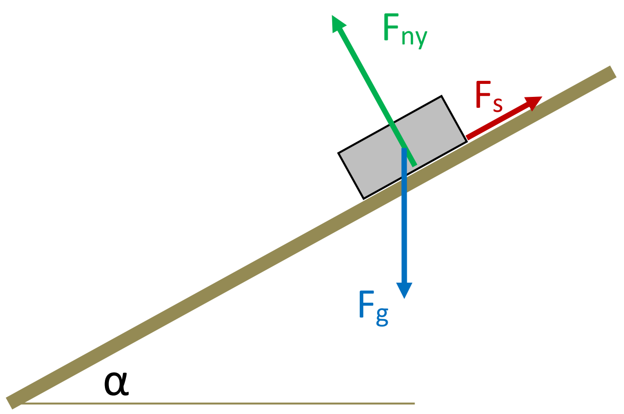
2. TÉMAKÖR: DINAMIKA

2. GYAKORLAT

2B/1. Van egy α = 18° hajlásszögű, L = 2,3 m hosszú lejtő, és egy m = 85 dkg tömegű test. A test és a lejtő közötti csúszási súrlódási együttható μ = 0,16.
a) Mekkora súrlódási erő hat a testre a mozgása közben?
b) Mekkora lesz a test gyorsulása, ha elengedjük a lejtőn lefelé?
Plusz kérdés: Mekkora lesz a test végsebessége a lejtő aljára érkezve, ha a test a lejtő tetejéről nyugalomból indulva elkezd lefelé csúszni?
c) Mekkora lesz a test gyorsulása, ha a lejtő alján meglökjük fölfelé?
Plusz kérdés: Legalább mekkora kezdősebességet kell adni a testnek a lejtő alján, hogy feljusson a lejtő legtetejére?
d) Ha azt szeretnénk, hogy a test állandó sebességgel mozogjon fölfelé a lejtőn, mekkora lejtővel párhuzamos erőt kell rá kifejtenünk?
Plusz kérdés:
e) Ha azt szeretnénk, hogy a test állandó sebességgel mozogjon fölfelé a lejtőn, mekkora vízszintes erőt kell rá kifejtenünk?

Megoldás
A testre 3 erő hat:



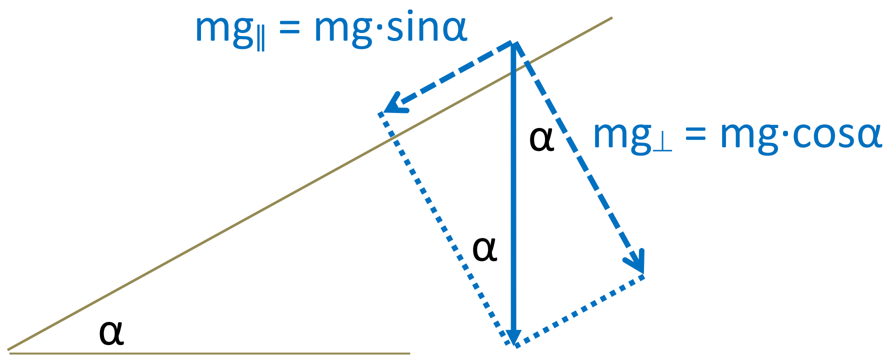
a nehézségi erő:
- az iránya függőlegesen lefelé mutat,
- a nagysága F_g = mg;

a lejtő által a testre kifejtett nyomóerő:
- az iránya merőleges a lejtő síkjára,
- a nagysága akkora, hogy teljesüljön az, hogy a test a lejtő síkjában mozog;

a csúszási súrlódási erő:
- az iránya ellentétes a test mozgásának az irányával,
- a nagysága $F_s = \mu \cdot F_{ny}$, a nyomóerő nagyságától függ.

A három erő 3 különböző irányú. A test a lejtő síkjában mozog, ezért úgy írunk fel két egyenletet, hogy az egyik a mozgás iránya, ami most a lejtővel párhuzamos irány, a másik pedig az arra merőleges (a lejtő síkjára merőleges) irány.

Ehhez először fel kell bontanunk a nehézségi erőt ilyen irányú komponensekre:



Mivel a test a lejtő síkjában mozog, az arra merőleges erők eredője zérus kell legyen, hiszen nem lehet gyorsulása a lejtőre merőlegesen (ez a kényszerfeltétel). A lejtőre merőleges nyomóerő ezért akkora kell legyen, mint a nehézségi erőnek a lejtőre merőleges komponense:

$F_{ny} = mg_{\perp} = mg \cdot \cos\alpha = 8{,}084\ N$.

A feladat megoldásánál a képleteket fogjuk tovább alakítani és csak a legvégén fogunk behelyettesíteni, de szürkével oda lesznek írva menet közben a részeredmények.

a) A nyomóerő nagyságát ismerve ki tudjuk fejezni a csúszási súrlódási erő nagyságát:

$F_s = \mu \cdot F_{ny} = \mu \cdot mg \cdot \cos\alpha$

Behelyettesítve:

$F_s = \mu \cdot mg \cdot \cos\alpha = 0{,}16 \cdot 0{,}85 \cdot 10 \cdot \cos 18° = 1{,}293\ N$.

b) Ki kell fejeznünk a test gyorsulását a mozgásegyenlet lejtővel párhuzamos komponenséből. A test a lejtő síkjában lefelé fog mozogni, ezért azt vesszük fel pozitív iránynak. A testet a nehézségi erő lejtővel párhuzamos komponense gyorsítja, a súrlódás fékezi:

$ma_{le} = mg \cdot \sin\alpha - \mu \cdot mg \cdot \cos\alpha = 2{,}627 - 1{,}293 = 1{,}333\ N$,

ebből a test gyorsulása lefelé

$a_{le} = g \cdot (\sin\alpha - \mu \cdot \cos\alpha) = 10 \cdot (\sin 18° - 0{,}16 \cdot \cos 18°) = 1{,}568\ m/s^2$.

Plusz kérdés:

Mivel állandó a test gyorsulása, ezért a sebessége egyenletesen változik:

$v_{le}(t) = v_{le0} + a_{le} \cdot t$,

és a lejtőn megtett távolságot négyzetes úttörvénnyel számolhatjuk:

$s_{le}(t) = v_{le0}\, t + ½\, a_{le}\, t^2$.

Ebben a feladatban most $v_{le0} = 0$, mert nyugalomból indul, tehát

$v_{le}(t) = a_{le} \cdot t$ és $s_{le}(t) = ½\, a_{le}\, t^2$.

A lejtő alján a sebességet úgy tudjuk kiszámolni, hogy először meghatározzuk, mennyi idő alatt ér le, vagyis milyen t_l időben lesz $s(t_l) = L$:

$½\, a_{le}\, t_l^2 = L \quad \rightarrow \quad t_l = \sqrt{\frac{2L}{a_{le}}} = 1{,}713\ s$,

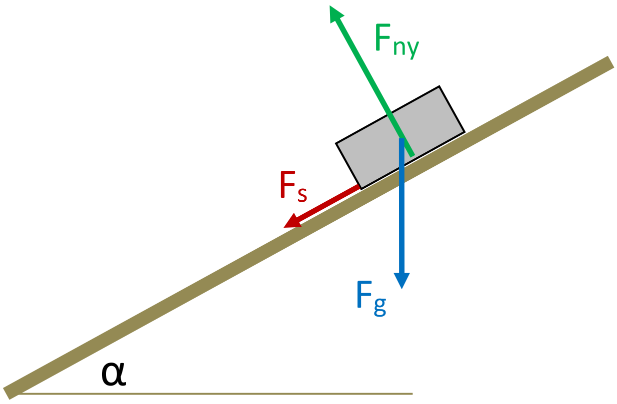
és ezt behelyettesítjük a sebesség képletébe:

$v_{le,vég} = v_{le}(t_l) = a_{le} \cdot t_l = a_{le} \cdot \sqrt{\frac{2L}{a_{le}}} = \sqrt{2L\, a_{le}}$.

Behelyettesítve:

$v_{le,vég} = \sqrt{2L\, a_{le}} = \sqrt{2 \cdot 2{,}3 \cdot 1{,}568} = 2{,}686$ m/s.

c) Ha felfelé halad a test a lejtőn, akkor más lesz a gyorsulásának a nagysága, mint amikor lefelé csúszott. A csúszási súrlódási erő most is fékezi a testet, az iránya mindig a mozgás irányával ellentétes irányba mutat, vagyis felfelé haladó test esetén lefelé mutat. Másrészt a nehézségi erő lejtővel párhuzamos komponense mindig lefelé mutat, ami a lefelé haladó testet gyorsította, de a felfelé haladó testet fékezi.



Mivel a test most a lejtő síkjában felfelé fog mozogni, ezért most azt vesszük fel pozitív iránynak.

$ma_{fel} = -\, mg \cdot \sin\alpha - \mu \cdot mg \cdot \cos\alpha = -\, 2{,}627 - 1{,}293 = -3{,}920$ N ,

ebből a test gyorsulása felfelé

$a_{fel} = -\, g \cdot (\sin\alpha + \mu \cdot \cos\alpha) = -10 \cdot (\sin 18° + 0{,}16 \cdot \cos 18°) = -4{,}612$ m/s^2 .

Plusz kérdés:

Ha ugyanakkora kezdősebességet adnánk a testnek, mint amekkora végsebességgel leérkezett a lejtő aljára, akkor nem jutna fel a lejtő tetejére, mert most nagyobb abszolút értékű a lassulása, mint a **b)** részben a gyorsulása volt.

Írjuk fel a test sebességét és a lejtőn megtett utat az idő függvényében:

$v_{fel}(t) = v_{fel0} + a_{fel} \cdot t$ és $s_{fel}(t) = v_{fel0}\, t + ½\, a_{fel}\, t^2$.

A minimális kezdősebességgel éppen a lejtő tetejére érve áll meg a test (ehhez t_f idő kell):

$v_{fel0} + a_{fel} \cdot t_f = 0 \quad \rightarrow \quad t_f = -\, v_{fel0} / a_{fel} = 0{,}9987$ s (a_{fel} negatív, tehát t_f pozitív).

s_{fel} képletébe ezt az időt behelyettesítve L-et kell kapjunk:

$v_{fel0}\, t_f + ½\, a_{fel}\, t_f^2 = v_{fel0} \cdot (-\, v_{fel0}/a_{fel}) + ½\, a_{fel}\, (-\, v_{fel0}/a_{fel})^2 = -\frac{v_{fel0}^2}{2\, a_{fel}} = L$.

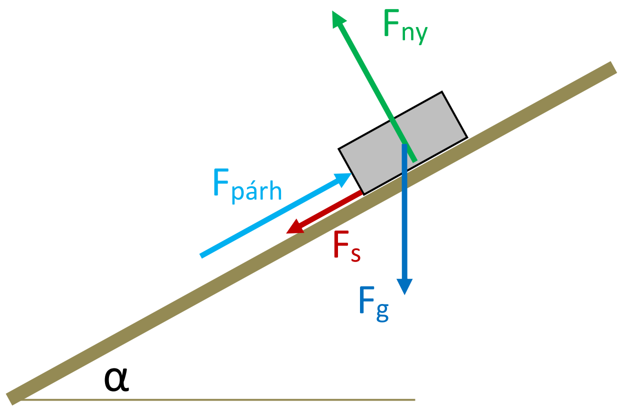
Ebből kifejezhető a minimális kezdősebesség, amivel feljut a lejtő tetejére:

$v_{fel0} = \sqrt{-2L\, a_{fel}}$ (a_{fel} negatív, tehát a gyök alatti mennyiség pozitív)

Behelyettesítve

$v_{fel0} = \sqrt{-2 \cdot 2{,}3 \cdot (-4{,}612)} = 4{,}606$ m/s .

d) Ha állandó sebességgel mozog a test a lejtőn, akkor a gyorsulása zérus ($a_{fel} = 0$) , vagyis a lejtővel párhuzamos erők eredője zérus kell legyen.

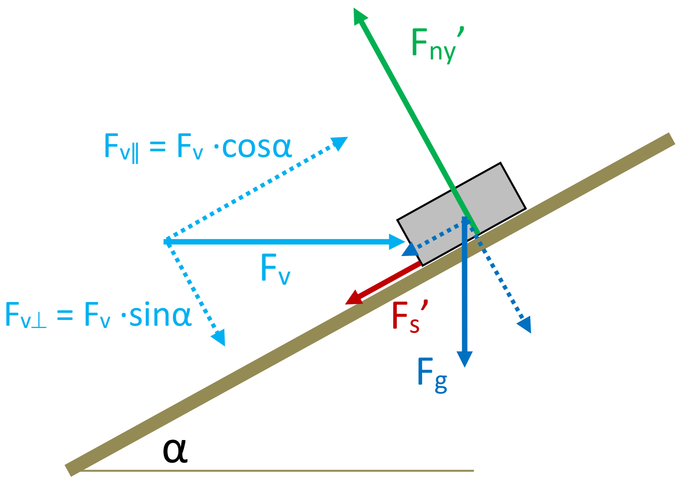


Jelölje $F_{párh}$ az általunk a lejtővel párhuzamos irányban kifejtett erőt. Ez az erő felfelé gyorsítja a testet, vagyis felfelé mutató tengely esetén pozitív előjelű:

$$ma_{fel} = F_{párh} - mg \cdot \sin\alpha - \mu \cdot mg \cdot \cos\alpha = 0$$
$$\rightarrow \; F_{párh} = mg \cdot \sin\alpha + \mu \cdot mg \cdot \cos\alpha \, ,$$
behelyettesítve $F_{párh} = 3{,}920$ N.

Plusz kérdés:

e) Az általunk kifejtett F_v erő nem párhuzamos a lejtő síkjával, ezért nem csak tolja felfelé a testet a lejtőn, hanem „bele is akarja nyomni” a lejtőbe. Emiatt a lejtő által kifejtett nyomóerő nagysága megváltozik, nagyobb lesz.
A számoláshoz az F_v erőt is fel kell bontanunk lejtővel párhuzamos és lejtőre merőleges komponensekre:



A lejtőre merőleges komponensek eredője zérust kell adjon:
$$F_{ny}' - mg_{\perp} - F_{v\perp} = F_{ny}' - mg \cdot \cos\alpha - F_v \cdot \sin\alpha = 0 \, ,$$
ezért a lejtő által kifejtett nyomóerő most
$$F_{ny}' = mg \cdot \cos\alpha + F_v \cdot \sin\alpha \, .$$

A nyomóerő nagyságának változása miatt a súrlódási erő nagysága is változni fog:
$$F_s' = \mu \cdot F_{ny}' = \mu \cdot mg \cdot \cos\alpha + \mu \cdot F_v \cdot \sin\alpha \, .$$

A testet akkora erővel toljuk, hogy a sebessége állandó legyen, ezért a lejtővel párhuzamos gyorsulása zérus:

$F_{v\parallel} - mg_{\parallel} - F_s' = 0 \quad \rightarrow$

$F_v \cdot \cos\alpha - mg \cdot \sin\alpha - (\mu \cdot mg \cdot \cos\alpha + \mu \cdot F_v \cdot \sin\alpha) = 0$

Ebből kifejezhető az F_v erő:

$$F_v = \frac{\sin\alpha + \mu \cdot \cos\alpha}{\cos\alpha - \mu \cdot \sin\alpha} mg$$

Behelyettesítve $F_v = 4{,}348$ N.

2B/2. Van egy $\alpha = 18°$ hajlásszögű, L = 2,3 m hosszú lejtő, és egy m = 85 dkg tömegű test. A test és a lejtő közötti csúszási súrlódási együttható $\mu = 0{,}16$ (eddig ugyanaz, mint a **2A/1** feladatban); a tapadási súrlódási együttható értéke $\mu_t = 0{,}34$.
Mekkora a testre ható (tapadási vagy csúszási) súrlódási erő?
a) Mekkora a testre ható (tapadási vagy csúszási) súrlódási erő?
b) A lejtő hajlásszögét növelve mekkora szögnél csúszik meg a test?

<u>Megoldás</u>
a) A lejtőn nyugalomban levő testet a nehézségi erő lejtővel párhuzamos komponense, $mg_{\parallel} = mg \cdot \sin\alpha = 2{,}627$ N nagyságú erő akarja gyorsítani a lejtőn lefelé.
Tudjuk, hogy a tapadási súrlódási erő maximális értéke $F_{t,max} = \mu_t \cdot F_{ny}$.

Mivel most $F_{ny} = mg_{\perp} = mg \cdot \cos\alpha = 8{,}084$ N ,

ezért $F_{t,max} = \mu_t \cdot F_{ny} = 0{,}34 \cdot 8{,}084 = 2{,}749$ N.

Tehát $F_{t,max} = 2{,}749 \text{ N} \quad > \quad mg_{\parallel} = 2{,}627 \text{ N}$

A tapadási súrlódási erő maximális értéke nagyobb, mint az az erő, ami a lejtőn lefelé gyorsítani akarja a testet, ezért a test nem kezd el csúszni.
A tapadási súrlódási erő értéke akkora, hogy az eredő erő zérus legyen, vagyis
$F_t = mg_{\parallel} = 2{,}627$ N.

b) Ahogy növeljük a lejtő hajlásszögét, sinα értéke nő, és emiatt $mg_{\parallel}$ és ezzel együtt F_t értéke is nő, amíg el nem éri az adott szöghöz tartozó határértéket. Addig tapad, ameddig

$F_{t,max}(\alpha) \geq mg_{\parallel}$,

vagyis az erőtörvényeket beírva

$\mu_t\, mg\cos\alpha \geq mg\sin\alpha$

$\rightarrow$ a test addig tapad, amíg $\mathrm{tg}\alpha \leq \mu_t$.

A tapadás határszöge kiszámolható a tapadási súrlódási együttható értékéből:

$\mathrm{tg}\alpha_h = \mu_t = 0{,}34 \quad \rightarrow \quad \alpha = 18{,}78°$.

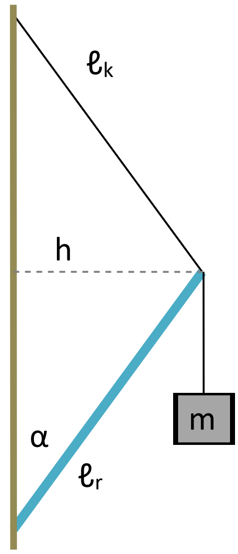
2B/K1 KÍSÉRLET: Állítható hajlásszögű lejtőn növeljük a hajlásszöget. Megmérjük, milyen szögnél csúszik meg a lejtőre helyezett test.

STATIKA

A test, ill. a több testből álló összetett rendszer nyugalomban van, nem kezd gyorsulni ($\mathbf{a}$ = 0), ha minden egyes összetevőjére a rá ható erők vektori eredője zérus: $\Sigma\, \mathbf{F}_i = 0$.

A rendszerben kényszererők léphetnek fel:
- nyomóerő: a felületre merőleges;
- kötélerő: kötél irányú húzó erő;
- rúderő: rúd irányú erő, ami lehet húzó vagy nyomó erő is.

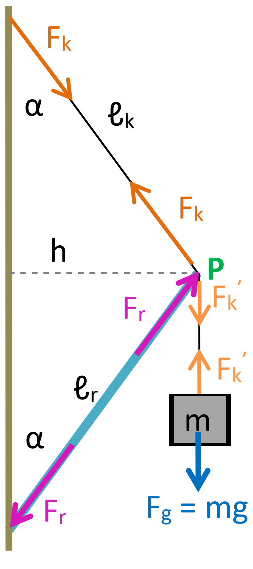
2B/K2 a) KÍSÉLRLET: Az ábra szerinti elrendezésben egy m tömegű testet úgy rögzítettünk egy függőleges lapra, hogy felülről egy kötél tartja, és alulról egy rúd támasztja meg.



2B/3. Az ábra szerinti elrendezésben egy m tömegű testet úgy rögzítettünk egy függőleges lapra, hogy felülről egy kötél tartja, és alulról egy rúd támasztja meg.
Számoljuk ki, mekkora erő lép fel a kötélben, ill. a rúdban!

Adatok: m = 100 g = 0,1 kg;
a kötél és a rúd hossza megegyezik: $\ell_k = \ell_r$ = 21 cm;
a felfüggesztési pont h = 12,5 cm távol van a függőleges laptól.

<u>Megoldás</u>
Jelöljük P-vel a kötél és a rúd találkozási pontját, ahová az m tömeg egy kis fonáldarab közvetítésével rögzítve van.



A rendszerben ható erők:

$F_g = mg$ nehézségi erő;

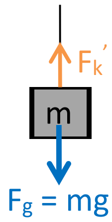
F_k kötélerő: a P pontra húzó erőt fejt ki;

F_r rúderő: vegyük fel úgy, hogy a P pontra nyomó erőt fejt ki;

a kis fonáldarabban F_k' erő lép fel, ami az m tömeget felfelé, a P pontot lefelé húzza.

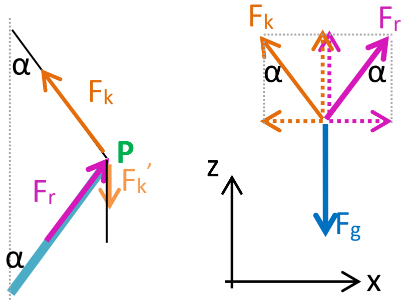
Az m tömegű testre hat az F_g = mg nehézségi erő és a függőleges fonál által kifejtett F_k' fonálerő, és a kettő eredője zérus:

$F_k' - mg = 0 \quad \rightarrow \; F_k' = mg.$



A függőleges fonáldarab tehát F_k' = mg nagyságú erővel hat a P pontra lefelé, vagyis számolhatunk úgy, mintha az m tömeg közvetlenül a P pontban lenne.

Vizsgáljuk a P pont egyensúlyát:



A 3 erő vektori eredője zérus: $\mathbf{F_k} + \mathbf{F_r} + \mathbf{F_g} = \mathbf{0}$.
Bontsuk vízszintes és függőleges komponensekre:
az ábrán jelölt irányoknak megfelelően

az x komponens:

$-F_k \sin\alpha + F_r \sin\alpha = 0 \quad \rightarrow \quad F_k \sin\alpha = F_r \sin\alpha$

$\rightarrow \quad F_k = F_r$, a két erő nagysága egyenlő;

a z komponens:

$F_k \cos\alpha + F_r \cos\alpha - mg = 0.$

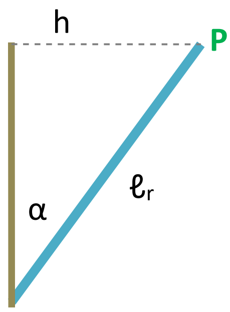
$F_k = F_r$ felhasználásával

$2 F_k \cos\alpha = mg \quad \rightarrow \qquad F_k = \frac{mg}{2\cos\alpha}$.

Számolás:

$\sin\alpha = h / \ell_r$ = 12,5 cm / 21 cm = 0,5952 $\rightarrow$ α = 36,53°.

$F_k = \frac{mg}{2\cos\alpha} = \frac{0{,}1 \cdot 10}{2 \cdot \cos 36{,}53}$ = 0,6222 N.



F_k = 0,6222 N húzó erő;
F_r = 0,6222 N nyomó erő.
A rúdnak tényleg nyomnia kell a P pontot.

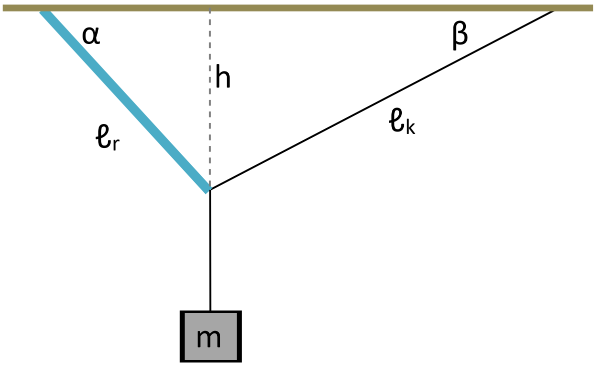
2B/K2 b) KÍSÉRLET: Ha fejjel lefelé fordítjuk az előző elrendezést és alulra kerül a kötél, akkor a kötél nem tudja megtartani az m tömeget, mivel nem tud nyomó erőt kifejteni.

2B/K2 c) KÍSÉRLET: Az ábra szerinti elrendezésben egy m tömegű testet rögzítettünk egy vízszintes lapra egy kötél és egy rúd segítségével.

Plusz feladat:

2B/4. Az ábra szerinti elrendezésben egy m tömegű testet rögzítettünk egy vízszintes lapra egy kötél és egy rúd segítségével.

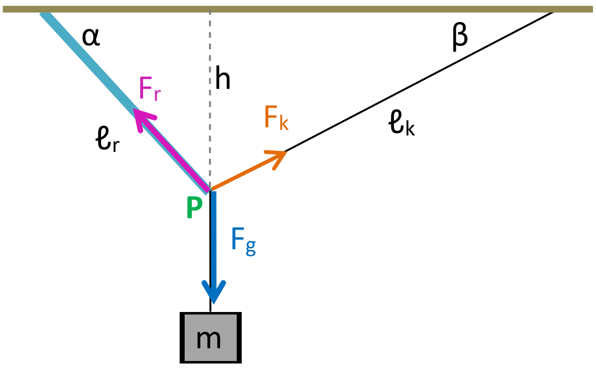
Számoljuk ki, mekkora erő lép fel a kötélben, ill. a rúdban!

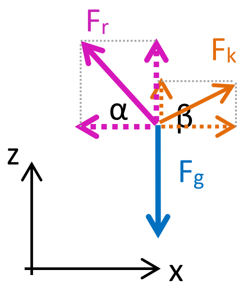


Adatok: m = 100 g = 0,1 kg;
a rúd hossza: ℓ_r = 16 cm;
a kötél hossza: ℓ_k = 26 cm;
a felfüggesztési pont h = 12 cm távol van a vízszintes laptól.

Megoldás

Az előző feladat gondolatmenetét felhasználva vizsgáljuk a P pont egyensúlyát:





A 3 erő vektori eredője zérus: $\mathbf{F_k} + \mathbf{F_r} + \mathbf{F_g} = \mathbf{0}$.

Bontsuk vízszintes és függőleges komponensekre!

Az ábrán jelölt irányoknak megfelelően

az x komponens:

$$F_k \cos\beta - F_r \cos\alpha = 0\ ;$$

a z komponens:

$$F_k \sin\beta + F_r \sin\alpha - mg = 0.$$

Az x komponensből fejezzük ki F_r-t:

$$F_r = F_k \frac{\cos\beta}{\cos\alpha}\,,$$

és írjuk be a z komponensbe:

$$F_k \sin\beta + F_k \frac{\cos\beta}{\cos\alpha} \sin\alpha - mg = 0 \quad \rightarrow$$

$$F_k = \frac{mg}{\sin\beta + \frac{\cos\beta}{\cos\alpha}\sin\alpha}\ .$$

Számolás:

$\sin\alpha = h / \ell_r = 12 / 16 = 0{,}75 \quad \rightarrow \ \alpha = 48{,}59°$,

$\sin\beta = h / \ell_k = 12 / 26 = 0{,}4615 \ \rightarrow \ \beta = 27{,}49°$.

$F_k = \frac{0{,}1 \cdot 10}{\sin 27{,}49 + \frac{\cos 27{,}49}{\cos 48{,}59} \cdot \sin 48{,}59} = 0{,}6815$ N a kötélerő nagysága, és

$F_r = F_k \frac{\cos\beta}{\cos\alpha} = 0{,}6815 \cdot \frac{\cos 27{,}49}{\cos 48{,}59} = 0{,}9139$ N a rúderő nagysága.

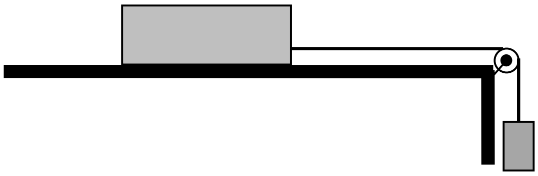
Mindkét erő húzó erő.

Ezekben a vizsgált elrendezésekben könnyen látható, hogy a rúd milyen irányú erőt kellett kifejtsen (az első elrendezésben nyomó erőt, a másodikban húzó erőt), de ha nem egyértelmű, akkor induláskor felveszünk egy tetszőleges irányt, és a számolás után az előjelből látjuk, hogy helyes volt-e a feltételezésünk. Ha negatív előjelű erőt kapunk végeredményül, akkor meg kell változtatni az eredetileg felvett erő irányát. (Kötél esetében természetesen csak húzó erő léphet fel.)

Házi feladatokhoz tartozó kísérletsorozatok

1. kísérletsorozat: Tapadás vízszintes felületen

2HF/K1 a) KÍSÉRLET:



Vízszintes sík felületen levő m_{gy} = 1,59 g tömegű üres gyufásdobozhoz egy fonalat kötünk, a fonalat átvetjük a felület szélén levő csigán, és a végére egy 1,26 g tömegű üres poharat kötünk.
A gyufásdoboz sima felületen ennek hatására megcsúszik.
Ha a felületre smirglit helyezünk, és ezzel megnöveljük a súrlódási együtthatót, akkor a gyufásdoboz nem csúszik meg (tapad).
Ha a gyufásdobozt megnyomjuk kézzel fentről lefelé, és ezzel megnöveljük a nyomóerőt, akkor a gyufásdoboz nem csúszik meg.
Ha a gyufásdobozba egy kis súlyt helyezünk, azaz megnöveljük a tömegét (de a lelógó pohár tömege nem változott) és ezzel együtt a nyomóerőt, akkor a gyufásdoboz nem csúszik meg.

2HF/K1 b) KÍSÉRLET:
Terheljük a gyufásdobozt 20 g tömeggel: M = m_{gy} + 20 g = 21,59 g.
Ezzel a terheléssel a gyufásdoboz a sima felületen tapad, ha a pohár üres.
A pohárba vizet töltünk, addig, amíg a gyufásdoboz el nem kezd csúszni. A pohár és a víz együttes tömege ekkor m = 9,03 g.*
Ebből kiszámolható a gyufásdoboz és a sima felület közötti tapadási súrlódási együttható értéke. A számolást a **2HF/1. házi feladat**ban végezzük el, az eredmény

$\mu_{t,\ sima}$ = 0,4182.

Ugyanebben a kísérletben megmérjük, hogy a gyufásdoboz, miután megcsúszik, 0,87 s alatt mozdul el 24 cm-t.
A gyufásdoboz egyenletesen gyorsuló mozgást végez, így kiszámolható a gyufásdoboz gyorsulása, abból pedig a gyufásdoboz és a sima felület közötti csúszási súrlódási együttható. Ezeket a számolásokat a **2HF/2. házi feladat**ban végezzük el.
A csúszási súrlódási együttható:

μ = 0,3275.

Látható, hogy a csúszási súrlódási együttható valóban kisebb, mint a tapadási súrlódási együttható.

2HF/K1 c) KÍSÉRLET:
Megismételjük az előző (2HF/K1 b) kísérletet a felületre P120-as smirglit helyezve.
Ekkor több vizet kell tölteni a pohárba ahhoz, hogy a 20 g tömeggel terhelt gyufásdoboz csúszni kezdjen. A tapadás megszűnésekor a pohár és a víz tömege $m_{min,2}$ = 21,66 g.
Ebből kiszámolható a gyufásdoboz és a P120-as smirgli felülete közötti tapadási súrlódási együttható értéke:

$\mu_{t,\ P120}$ = 1,003.
(A P80-as smirgli esetén 1,320.)

2hf/K1 d) KÍSÉRLET:
20 g tömeggel terhelt gyufásdobozt helyezünk P120-as smirglire, és a pohár víz tömegét csökkentjük ahhoz képest, mint ami már megindította a gyufásdobozt (a kísérletben 21,66 g helyett csak 19,67 g). Ekkora tömeg esetén a kötélerő kisebb, mint a tapadási súrlódási erő maximuma, ezért a doboz magától nem kezd gyorsulni – de ha meglökjük egy kicsit, akkor csúszik, mert a csúszási súrlódási együttható kisebb, mint a tapadási súrlódási együttható.

2. kísérletsorozat: Súrlódás lejtőn

2HF/K2 a) KÍSÉRLET: Állandó α = 28° hajlásszögű lejtőn gyorsulva csúszik le egy 20 g tömeggel terhelt gyufásdoboz. Megmérjük, mennyi idő alatt tesz meg egy adott távolságot: 50 cm megtételéhez 0,667 s idő szükséges.
Ebből kiszámolható a test gyorsulása (egyenletes gyorsulást feltételezve), majd a gyorsulásból a csúszási súrlódási együttható. Ezeket a számolásokat a **2HF/3. házi feladat**ban végezzük el.
A csúszási súrlódási együttható:
μ = 0,2771.
Az itt kiszámolt érték kisebb, mint a 2HF/3. feladatban, az eltérést magyarázza, hogy ennél a kísérletnél nincs a csigán átvetett fonál, és az ezen fellépő súrlódás.
Ugyanakkor a csúszási súrlódási együttható ezúttal is kisebb, mint a tapadási súrlódási együttható.

2HF/K2 b) KÍSÉRLET: Állandó hajlásszögű lejtőre helyezzük a 20 g tömeggel terhelt gyufásdobozt, amire egy fonalat kötünk, a fonalat átvetjük a lejtő tetején levő csigán, és a függőlegesen lógó fonál végére egy m tömegű üres poharat kötünk. A gyufásdoboz a lejtőn lefelé gyorsulva csúszni kezd.
Adatok: $M = m_{gy} + 20\ g = 21{,}59\ g = 21{,}59\cdot10^{-3}\ kg$; $m = 1{,}26\ g = 1{,}26\cdot10^{-3}\ kg$; α = 28° ;
a csúszási súrlódási együttható értéke a 2HF/1 b) kísérletből μ = 0,33; a lejtő hossza
L = 0,485 m.
Ezekből a **2HF/4. házi feladat**ban kiszámoljuk, hogy a nyugalmi helyzetből induló gyufásdoboz ezt az utat

$t_L = \ = 0{,}9259\ s$

alatt teszi meg.

A kísérlet szerint a test 1,834 s alatt teszi meg ezt a távolságot. Ebből visszafelé számolva a csúszási súrlódási együttható értéke 0,431-nek adódna 0,33 helyett. Az eltérés oka lehet egyrészt az, hogy a valóságban a csigánk nem ideális, ezen is van súrlódás. Bár a 2HF/1 b) kísérletben is ugyanezt a csigát használtuk, így a súrlódását elvileg belemértük abba a súrlódási együtthatóba, most a lejtő eltérő hajlásszöge miatt hosszabb szakaszon érintkezik a fonál és a csiga, ami megváltoztathatja a súrlódási erőt. Az eltérés másik oka az, hogy a valódi lejtőnk különböző pontjain a súrlódási együttható értéke más és más, a lejtő anyagának inhomogén érdessége, illetve a szennyeződések egyenetlen eloszlása miatt, és ezúttal a lejtő másik részén csúszott a gyufásdoboz, mint a 2HF/1 b) kísérletben.

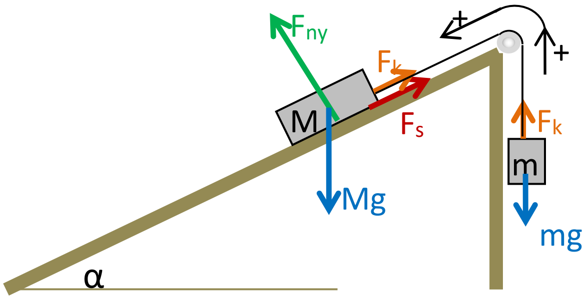
2HF/2 c) KÍSÉRLET: Állandó hajlásszögű lejtőre helyezünk egy M tömegű testet, amire egy fonalat kötünk, a fonalat átvetjük a lejtő tetején levő csigán, és a függőlegesen lógó fonál végén levő m tömegű pohárba egyre nagyobb tömeget helyezünk.

Megfigyelés:

A fonál végén levő tömeg növelésével a lejtőn levő test először még megindul lefelé a lejtőn, a gyorsulása

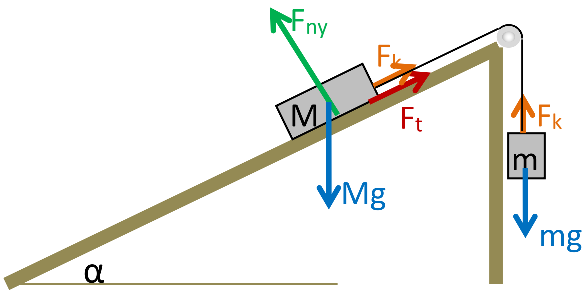
$a = \frac{M(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) - m}{M + m} g$

egyre kisebb lesz, ahogy az m tömeg nő.



A kötélerő is egyre kisebb lesz. A kötélerő itt nem egyenlő mg -vel, mivel az m tömegű testet az $F_k - mg$ nagyságú erő gyorsítja. F_k nagyságát most nem fejezzük ki. (Kifejezhető, ha az előző feladatban a gyorsulást visszahelyettesítjük bármelyik test mozgásegyenletébe.)

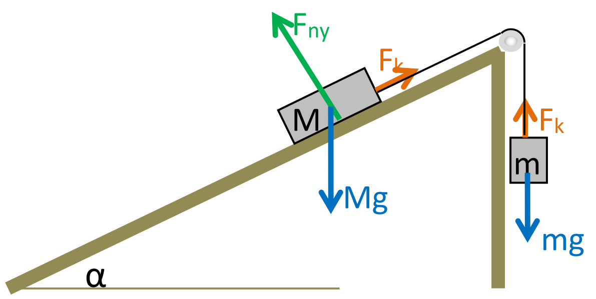
Amikor a kötélerő eléri a tapadási súrlódási erő maximális értékét ($F_{t,max} = \mu_t F_{ny} = \mu_t Mg\cos\alpha$), akkor a test a tapadási súrlódási erő miatt nem indul meg. Ilyenkor $a = 0 \rightarrow F_k = mg$.



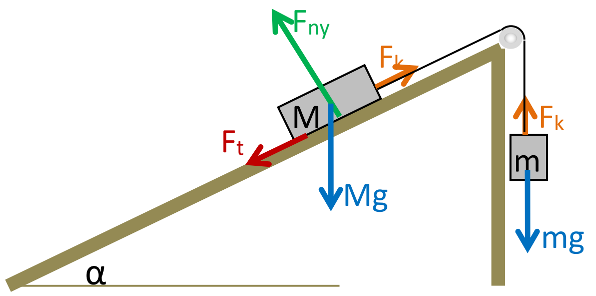
Először a tapadási súrlódási erő iránya ugyanúgy felfelé mutat, mint a csúszási súrlódási erő iránya mutatott, mert súrlódás nélkül a test lefelé gyorsulna a lejtőn, mivel $Mg\sin\alpha > F_k$.

A tapadási súrlódási erő nagysága $F_t = Mg\sin\alpha - F_k = Mg\sin\alpha - mg$.

Ahogy az m tömeget növeljük, nő a kötélerő is $\rightarrow$ F_t nagysága csökken.

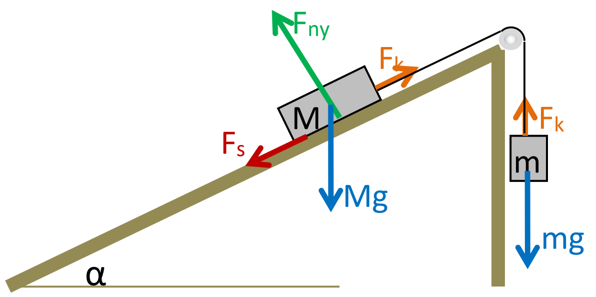


Van egy m* tömeg, amikor $Mg\sin\alpha = m^*g$ → ilyenkor $F_t = 0$.



Ha $mg >$ $Mg\sin\alpha$, akkor a test felfelé gyorsulna a lejtőn, ezért a tapadási súrlódási erő lefelé mutat, és a nagysága $F_t = F_k – Mg\sin\alpha = mg – Mg\sin\alpha$.
A test mindaddig tapad, amíg $F_t \leq F_{t,max} = \mu_t F_{ny} = \mu_t Mg\cos\alpha$,
vagyis $m \leq M(\sin\alpha+\mu_t M\cos\alpha)$.

Az m tömeget tovább növelve a lejtőn levő test felfelé kezd gyorsulni, és újra csúszási súrlódási erő lép fel a test és a lejtő között ($F_s = \mu Mg\cos\alpha$).



Az ehhez szükséges legkisebb terhelő tömeget a **2HF/5. házi feladat**ban számoljuk ki:
m_{min} = 17,76 g.

Gyakorló feladatok

Példatár
Lejtő: 365., 367., 369., 370., 371., 373., 374., 375., 378., 400.
Pontrendszerek: 379., 384., 386.
Statika: 255., 256., 257., 262., 263., 265., 266., 267. , 268., 372.

A 2HF/5. házi feladat mintájára: Állandó hajlásszögű lejtőre helyezünk egy M tömegű testet, amire egy fonalat kötünk, a fonalat átvetjük a lejtő tetején levő csigán, és a függőlegesen lógó fonál végére egy m tömeget rögzítünk. Az M tömegű test a lejtőn felfelé gyorsulva csúszni kezd.
Számoljuk ki, mennyi idő alatt tesz meg L távolságot a lejtőn a nyugalmi helyzetből felfelé csúszó test a csúszási súrlódást is figyelembe véve!
Adatok: $M = 21{,}59$ g; $m = 31{,}26$ g; $\alpha = 28°$; $\mu = 0{,}2771$; $L = 0{,}485$ m.