Biomérnökök feladata (8:15):

Egy súlytalan, könnyen mozgó dugattyúval lezárt edényben állandó mennyiségű, egyatomos gáz van. Kezdetben a gáz hőmérséklete T_1 K, nyomása $p_1 = 1{,}5\cdot10^5$ Pa, térfogata V_1 dm^3.

Először állandó térfogaton lecsökkentjük a gáz nyomását $p_2 = 10^5$ Pa-ra. Ezután állandó nyomáson megnöveljük a gáz térfogatát V_3 dm^3-re.

A két folyamat alatt összesen

a) mennyi munkát végzett a gáz? (8 pont)

b) mennyivel változott meg a gáz belső energiája? (8 pont)

c) mennyi hőt vett fel a gáz? (4 pont)

Megoldás:

a) A gáz által végzett összes munka a 2 folyamat során végzett munkák összege. Mivel az első folyamat során a térfogat állandó, ezért erre $W_{12} = 0$ (**1 pont**). Az összes munka tehát megegyezik a második folyamat során végzett munkával, amit a $p\cdot\Delta V$ képlettel számolhatunk, a 2. folyamat során a nyomás p_2, a térfogat $V_2 = V_1$-ről V_3-ra növekszik, azaz:

$W_{gáz} = W_{23} = p_2\,(V_3 - V_1)$ (**3 pont**, a jó számok behelyettesítése további **2 pont**, a helyes végeredmény **1 pont**, a helyes mértékegység **1 pont**).

b) A gáz egyatomos, ez azt jelenti, hogy részecskéinek szabadsági foka $f = 3$ (**1 pont**).

A belső energia megváltozása az 1. és 3. állapotok között: $\Delta U = (f/2)nR(T_3 - T_1)$ (**1 pont**).

I. módszer: A gáztörvényt ezen két állapotra felírva tudjuk, hogy $p_1V_1 = nRT_1$, és $p_3V_3 = nRT_3$. Ezeket felhasználva a belső energia megváltozása az adott mennyiségekkel kifejezve: $\Delta U = (f/2)\cdot(p_3V_3 - p_1V_1)$ (**2 pont**, a nyomások és térfogatok behelyettesítése további **2 pont**, a helyes végeredmény **1 pont**, a helyes mértékegység **1 pont**).

II. módszer: az 1. állapotból kiszámolható a gáz mólszáma, ami a folyamat során állandó marad: $n = p_1V_1/RT_1$ (***2 pont***). A 3. állapot hőmérséklete kiszámolható a 3. állapotra felírt gáztörvényből: $T_3 = p_3V_3/nR$; vagy az 1. és 3. állapotokra felírt gáztörvények segítségével: $T_3 = T_1\,p_3V_3/p_1V_1$ (mindkét módszerrel ***2 pont***), majd immár mindent be tudunk helyettesíteni a belső energia megváltozásának képletébe: $\Delta U = (f/2)nR(T_3 - T_1)$ (a helyes végeredmény ***1 pont***, a helyes mértékegység ***1 pont***).

c) A gázokra felírt $\Delta U = W_{\text{környezet}} + Q_{\text{fel}} = -W_{\text{gáz}} + Q_{\text{fel}}$ mérlegegyenletet használjuk (**1 pont**). Ezt a gáz által felvett hőre rendezzük: $Q_{\text{fel}} = \Delta U + W_{\text{gáz}}$ (**1 pont**), ebbe az előző két alfeladatban kiszámolt eredményeket kell behelyettesíteni (a helyes végeredmény **1 pont**, a helyes mértékegység **1 pont**).

A paramétereket és végeredményeket a következő táblázat tartalmazza:

T_1	V_1	V_3	$W_{gáz}$	ΔU	Q_{fel}	n	T_3
308 K	23 dm^3	52 dm^3	2900 J	2625 J	5525 J	1,347 mol	464,2 K
315 K	21 dm^3	47 dm^3	2600 J	2325 J	4925 J	1,203 mol	470 K

Vegyészmérnökök feladata (10:15):

Egy súlytalan, könnyen mozgó dugattyúval lezárt edényben állandó mennyiségű, kétatomos molekulájú gáz van. Kezdetben a gáz hőmérséklete T_1 K, nyomása $p_1 = 1{,}5\cdot10^5$ Pa, térfogata V_1 dm^3.

Először állandó nyomáson megnöveljük a gáz térfogatát V_2 dm^3-re. Ezután állandó térfogaton lecsökkentjük a gáz nyomását $p_3 = 10^5$ Pa-ra.

A két folyamat alatt összesen

a) mennyi munkát végzett a gáz? (8 pont)

b) mennyivel változott meg a gáz belső energiája? (8 pont)

c) mennyi hőt vett fel a gáz? (4 pont)

Megoldás:

a) A gáz által végzett összes munka a 2 folyamat során végzett munkák összege. Mivel a második folyamat során a térfogat állandó, ezért erre $W_{23} = 0$ (**1 pont**). Az összes munka tehát megegyezik az első folyamat során végzett munkával, amit a $p\cdot\Delta V$ képlettel számolhatunk, az 1. folyamat során a nyomás p_1, a térfogat V_1-ről V_2-re növekszik, azaz:

$W_{gáz} = W_{12} = p_1 (V_2 - V_1)$ (**3 pont**, a jó számok behelyettesítése további **2 pont**, a helyes végeredmény **1 pont**, a helyes mértékegység **1 pont**).

b) A gáz kétatomos molekulákból áll, ez azt jelenti, hogy részecskéinek szabadsági foka $f = 5$ (**1 pont**).

A belső energia megváltozása az 1. és 3. állapotok között: $\Delta U = (f/2)nR(T_3 - T_1)$ (**1 pont**).

I. módszer: A gáztörvényt ezen két állapotra felírva tudjuk, hogy $p_1V_1 = nRT_1$, és $p_3V_3 = nRT_3$. Ezeket felhasználva a belső energia megváltozása az adott mennyiségekkel kifejezve: $\Delta U = (f/2)\cdot(p_3V_3 - p_1V_1)$ (**2 pont**, a nyomások és térfogatok behelyettesítése további **2 pont**, a helyes végeredmény **1 pont**, a helyes mértékegység **1 pont**).

II. módszer: az 1. állapotból kiszámolható a gáz mólszáma, ami a folyamat során állandó marad: $n = p_1V_1/RT_1$ (***2 pont***). A 3. állapot hőmérséklete kiszámolható a 3. állapotra felírt gáztörvényből: $T_3 = p_3V_3/nR$; vagy az 1. és 3. állapotokra felírt gáztörvények segítségével: $T_3 = T_1\, p_3V_3/p_1V_1$ (mindkét módszerrel ***2 pont***), majd immár mindent be tudunk helyettesíteni a belső energia megváltozásának képletébe: $\Delta U = (f/2)nR(T_3 - T_1)$ (a helyes végeredmény ***1 pont***, a helyes mértékegység ***1 pont***).

c) A gázokra felírt $\Delta U = W_{környezet} + Q_{fel} = - W_{gáz} + Q_{fel}$ mérlegegyenletet használjuk (**1 pont**). Ezt a gáz által felvett hőre rendezzük: $Q_{fel} = \Delta U + W_{gáz}$ (**1 pont**), ebbe az előző két alfeladatban kiszámolt eredményeket kell behelyettesíteni (a helyes végeredmény **1 pont**, a helyes mértékegység **1 pont**).

A paramétereket és végeredményeket a következő táblázat tartalmazza:

T_1	V_1	V_3	$W_{gáz}$	ΔU	Q_{fel}	n	T_3
302 K	28 dm^3	41 dm^3	1950 J	-250 J	1700 J	1,673 mol	294,8 K
319 K	31 dm^3	46 dm^3	2250 J	-125 J	2125 J	1,753 mol	315,6 K

Megjegyzések a pontozáshoz

- A félkövér, dőlt pontszámok az alternatív megoldáshoz tartoznak, nem összeadandóak a sima félkövér pontszámokkal.
- Ha egy fejben is elvégezhető átalakítás, behelyettesítés nincs részletezve, de helyes a végeredmény, akkor is jár az összes pont. Ha ilyen esetben helytelen a végeredmény, akkor a nem részletezett átalakítás, behelyettesítés pontja sem jár.
- Az itt leírtaktól eltérő megoldásokra is jár az összes pont, amennyiben azok helyesek és a nem triviális lépések meg vannak indokolva.
- Ha egy helytelenül kiszámolt részeredménnyel számol tovább helyesen, akkor a további számolásokra jár minden pont.