B T$$

$$\text{Általában: } \langle M \rangle = N \mu_B B_J(x)$$

Curie-törvény:

$$\langle M \rangle = \frac{C}{T} B$$

magas hőmérséklet:  
mágnesezettség  
1/T - vel arányos



erős mágneses tér:  
teljes mágnesezettség, telítődés



# Mágnesség

A Curie törvény szerint egy paramágneses anyag mágnesezettsége

- A) alacsony hőmérsékleten eltűnik
- B) nem függ a hőmérséklettől
- C) magas hőmérsékleten a hőmérséklettel fordítottan arányos
- D) a hőmérséklettel egyenesen arányos

Többelektronos atomok mágnességéhez a vegyértékhéj perdületét ki kell számolni. Az elektronok kvantumszámait a **Hund-szabályok** szerint kell kombinálni

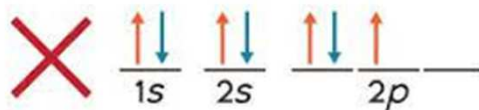
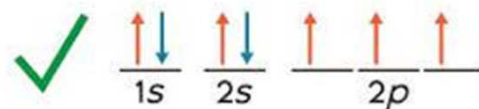
1) Elektronok spinje párhuzamosan szeret lenni

2) Ezen felül a teljes pályaperdület a lehető legnagyobb

3) A spin és a pályaperdület vagy párhuzamos vagy ellentétes:

kevésbé, mint félig töltött héj:  $J=|L-S|$

jobban, mint félig töltött héj:  $J=L+S$



Amikor egy atom teljes perdülete  $\mathbf{J}=0$ , nincs permanens mágneses momentum, nincs paramágneses járulék. Ilyenkor **diamágnesség** van.

Homogén mágneses térben

$$\mathcal{H} = \frac{(\mathbf{p} + e\mathbf{A})^2}{2m} + g\mu_B \mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\sigma} + V(\mathbf{r}) \quad \longrightarrow \quad \mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mu_B \mathbf{B} \cdot (\mathbf{1} + g\boldsymbol{\sigma}) + \frac{e^2}{2m} \frac{1}{4} |\mathbf{B} \times \mathbf{r}|^2$$

Paramágneses Hamiltoni

$$\mathcal{H} = \mu_B \mathbf{B} \cdot (\mathbf{L} + g\mathbf{S}) = \tilde{g}\mu_B \mathbf{B} \cdot \mathbf{J}$$

Teljesen betöltött pályák,  
vagy félig betöltötnél 1-gyel kevesebb

Diamágneses járulék az energiához

$$\delta E = \frac{e^2 B^2}{12m} \langle r^2 \rangle$$

Mágneses momentum térrel szembe fordul,  
energianyereség kicsi (másodrendű)