

**5. TÉMAKÖR: EGYENÁRAM****1. GYAKORLAT**

**Elektromos töltés**  $Q$ , mértékegysége a Coulomb  $[C] = [As]$

Extenzív mennyiség, amely azt mutatja, mennyire vesz részt az adott anyagdarab elektromos kölcsönhatásban.

Előjele van; az azonos előjelűek taszítják, az ellentétes előjelűek vonzzák egymást.

Töltéshordozó: töltéssel rendelkező részecske, ami elektromos kölcsönhatás hatására el tud mozdulni.

**Elektromos áram**  $I$ , mértékegysége Amper  $[A]$  (SI alapmennyiség)

Töltéshordozók rendezett mozgása esetén megmutatja, hogy adott felületen időegység alatt mennyi töltés áramlott át.

Az áram iránya definíció szerint a pozitív töltéshordozók áramlásának iránya. Fémes vezetőkben a mozgékony töltéshordozók az elektronok, az elektronok áramlásának iránya ellentétes az áram irányával.

**Feszültség**  $U$ , mértékegysége Volt  $[V]$

Egységnyi töltésen az elektromos erők által végzett munka.

$$U = \frac{W}{Q} \quad [V] = \left[ \frac{\text{kg m}^2}{\text{A s}^3} \right].$$

**Potenciál**  $\varphi$ , mértékegysége  $[V]$

Egységnyi töltésre jutó potenciális energia.

$$\varphi = \frac{E_{\text{pot}}}{Q}.$$

A potenciál egy-egy pontot jellemez, a feszültség két pont potenciálja közötti különbség.

A pozitív töltések arra mozognak, amerre a potenciál csökken; a negatív töltések arra mozognak, amerre a potenciál nő.

**Ellenállás**  $R$ , mértékegysége Ohm  $[\Omega] = \left[ \frac{V}{A} \right] = \left[ \frac{\text{kg m}^2}{\text{A}^2 \text{s}^3} \right]$

A töltéshordozók áramlásakor veszteségek lépnek fel, amit úgy nevezünk, hogy az adott anyagdarabnak elektromos ellenállása van. Emiatt az elektromos áram fenntartására folyamatosan munkát kell végezni az elektromos erőnek, vagyis az adott anyagdarab két vége között feszültség kell legyen ahhoz, hogy áram folyjon.

**Ohm-törvény:**

$$R = \frac{U}{I}$$

Az áram és a feszültség között egyenes arányosság áll fenn. Ez nem minden anyagra érvényes, függ az anyag vezetési mechanizmusától. Fémes vezetőkre érvényes az Ohm-törvény.

*5A/K1 KÍSÉRLET: Ellenállás értékének megmérése, az ellenálláson eső feszültség mérése, az ellenálláson átfolyó áram mérése → behelyettesítés az Ohm-törvénybe.*

**Joule-törvény**

A töltéshordozók áramlásakor a veszteségek következtében nő a közeg belső energiája, és ennek következtében nő a hőmérséklete. A belső energia növekedésének a teljesítménye

$$P = U I .$$

Egyenáram esetén  $U$  és  $I$  időben állandó, ezért  $t$  idő alatt az elektromos áram munkája

$$W = U I t .$$

Az Ohm-törvényt beírva a Joule-törvénybe:

$$U = I R \rightarrow P = I^2 R ;$$

$$I = U / R \rightarrow P = U^2 / R .$$

**Feszültségforrások**

Potenciálkülönbséget hoznak létre nem elektromos erők munkájával, és ez teszi lehetővé, hogy az áramkörben áram folyjon. Pl. galvánelemekben kémiai erők végeznek munkát; a hálózati feszültség származhat atomenergiából, zöld energiából (víz, szél, Nap), szén elégetésével nyert hőből.

*5A/K2 KÍSÉRLET: Almalelem. Megmérjük a feszültséget ( $\approx 0,25$  V) és az áramot ( $\approx 10$   $\mu$ A).*

Az  $E$  **elektromotoros erő** (más néven belső feszültség, vagy üresjárási feszültség) az a feszültség, amit akkor mérhetünk a telepen, ha nem folyik rajta áram. Ez a telepen mérhető legnagyobb feszültség. Nem ideális telepnél azt tapasztaljuk, hogy ha folyik rajta áram, akkor a telep sarkain mérhető  $U_k$  **kapocsfeszültség** kisebb az elektromotoros erőnél. A telep úgy viselkedik, mintha egy ohmos ellenállás lenne benne, ezt hívjuk a telep  $R_b$  **belső ellenállásának**. Az áramkör szempontjából hasznos kapocsfeszültség annyival kisebb az elektromotoros erőnél, amekkora feszültség esik a telepen belül, a telep belső ellenállásán:

$$U_k = E - I R_b .$$

**Kapcsolások, eredő ellenállás**

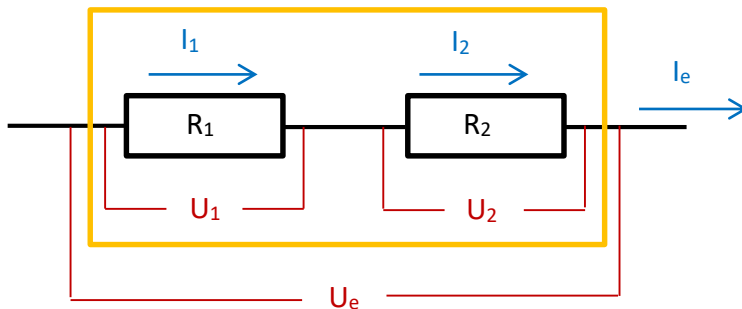
Összekapcsolt ellenállásokat helyettesíthetünk egyetlen olyan ellenállással, amin ugyanakkora feszültség hatására ugyanakkora áram fog folyni, mint az összekapcsolt ellenállásokon.

**Soros kapcsolás**

Az ellenállások úgy vannak összekötve, hogy nincs közöttük elágazás.

A sorosan kapcsolt ellenállásokon ugyanaz az áram folyik.

Soros eredő számítása:



Az Ohm-törvényt felírhatjuk az egyes ellenállásokra, ill. a helyettesítő ellenállásra:

$$U_1 = I_1 R_1; \quad U_2 = I_2 R_2; \quad U_e = I_e R_e.$$

Az ellenállásokon ugyanaz az áram folyik át:

$$I_1 = I_2 = I_e,$$

és az eredő feszültség az egyes ellenállásokon eső feszültségek összege:

$$U_e = U_1 + U_2 \quad \rightarrow$$

$$I_e R_e = I_1 R_1 + I_2 R_2 = I_e R_1 + I_e R_2 = I_e (R_1 + R_2) \quad \rightarrow$$

a soros eredő ellenállás

$$R_e = R_1 + R_2.$$

**Párhuzamos kapcsolás**

Az ellenállások mindkét vége össze van kapcsolva úgy, hogy az összekötő vezetéseken nincs más áramköri elem.

A párhuzamosan kapcsolt ellenállásokon ugyanakkora feszültség esik.

Párhuzamos eredő számítása:

Az ellenállásokon ugyanakkora feszültség esik:

$$U_1 = U_2 = U_e,$$

és az eredő feszültség az egyes ellenállásokon átfolyó áramok összege:

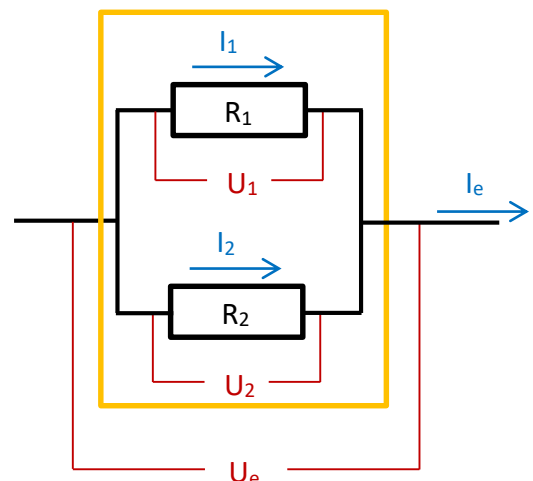
$$I_e = I_1 + I_2 \quad \rightarrow$$

$$U_e / R_e = U_1 / R_1 + U_2 / R_2 = U_e / R_1 + U_e / R_2 = \\ = U_e (1/R_1 + 1/R_2) \quad \rightarrow$$

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \rightarrow$$

a párhuzamos eredő ellenállás két ellenállás esetén

$$R_e = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$



Megjegyzés: kettőnél több ellenállás esetén már nem igaz, hogy az ellenállások szorzatát osztjuk az ellenállások összegével! Olyankor a reciprokok összegéből kell számolni.

Ellenállások párhuzamos eredője mindig kisebb az egyes ágakba bekötött ellenállások legkisebbikénél is.

5A/K3 KÍSÉRLET: Két ellenállás sorosan kötve.

Megmérjük külön-külön az ellenállásokat, és az eredőjüket:  $R_1 + R_2 \approx R_e$ .

Megmérjük az áramot és a feszültséget a telepen:  $U_e / I_e \approx R_e$ .

Megmérjük a feszültséget az egyes ellenállásokon és az ampermérőn is:  $U_1 + U_2 + U_A \approx U_e$ .

Az ampermérőnek kicsi az ellenállása, de nem zérus, ezért az ampermérő is egy sorosan kötött ellenállásként viselkedik.

Ellenőrizhetjük, hogy  $U_1 \approx I_e R_1$  és  $U_2 \approx I_e R_2$ .

5A/K4 KÍSÉRLET: Két ellenállás párhuzamosan kötve.

Megmérjük külön-külön az ellenállásokat, és az eredőjüket:  $\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \approx R_e$ .

Megmérjük a telepfeszültséget és az áramot a telepnél:  $U_e / I_e \approx R_e$ .

Megmérjük az áramot az egyes ellenállásokon is:  $I_1 + I_2 \approx I_e$ .

Ellenőrizhetjük, hogy  $U_1 \approx I_1 R_1$  és  $U_2 \approx I_2 R_2$ .

Szimuláció: <https://phet.colorado.edu/en/simulation/circuit-construction-kit-dc-virtual-lab>

Vegyes kapcsolásban követjük a feszültség csökkenését a telep pozitív sarkától a telep negatív sarkáig végig az egyes ellenállásokon.

## FELADATOK

**5A/1. (MÁ 1089.)** Mekkora a 2 V elektromotoros erejű (belső feszültségű) elem belső ellenállása, ha a sarkaihoz kötött 1,14  $\Omega$  ellenállású vezetékben 0,5 A áram folyik?

Mekkora az elem kapocsfeszültsége?

Megoldás:

$E = 2 \text{ V}$ ;  $R = 1,14 \Omega$ ;  $I = 0,5 \text{ A}$ ;  $R_b = ?$ ;  $U_k = ?$

A telep belső ellenállása és a telepre kötött ellenállás sorosan vannak kötve, a kör eredő ellenállása

$$R_e = R_b + R.$$

Az Ohm-törvényt felírhatjuk a teljes körre:

$$E = I R_e = I (R_b + R) = I R_b + I R,$$

ebből kiszámolható a telep belső ellenállása:

$$R_b = E / I - R = 2 \text{ V} / 0,5 \text{ A} - 1,14 \Omega = 2,86 \Omega.$$

Az  $E = I R_e = I (R_b + R) = I R_b + I R$  egyenlet rendezésével azt látjuk, hogy

$$E - I R_b = I R,$$

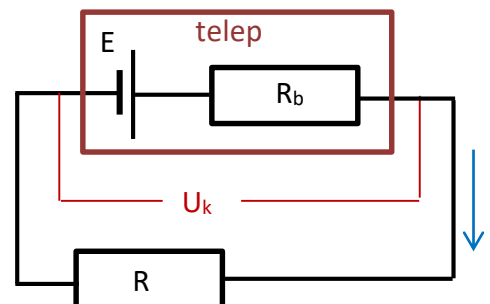
ez a kapocsfeszültség,

amit kiszámolhatunk úgy, hogy a telep elektromotoros erejéből levonjuk a belső ellenállásán eső feszültséget:

$$U_k = E - I R_b = 2 \text{ V} - 0,5 \text{ A} \cdot 2,86 \Omega = 0,57 \text{ V};$$

vagy úgy is, hogy az áramkör eredő ellenállását szorozzuk a telepen átfolyó árammal. Esetünkben egyetlen ellenállás van csak rákötve a telepre, tehát

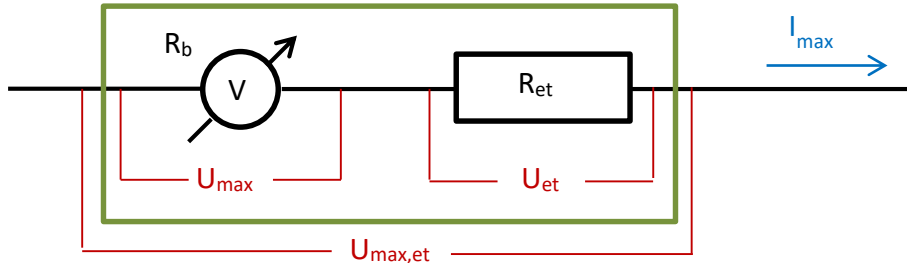
$$U_k = I R = 0,5 \text{ A} \cdot 1,14 \Omega = 0,57 \text{ V}.$$



**5A/2. (MÁ 1178.)** 100 V-ra skálázott feszültségmérő voltonként 100  $\Omega$  belső ellenállású. Mekkora legnagyobb U feszültség mérhető vele 90000  $\Omega$  előtét-ellenállással?

Megoldás:

$U_{\max} = 100 \text{ V}$ ; a műszer belső ellenállása  $R_b = 100 \text{ V} \cdot 100 \text{ } \Omega/\text{V} = 10000 \text{ } \Omega$ ;  $R_{\text{et}} = 90000 \text{ } \Omega$ .



Magára a feszültségmérőre nem adhatunk nagyobb feszültséget, mint a legnagyobb skálarésznek megfelelő  $U_{\max} = 100 \text{ V}$ , és nem folyhat rajta nagyobb áram, mint ami ehhez a feszültséghez tartozik. Ez a maximális áram

$$I_{\max} = U_{\max} / R_b = 100 \text{ V} / 10000 \text{ } \Omega = 0,01 \text{ A.}$$

A műszerrel sorosan kötött előtét-ellenálláson ugyanekkora áram folyik, és azon

$$U_{\text{et}} = I_{\max} R_{\text{et}} = 0,01 \text{ A} \cdot 90000 \text{ } \Omega = 900 \text{ V} \text{ feszültség esik,}$$

a kettőn összesen pedig

$$U_{\max,\text{et}} = U_{\max} + U_{\text{et}} = 100 + 900 = 1000 \text{ V.}$$

Ez a legnagyobb megmérhető feszültség az előtét-ellenállással kiegészített feszültségmérővel, ilyenkor van végkitérésen a feszültségmérő, tehát a feszültségmérő skálájának maximális értéke 1000 V-nak felel meg. (Ha ennél kisebb feszültséget akarunk mérni, akkor a feszültségmérő skálájáról arányosan kisebb értéket olvasunk le.)

**5A/3. (MÁ 1224.)** Párhuzamosan kapcsolunk egy 225  $\Omega$  ellenállású, 100 W névleges teljesítményű és egy 160  $\Omega$  ellenállású, 90 W névleges teljesítményű fogyasztót.

a) Mekkora feszültséget kapcsolhatunk a rendszerre?

b) Mennyi lesz az eredő áram?

c) Mennyi hőt adnak le a környezetnek egy óra alatt?

Megoldás:

Kiszámolhatjuk mindkét ellenállásra, hogy mekkora maximális feszültséget, ill. áramot viselnek el károsodás nélkül.

$$P = U_{\max} I_{\max} = U_{\max}^2 / R = I_{\max}^2 R$$

$$\rightarrow U_{\max} = \sqrt{P R}, \text{ ill. } I_{\max} = \sqrt{P / R}.$$

$$P_1 = 100 \text{ W}, R_1 = 225 \text{ } \Omega$$

$$\rightarrow U_{1,\max} = \sqrt{100 \cdot 225} = 150 \text{ V}, \text{ ill. } I_{1,\max} = \sqrt{100 / 225} = 0,6667 \text{ A.}$$

$$P_2 = 90 \text{ W}, R_2 = 160 \text{ } \Omega$$

$$\rightarrow U_{2,\max} = \sqrt{90 \cdot 160} = 120 \text{ V}, \text{ ill. } I_{2,\max} = \sqrt{90 / 160} = 0,75 \text{ A.}$$

a) A két ellenállás párhuzamosan van kötve, ugyanaz a feszültség esik rajtuk, és ez a közös feszültség nem lehet nagyobb, mint a kisebbik feszültség, esetünkben  $U_{2,\max} = 120 \text{ V}$ .

b) Az  $U_{2,\max}$  feszültség szabja meg, hogy mekkora lehet a rendszeren átfolyó maximális áram.

Az  $R_2$  ellenálláson a maximális áram folyik (mivel a maximális feszültség esik rajta):

$$I_2 = I_{2,\max} = 0,75 \text{ A} (= U_{2,\max} / R_2);$$

az  $R_1$  ellenálláson pedig

$$I_1 = U_{2,\max} / R_1 = 120 \text{ V} / 225 \Omega = 0,5333 \text{ A}.$$

Látható, hogy  $I_1 < I_{1,\max}$ , tehát az  $R_1$  ellenállás nem megy tönkre.

A rendszeren átfolyó eredő áram maximális értéke

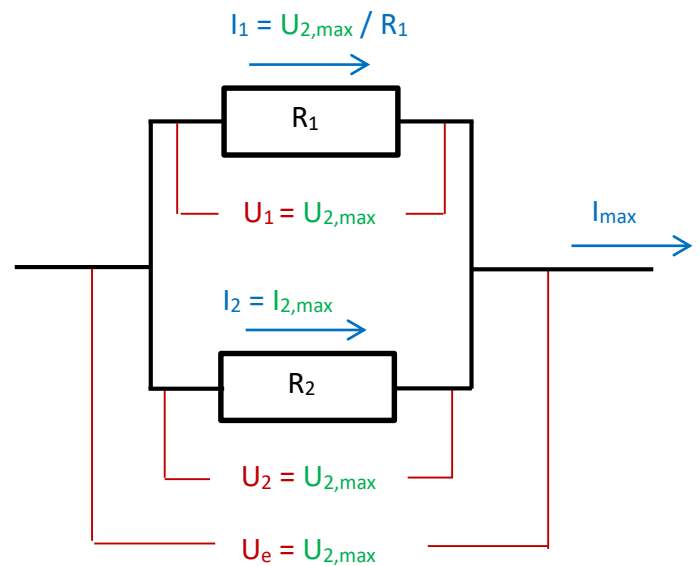
$$I_{\max} = I_1 + I_2 = 0,5333 + 0,75 = 1,283 \text{ A}.$$

Megjegyzés:

Nem lehetséges, hogy az  $R_1$ -en  $I_{1,\max} = 0,6667 \text{ A}$

folyjon, és ugyanakkor az  $R_2$ -n  $I_{2,\max} = 0,75 \text{ A}$  folyjon, mert  $R_1 I_{1,\max} = 225 \cdot 0,6667 = 150 \text{ V}$  és

$R_2 I_{2,\max} = 160 \cdot 0,75 = 120 \text{ V}$ , nem egyezne meg a feszültség a két ágon.



c)  $R_2$  teljesítménye maximális,  $P_2 = 90 \text{ W}$ , de  $R_1$  kisebb teljesítményt ad le, mivel nem a maximális feszültségen dolgozik.

$$P_1 = U_{2,\max}^2 / R_1 = 120^2 / 225 = 64 \text{ W},$$

a két ellenállás összesen

$$P = P_1 + P_2 = 64 + 90 = 154 \text{ W-ot ad le}.$$

Egy óra alatt a környezetnek leadott hő

$$Q_{le} = P t = 154 \text{ W} \cdot 3600 \text{ s} = 554400 \text{ J} = 554,4 \text{ kJ} (= 154 \text{ Wh}).$$

**Plusz feladatok:**

**5A/4. (MÁ 1179.)**  $50\ \Omega$  belső ellenállású árammérő végkitérése  $2\ \text{mA}$ . Skáláján  $25$  osztás van. Mennyit jelent egy osztásrész, ha a műszerrel  $30\ \Omega$ -ot kapcsolunk párhuzamosan? (Ez a  $30\ \Omega$  az ún. sönt ellenállás.)

Megoldás:

Amikor az árammérő végkitérésen van, akkor

$I_{\max} = 2\ \text{mA}$  áram folyik rajta, és

$$U_{\max} = I_{\max} R_b = 2 \cdot 10^{-3}\ \text{A} \cdot 50\ \Omega = 0,1\ \text{V}$$

esik rajta.

A sönt ellenállás párhuzamosan van kötve az árammérővel, ezért ugyanaz a feszültség esik rajta, és így ki tudjuk számolni, hogy azon az ágon

$$I_s = U_{\max} / R_s = 0,1\ \text{V} / 30\ \Omega = 3,333 \cdot 10^{-3}\ \text{A}$$

áram folyik,

a két ágon összesen pedig

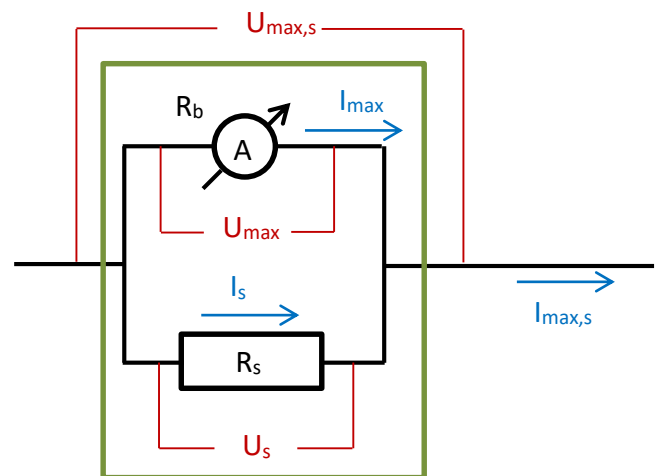
$$I_{\max,s} = I_{\max} + I_s = 2 \cdot 10^{-3}\ \text{A} + 3,333 \cdot 10^{-3}\ \text{A} = 5,333 \cdot 10^{-3}\ \text{A} = 5,333\ \text{mA}$$

Ez a legnagyobb megmérhető áram a sönt ellenállással kiegészített árammérővel, ilyenkor van végkitérésen az árammérő, tehát az árammérő skálájának maximális értéke  $5,333 \cdot 10^{-3}\ \text{A}$ -nek, azaz  $5,333\ \text{mA}$ -nek felel meg. Mivel a skála  $25$  osztású, ezért ilyenkor egy osztás

$$5,333\ \text{mA} / 25 = 0,2133\ \text{mA}$$

(A sönt-ellenállás nélkül a műszer egy osztása  $2\ \text{mA} / 25 = 0,08\ \text{mA}$ -nek felel meg.)

A sönt-ellenállással kiegészített műszerrel való áramméréskor a söntön mindig az alpműszeren átfolyó árammal arányos áram folyik át, a két ágon együtt több áram folyhat át, vagyis a megméréndő áramnak csak egy kisebb része folyik át magán az alpműszeren.



**5A/5. (MÁ 1222.)** Sorba kapcsolunk egy  $40\ \text{k}\Omega$  és  $4\ \text{W}$  és egy  $10\ \text{k}\Omega$  és  $2\ \text{W}$  teherbírású (más néven terhelhetőségű, vagy névleges teljesítményű) ellenállást. Mekkora feszültség kapcsolható a rendszerre?

Megoldás:

Kiszámolhatjuk mindkét ellenállásra, hogy mekkora maximális feszültséget, ill. áramot viselnek el károsodás nélkül.

$$P = U_{\max} I_{\max} = U_{\max}^2 / R = I_{\max}^2 R$$

$$\rightarrow U_{\max} = \sqrt{P R}, \text{ ill. } I_{\max} = \sqrt{P / R}.$$

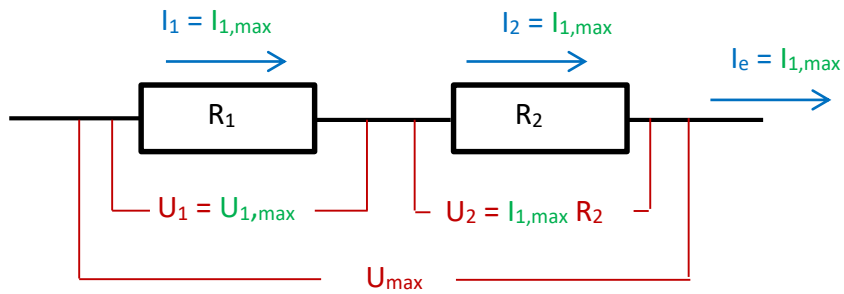
$$P_1 = 4\ \text{W}, R_1 = 40\ \text{k}\Omega = 40000\ \Omega$$

$$\rightarrow U_{1,\max} = \sqrt{4 \cdot 40000} = 400\ \text{V}, \text{ ill. } I_{1,\max} = \sqrt{4 / 40000} = 0,01\ \text{A}.$$

$$P_2 = 2\ \text{W}, R_2 = 10\ \text{k}\Omega = 10000\ \Omega$$

$$\rightarrow U_{2,\max} = \sqrt{2 \cdot 10000} = 141,4\ \text{V}, \text{ ill. } I_{2,\max} = \sqrt{2 / 10000} = 0,01414\ \text{A}.$$

A két ellenállás sorosan van kötve, ugyanaz az áram folyik át rajtuk, és ez a közös áram nem lehet nagyobb, mint a kisebbik áram, esetünkben  $I_{1,\max} = 0,01\ \text{A}$ . Ez szabja meg, hogy mekkora lehet a rendszerre kapcsolható maximális feszültség.



Az  $R_1$  ellenálláson a maximális feszültség esik (mivel a maximális áram folyik rajta):

$$U_1 = U_{1,max} = 400 \text{ V } (= I_{1,max} R_1);$$

az  $R_2$  ellenálláson pedig

$$U_2 = I_{1,max} R_2 = 0,01 \text{ A} \cdot 10000 \Omega = 100 \text{ V}.$$

Látható, hogy  $U_2 < U_{2,max}$ , tehát az  $R_2$  ellenállás nem megy tönkre.

A rendszerre kapcsolható maximális feszültség

$$U_{max} = U_1 + U_2 = 400 + 100 = 500 \text{ V}.$$

Megjegyzés:

Ha a rendszerre  $U_{1,max} + U_{2,max} = 400 + 141,4 = 541,4 \text{ V}$  feszültséget kapcsolnánk, akkor az ellenállásokon átfolyó áram

$I = (U_{1,max} + U_{2,max}) / (R_1 + R_2) = 541,4 \text{ V} / 50000 \Omega = 0,01083 \text{ A} = 10,83 \text{ mA}$  lenne, és az  $R_1$  ellenállás tönkremenne.