Biomérnökök feladata (8:15):

1.) Könnyen mozgó dugattyúval lezárt hengeres edényben ideális gáz van. Az edényt levisszük a tenger felszíne alá h mélyre, ekkor a térfogata V_1. A tengervíz sűrűsége ρ, a levegő nyomása 10^5 Pa, g = 10 m/s^2.

a) Mekkora az edényben levő gáz nyomása? (5 pont)

b) Ezután az edényt felemeljük a felszínre. Mekkora lesz itt a térfogata, ha közben a hőmérséklete nem változik? (7 pont)

c) A gáz hőmérséklete T_2. Mennyi legyen a gáz hőmérséklete, ha azt szeretnénk, hogy a víz felszínén maradva térfogata ismét V_1 legyen? (8 pont)

Megoldás:

a) A könnyen mozgó dugattyú miatt az edényben ugyanakkora nyomás van, mint körülötte a tengervízben. A bezárt gáz oldalán a nyomást jelölje p_1, kívül pedig a nyomás a víz hidrosztatikai nyomásának és a vízfelszín feletti külső levegő nyomásának összege (**1 pont**). A víz hidrosztatikai nyomását a $p_h = \rho g h$ képlettel számolhatjuk (**1 pont**). Vagyis az edénybe zárt levegő nyomása: $p_1 = p_0 + \rho g h$ (egyből ezt a képletet helyesen felírva is jár az előző ***2 pont***, behelyettesítés **1 pont**, helyes végeredmény **1 pont**, mértékegység **1 pont**).

b) Jelölje az edényben levő gáz felszíni állapotát a (2) index, az a) feladatbeli (víz alatti) állapotát az (1) index. A gáz hőmérséklete állandó maradt, tehát izoterm folyamatról van szó (**1 pont**), ebben az esetben a pV szorzat állandó, azaz $p_2V_2 = p_1V_1$ (**2 pont**). (1. egyenlet)
Ebből p_1 értékét kiszámoltuk az a) feladatban, V_1 értéke adott volt, $p_2 = p_0$, mert a felszínen csak a légkör nyomásával kell egyensúlyt tartania a dugattyúnak.

A bezárt levegő térfogatát pedig az (1. egyenlet) átrendezésével kapjuk:
$V_2 = V_1\, p_1/p_0$ (rendezés **1 pont**, behelyettesítés **1 pont**, helyes végeredmény **1 pont**, mértékegység **1 pont**).

c) Jelölje az edény lehűtött állapotát a (3) index. Mivel a víz felszínén maradunk, ezért a külső nyomás nem változik, a könnyen mozgó dugattyú miatt az edényben levő nyomás sem változik, tehát a folyamat izobár (**1 pont**). Ebben az esetben a V/T hányados állandó (**1 pont**), azaz $V_2 / T_2 = V_3 / T_3$ (**1 pont**, vagy egyből ezt felírva ***2 pont***). A (3) állapotbeli térfogat megegyezik az (1) állapotbelivel, azaz $V_3 = V_1$ (**1 pont**). Ezt felhasználva, és a képletet az ismeretlen hőmérsékletre rendezve: $T_3 = (V_1 / V_2)\, T_2$ (rendezés **1 pont**, behelyettesítés **1 pont**, helyes végeredmény **1 pont**, mértékegység **1 pont**).

A paramétereket és végeredményeket a következő táblázat tartalmazza:

h	V_1	ρ	T_1	p_1	V_2	T_3
1,9 m	1,7 l	1014 kg/m^3	292 K	119266 Pa	2,028 l	244,8 K
2,3 m	1,6 l	1021 kg/m^3	283 K	123483 Pa	1,976 l	229,2 K

Vegyészmérnökök feladata (10:15):

1.)A tenger felszínén egy könnyen mozgó dugattyúval lezárt hengeres edényben ideális gáz van. A gáz térfogata V_0, a tengervíz sűrűsége ρ, a levegő nyomása 10^5 Pa, g = 10 m/s^2.

a) Ezután levisszük az edényt a tenger felszíne alá h mélyre. Mennyi lesz itt az edényben levő gáz nyomása? (5 pont)

b) Mekkora lesz a víz alatt a gáz térfogata, ha a hőmérséklete ugyanannyi, mint a felszínen volt? (7 pont)

c) Ezután a dugattyút rögzítjük, a gáz hőmérséklete T_1. Mennyi legyen a gáz hőmérséklete, ha azt szeretnénk, hogy az edény belsejében is p_0 nyomás legyen? (8 pont)

Megoldás:

a) A könnyen mozgó dugattyú miatt az edényben ugyanakkora nyomás van, mint körülötte a tengervízben. A bezárt gáz oldalán a nyomást jelölje p_1, kívül pedig a nyomás a víz hidrosztatikai nyomásának és a vízfelszín feletti külső levegő nyomásának összege (**1 pont**). A víz hidrosztatikai nyomását a $p_h = \rho g h$ képlettel számolhatjuk (**1 pont**). Vagyis az edénybe zárt levegő nyomása: $p_1 = p_0 + \rho g h$ (egyből ezt a képletet helyesen felírva is jár az előző ***2 pont***, behelyettesítés **1 pont**, helyes végeredmény **1 pont**, mértékegység **1 pont**).

b) Jelölje az edényben levő gáz víz alatti állapotát az (1) index, a felszíni állapotát a (0) index. A gáz hőmérséklete állandó maradt, tehát izoterm folyamatról van szó (**1 pont**), ebben az esetben a pV szorzat állandó, azaz $p_1V_1 = p_0V_0$ (**2 pont**). Ebből p_1 értékét kiszámoltuk az a) feladatban, V_0 adott és p_0 megegyezik a levegő nyomásával, mert a felszínen csak azzal kell egyensúlyt tartania a dugattyúnak.

A bezárt levegő térfogatára rendezve kapjuk: $V_1 = V_0\, p_0/p_1$ (rendezés **1 pont**, behelyettesítés **1 pont**, helyes végeredmény **1 pont**, mértékegység **1 pont**).

c) Jelölje az edény lehűtött állapotát a (2) index. Mivel a dugattyút rögzítettük, ezért az edény térfogata nem változik, tehát a folyamat izochor (**1 pont**). Ebben az esetben a p/T hányados állandó (**1 pont**), azaz $p_2 / T_2 = p_1 / T_1$ (**1 pont**, vagy egyből ezt felírva ***2 pont***). A (2) állapotbeli nyomás a feladat szerint megegyezik a légköri nyomással, azaz $p_2 = p_0$ (**1 pont**). Ezt felhasználva, és a képletet az ismeretlen hőmérsékletre rendezve: $T_2 = (p_0 / p_1)\, T_1$ (rendezés **1 pont**, behelyettesítés **1 pont**, helyes végeredmény **1 pont**, mértékegység **1 pont**).

A paramétereket és végeredményeket a következő táblázat tartalmazza:

V_0	ρ	h	T_1	p_1	V_1	T_2
2,8 l	1018 kg/m^3	2,3 m	286 K	123414 Pa	2,269 l	231,7 K
2,4 l	1008 kg/m^3	2,1 m	295 K	121168 Pa	1,981 l	243,5 K

Megjegyzések a pontozáshoz

- A félkövér, dőlt pontszámok az alternatív megoldáshoz tartoznak, nem összeadandóak a sima félkövér pontszámokkal.
- Ha egy fejben is elvégezhető átalakítás, behelyettesítés nincs részletezve, de helyes a végeredmény, akkor is jár az összes pont. Ha ilyen esetben helytelen a végeredmény, akkor a nem részletezett átalakítás, behelyettesítés pontja sem jár.
- Az itt leírtaktól eltérő megoldásokra is jár az összes pont, amennyiben azok helyesek és a nem triviális lépések meg vannak indokolva.
- Ha egy helytelenül kiszámolt részeredménnyel számol tovább helyesen, akkor a további számolásokra jár minden pont.