

# Modern fizika vegyészmérnököknek

## 10. óra: Félvezetők adalékolása, p-n-átmenet

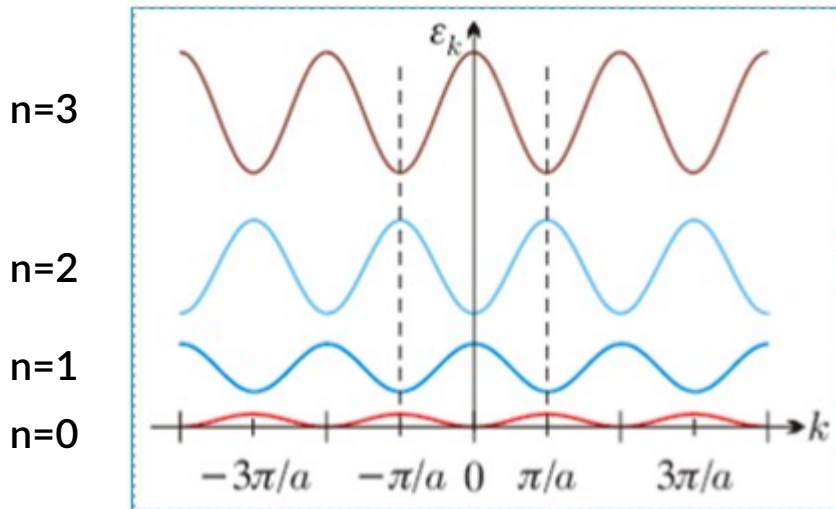
Budapest, 2024. október 30.

# Egy-egy sávban az energiasajátállapotok síkhullám-szerűek

$$\psi_{n,\vec{k}}(\vec{r}) = e^{i\vec{k}\vec{r}} u_{n,\vec{k}}(\vec{r})$$

$$E_n(\vec{k})$$

n-edik sáv:  $E_n(k)$  folytonos fvény



$\vec{k}$  hullámszámvektor – folytonos lehetne, de N atomból álló kristályban N megengedett értéke van (egyenletesen mintavételezve).

Minden sáv N állapotból áll (2N, ha spin-degenerált)

Elektron sebessége  
= csoportsebesség:

$$v = \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dk}$$

sebesség hogyan  
függ az impulzustól?  
→ effektív tömeg

$$m_{n,\vec{k}}^* = \hbar^2 \left[ \frac{d^2 E}{dk^2} \right]^{-1}$$

lapos sáv

→ nagy effektív tömeg,  
nehezen mozgatható elektronok

sáv tetején tömeg negatívnak adódna

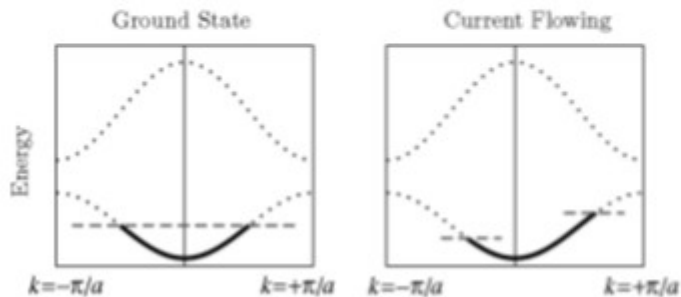
→ áttérünk lyukakra elektronok helyett

# Na de hol van a kémiai potenciál? Ezt úgy kell meghatározni, hogy az összes elektron bekerüljön a rendszerbe

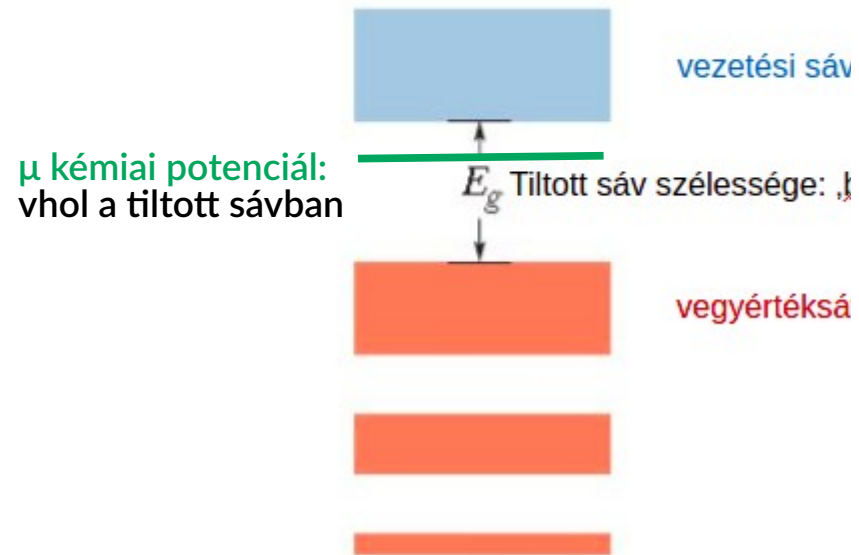
5 vegyértékű atomokból kristály: 3. sáv félig töltött → fém



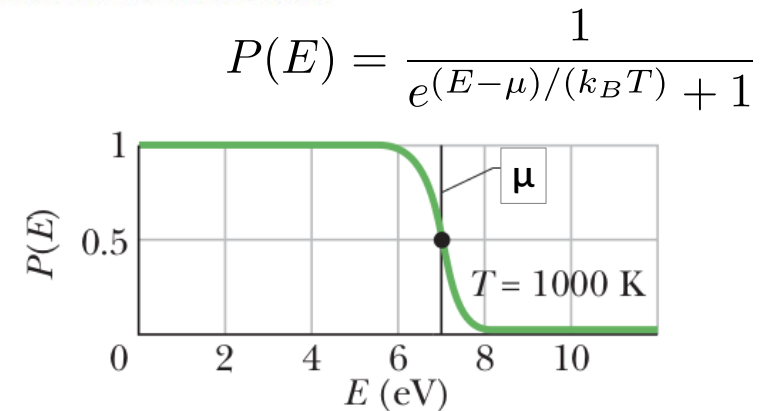
Jó elektromos vezetők!



6 vegyértékű atomokból kristály: teljesen töltött és üres sávok között tiltott sáv → szigetelő



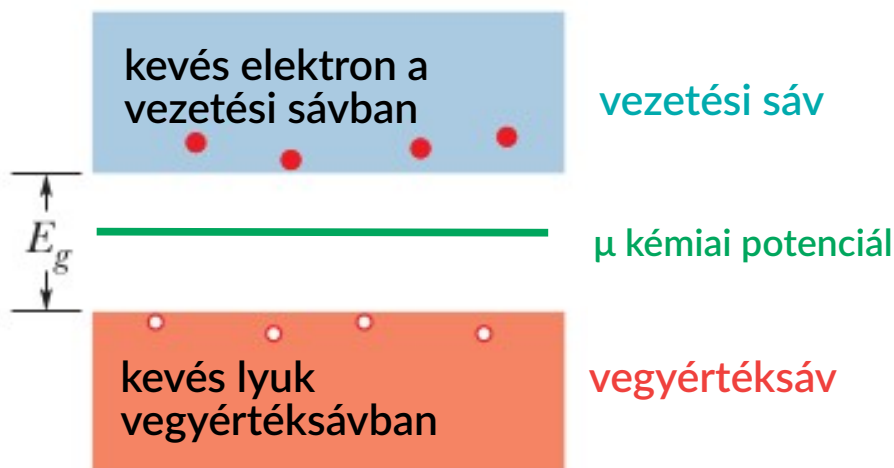
Nem vezetik az áramot!



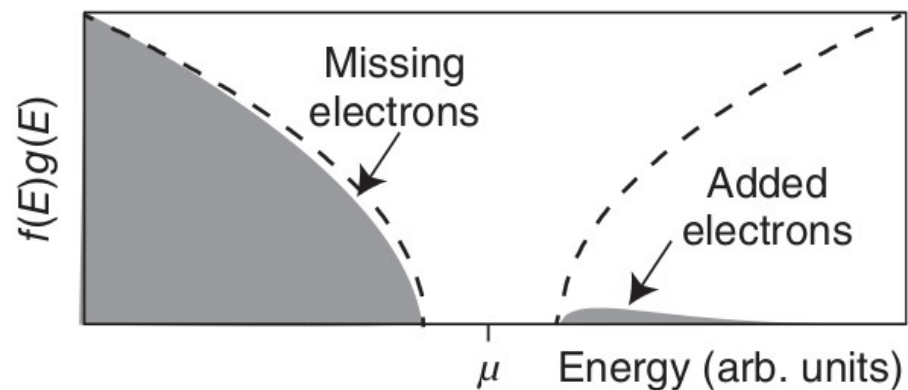
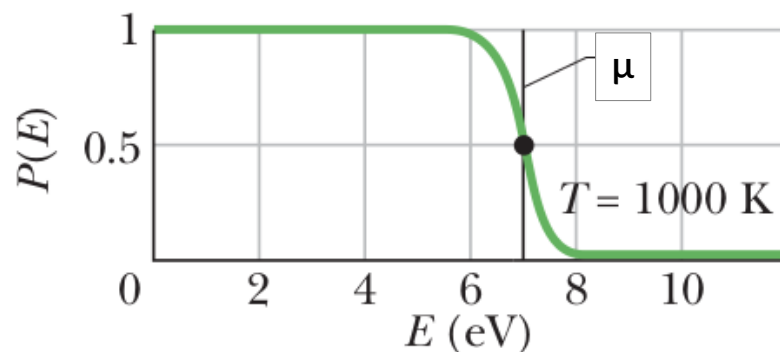
Félvezetők: olyan szigetelők, ahol a tiltott sáv kicsi:  
 Összemérhető a hőmérsékleti kiszélesedéssel.

$E_g < 2 \text{ eV} \rightarrow$  elektron- és lyukgerjesztések

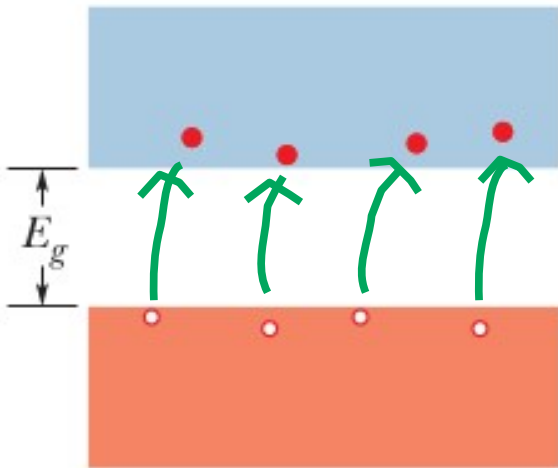
Félvezető:



$$P(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{k_B T}} + 1}$$



# Tiszta (intrinszik) félvezetők: az elektronok és lyukak száma megegyezik, mert párosával jönnek létre (felgerjesztés) és párosával semmisülnek meg (rekombináció)

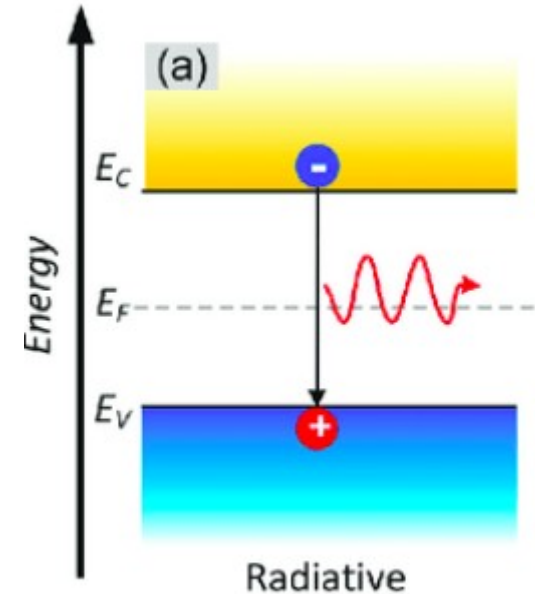


hőmérsékleti gerjesztés, rátája

$$\propto N_{\text{eff}}^C N_{\text{eff}}^V e^{-E_g/(k_B T)} dV^2$$

$n$  = (negatív) elektronok száma  
térfogategységenként a vezetési sávban  
 $p$  = (pozitív) lyukak száma  
térfogategységenként a  
vegyértéksávban

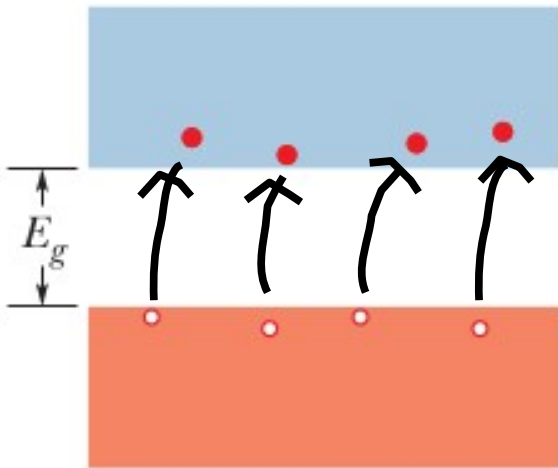
$$n_i = p_i$$



foton/fononkibocsájtással  
rekombináció, rátája

$$\propto np dV^2$$

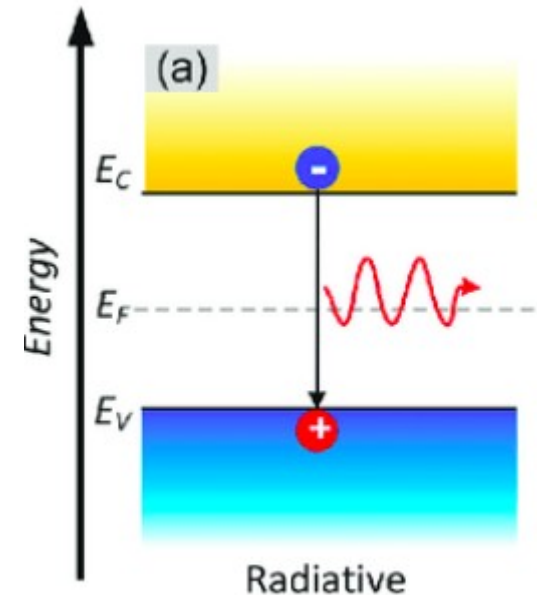
# Egyensúly: e-lyuk párok keletkezése és rekombinációja azonos rátával történik → sűrűségük gyorsan nő a hőmérséklettel



hőmérsékleti gerjesztés,  
rátája

$$\propto N_{\text{eff}}^C N_{\text{eff}}^V e^{-E_g/(k_B T)} dV^2$$

$$n_i = p_i$$



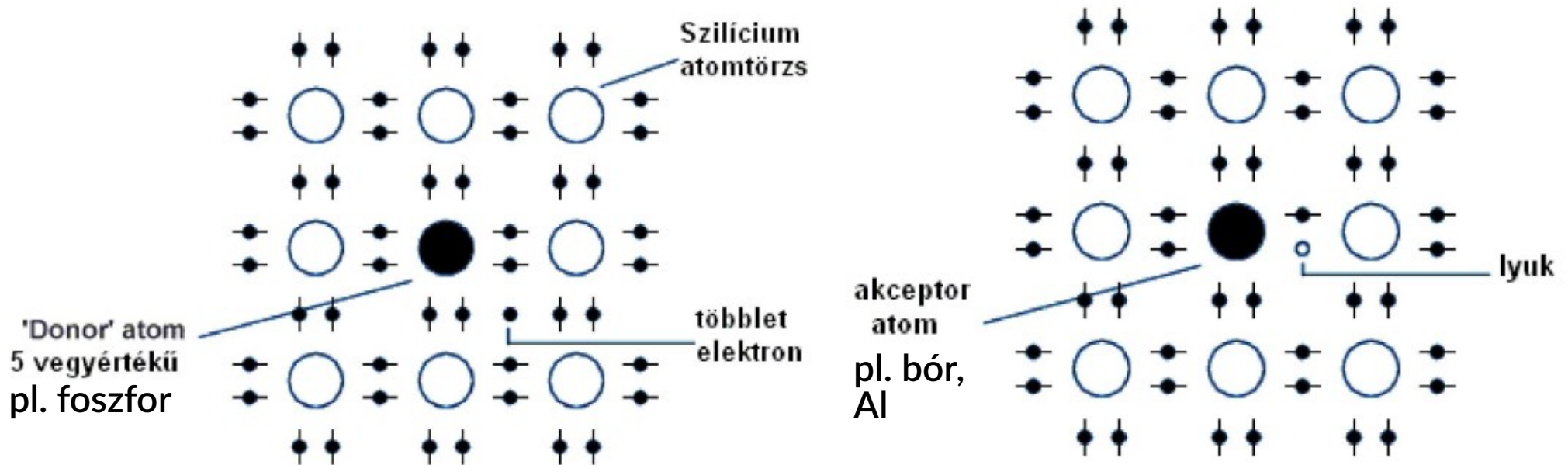
foton/fononkibocsájtással  
rekombináció, rátája

$$\propto np dV^2$$

$$np = N_{\text{eff}}^C N_{\text{eff}}^V e^{-\frac{E_g}{k_B T}} = 4 \left( \frac{k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^3 (m_e^* m_h^*)^{3/2} e^{-\frac{E_g}{k_B T}}$$

- # Kívánságok:
- Hangolható töltéssűrűség
  - Hőmérsékletfüggés gyenge legyen (robosztus)

## Megoldás: Szennyezés (dópolás)

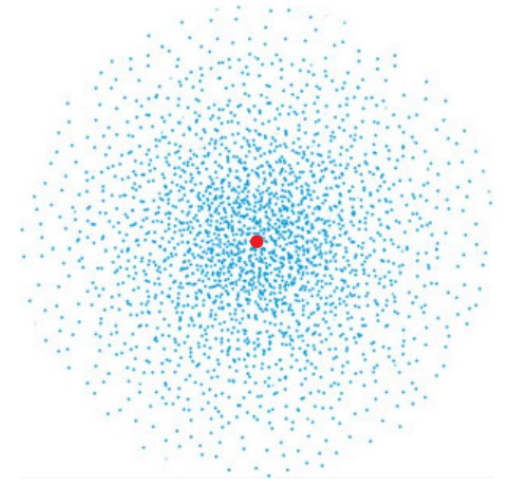


Szennyező atom több v kevesebb vegyértékelektronnal  
 → lazán kötött pályáról könnyen leugró elektron/lyuk  
 → szennyező donor/akceptor lesz  
 → szennyezők száma = töltéshordozók száma,  
 kb. hőmérsékletfüggetlenül

Szennyező donoratom extra elektronja gyengén kötött:  
mint hidrogénatom, csak kisebb tömeg, nagyobb  
dielektromos állandó → óriásatom

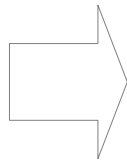
$$E_n = -Z^2 \underbrace{\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2}}_{13.6\text{eV}} \frac{1}{n^2}$$

$$a = \frac{\hbar^2 4\pi\epsilon_0}{Zme^2} = 53\text{pm}$$



$$\epsilon_0 \rightarrow \epsilon_{\text{rel}}\epsilon_0 = 11\epsilon_0$$

$$m \rightarrow m_{\text{eff}}^* = 0.4m$$



$$E_1 \approx 40\text{meV}$$

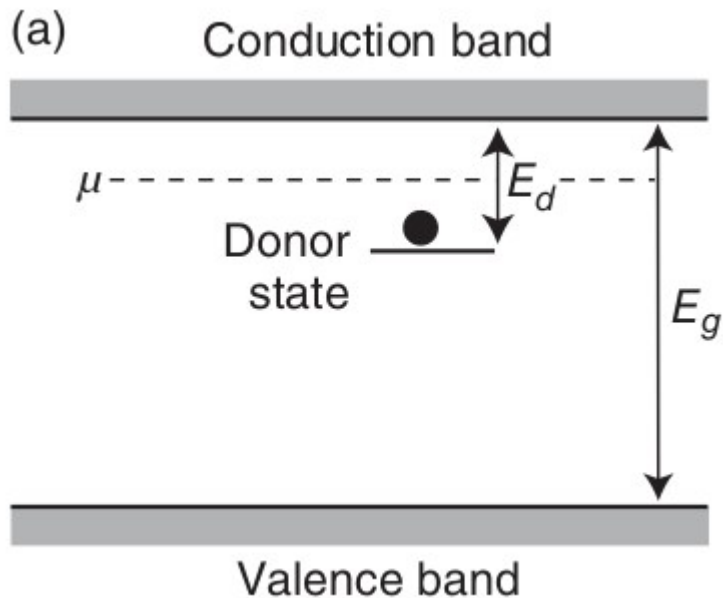
$$r \approx 30a = 1.5\text{nm}$$

$$\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi}a^{3/2}} e^{-r/a}$$



n-dópolás: A donoratomról könnyen leszakítható elektron a vezetési sávba kerül → donoratomok energiaszintjei a vezetési sáv alatt kicsivel

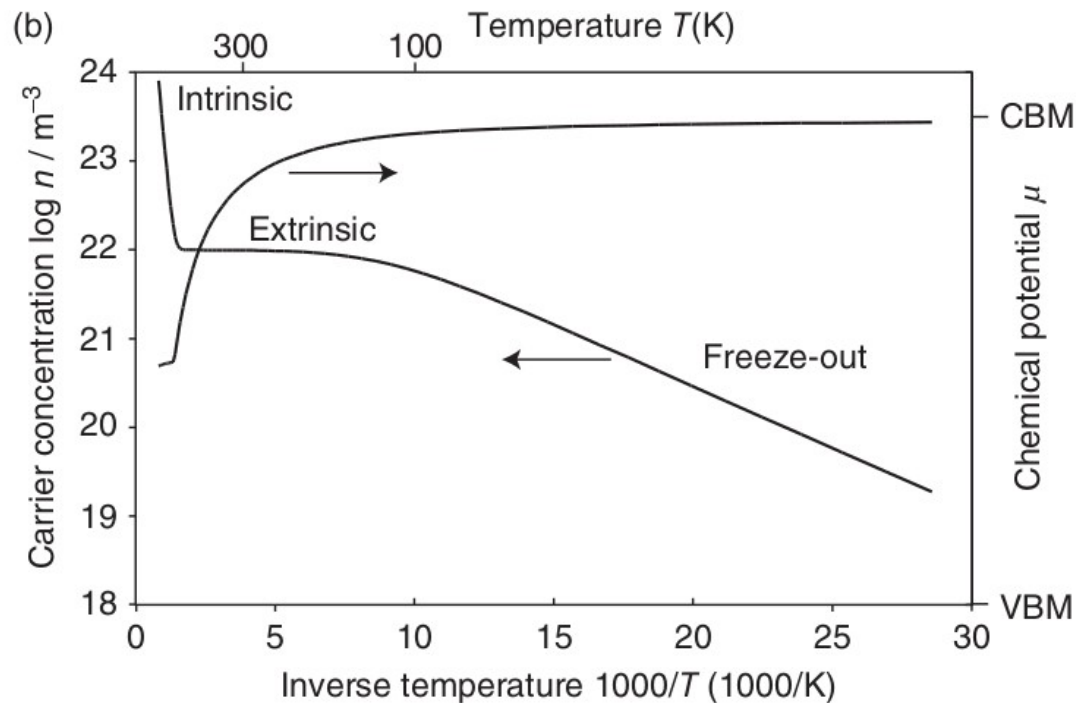
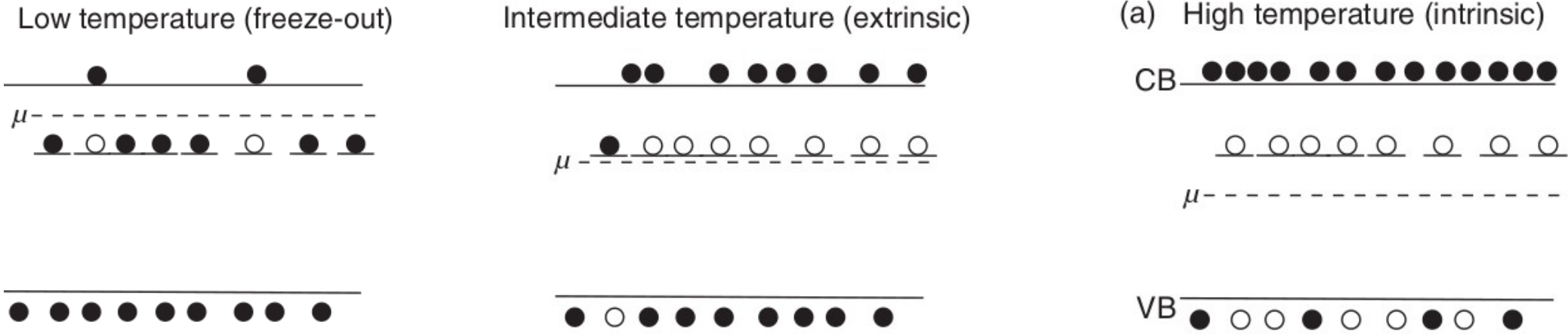
pl. foszforral dópolt szilícium



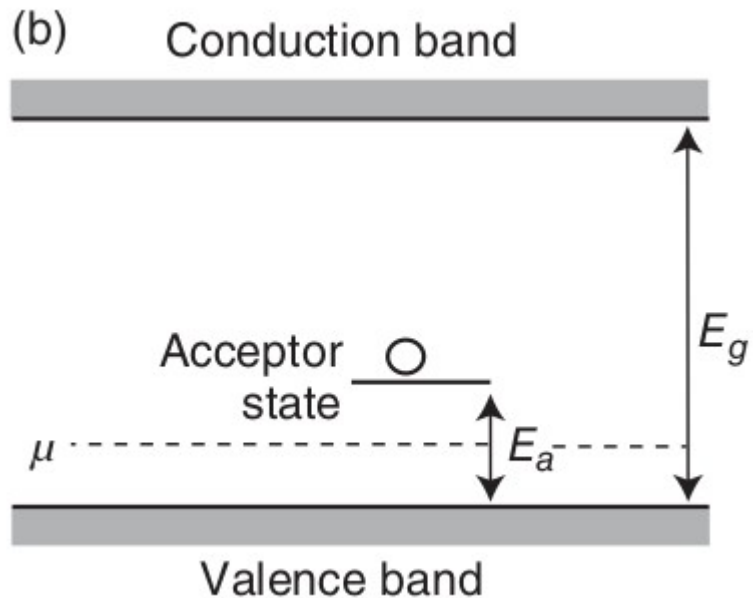
$$E_d \approx E_1 \approx 40meV$$

$$E_g = 1.14eV$$

# Közepes hőmérsékleten majdnem minden donoratom leadja az elektronját a vezetési sávba → robusztus, hangolható töltéshordozó-sűrűség



p-dópolás: akceptoratomra ugyanez, lazán kötött állapot  
nincs még betöltve, könnyen betöltődik a  
vegyértéksávból = lazán kötött lyuk



pl. alumíniummal dópolt szilícium

$$E_g = 1.14eV$$

$$E_a \approx E_1 \approx 70meV$$

Tömeghatás törvénye:  
n-dópolás → több elektron → több rekombináció →  
kevesebb lyuk

$$np = 4 \left( \frac{k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^3 (m_e^* m_h^*)^{3/2} e^{-\frac{E_g}{k_B T}}$$

elektron- és lyukkonzentráció szorzata nem függ a dópolástól

igaz n-dópolásra és p-dópolásra is

n-dópolás: sok elektron (többségi töltéshordozó),  
keves lyuk (kisebbségi)

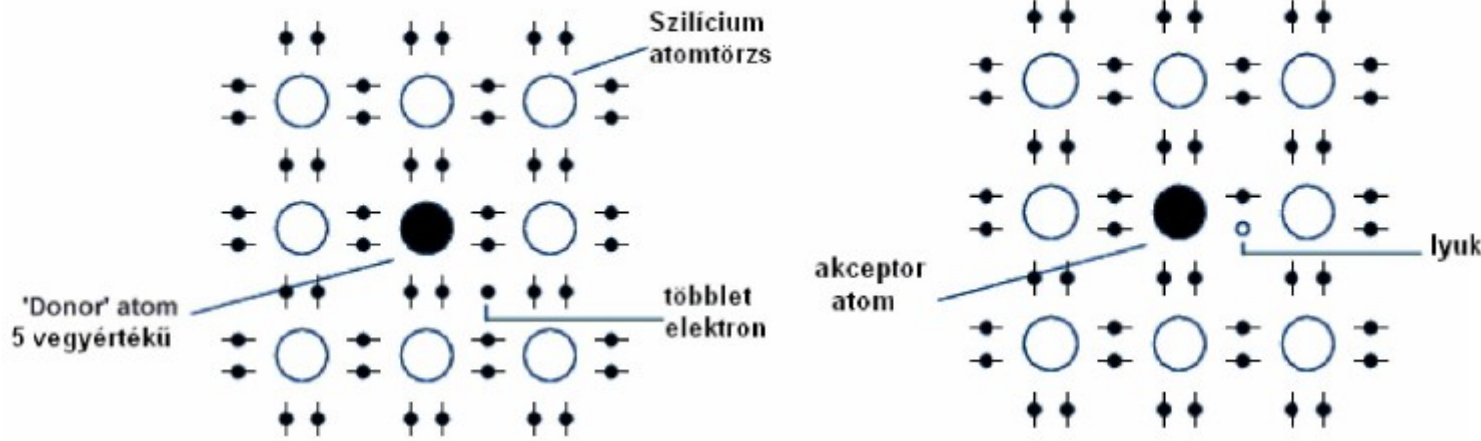
p-dópolás: sok lyuk (többségi), kevés elektron (kisebbségi)

p-dópolás → több lyuk → több rekombináció → kevesebb elektron

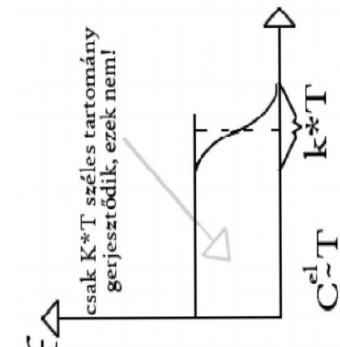
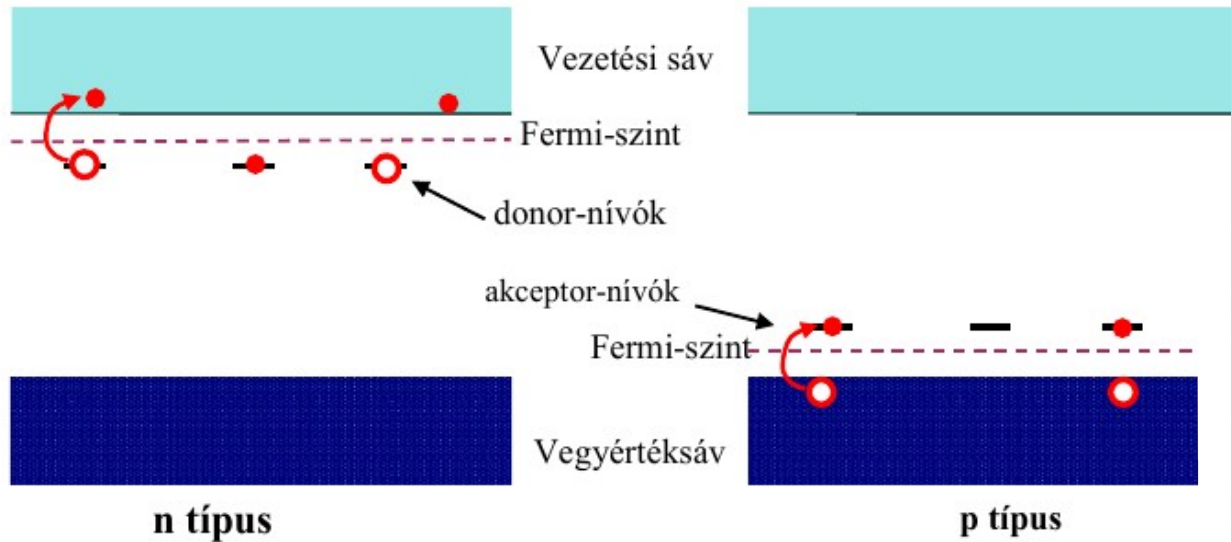
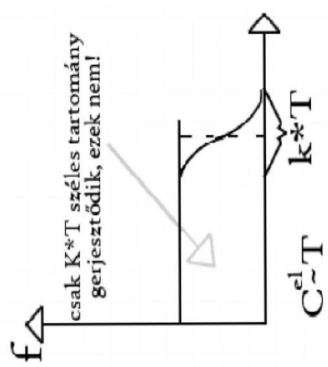
Dópolással szabad töltéshordozókat viszünk a félvezetőbe. Kb. annyit, ahány dópoló atom, hőmérséklettől kb. függetlenül (az extrinszik tartományban)

Si + P  
n-dópolt

Si + Al  
p-dópolt



$$f_{FD}(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{kT}} + 1}$$



## energiaszintek távolsága a sávban

Egy sávban a szomszédos energiaszintek energiakülönbsége mitől nem függ?

- A) Milyen anyagot tekintünk
- B) Mekkora a minta mérete
- C) Mi a hőmérséklet
- D) A sávon belül milyen energián nézzük

## Félvezető vezetőképessége

Hogyan változik egy (tisztá, azaz intrinsic) félvezető vezetőképessége, ha emeljük a hőmérsékletet?

- A)** Nő, hőmérsékleti gerjesztés miatt
- B)** Csökken, atomtörzsek hőrezgése miatt
- C)** Nem változik (egyik hatás sem lényeges)
- D)** Nő vagy csökken, aszerint, hogy lyukak vagy elektronok adják a vezetést

## Példa: Félvezető kristály

Egy szigetelő anyagból készült kristály 295 nm-nél hosszabb hullámhosszú fényt átéreszt, de rövidebbet csak alig. Mekkora benne a tiltott sáv, hány eV?



# Példa: 1g tiszta szilíciumban szobahőmérsékleten hány szabad elektron és hány lyuk van? És 80 Celsius fokon?

Félvezetőkben a vezetési elektronok száma érzékenyen függ a hőmérséklettől.

Elektronikus alkalmazásokban ez probléma.

$$E_g = 1.12\text{eV}; \quad m_e^* = 1.08m_e; \quad m_h^* = 0.57m_e; \quad m_e = 9.11e - 31\text{kg}$$

$$\rho = 2.33\text{g/cm}^3; \quad M = 28\text{g/mol}; \quad k_B = 1.38e - 23\text{J/K}; \quad \hbar = 1.05e - 34\text{Js}$$

$$np = N_{\text{eff}}^C N_{\text{eff}}^V e^{-\frac{E_g}{k_B T}} = 4 \left( \frac{k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^3 (m_e^* m_h^*)^{3/2} e^{-\frac{E_g}{k_B T}}$$

# Számolós feladat

- Szobahőmérsékleten Si-ban  $10^{10}$   $1/\text{cm}^3$  a vezetési elektronok koncentrációja. Dópolással ezt fel akarjuk vinni az egymilliószorosára. Mekkora lesz ekkor a lyukak koncentrációja? A szilíciumatomok hányadrészét kell ehhez foszforatommal helyettesíteni?

2.33  $\text{g}/\text{cm}^3$

28.1  $\text{g}/\text{mol}$

## Példa: Szilíciumban kémiai potenciál

Szilíciumban a szennyező atomok energiaszintje 0.11 eV-tal van a vezetési sáv alatt. Ha az energiaszint betöltési valószínűsége 300K-en  $4e^{-5}$ , hol van a kémiai potenciál, mennyi eV-tal a vezetési sáv alatt?