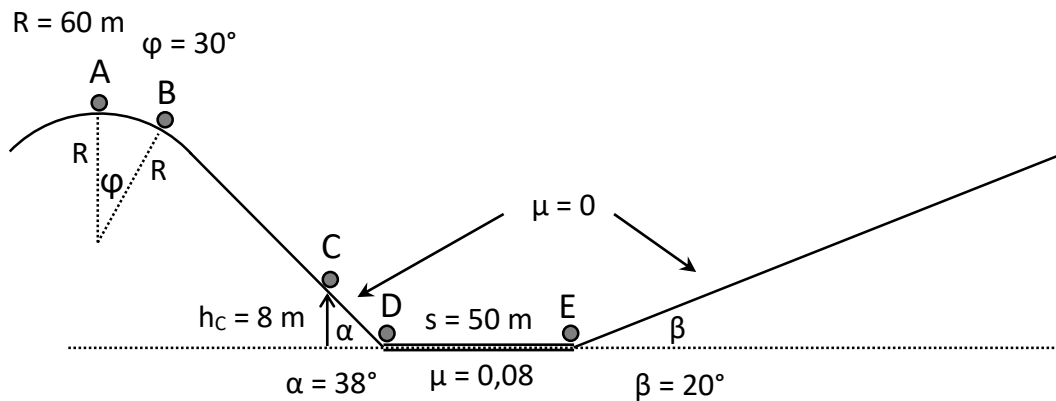


1. Egy utasaival együtt 1600 kg-os autó az ábrán vázolt pályán halad.

a) Először egy olyan dombon halad át, ami 60 m sugarú körívvel közelíthető. A domb legfelső pontján (A pont) az autó sebessége 39,6 km/h. Mekkora az autóra (és a benne ülő utasokra) az út által kifejtett nyomóerő az A pontban? 2 p.

b) A dombtető után lefelé haladva az autó úgy változtatja a sebességét, hogy az út által kifejtett nyomóerő nagysága ne változzon. Mekkora az autó sebessége a B pontban, amikor a dombtetőhöz képest 30° -nak megfelelő körívet tett meg lefelé? 2,5 p.



A további kérdéseket munkatétellel / energiamegmaradással oldja meg!

c) A pálya egy sík lejtőben folytatódik, ami eljegesedett, az autó kerekei nem tapadnak, ezért nem tudja a sebességét kontrollálni, súrlódásmentesen csúszik lefelé. A C pontban a sebessége 54 km/h. Mekkora lesz a sebessége a lejtő alján a D pontban, ami 8 m-rel van lejjebb? A lejtő hajlásszöge 38° . 1,5 p.

d) A pálya vízszintes szakasszal folytatódik, amit egy kis víz borít, ezért ott az autó fékeződik, a súrlódási együttható 0,08. Mekkora lesz az autó sebessége az 50 m-es szakasz végén az E pontban? 1,5 p.

e) A vízszintes szakasz után újra egy eljegesedett, súrlódásmentes szakasz következik, egy 20° -os hajlásszögű emelkedő. Milyen magasságra jut az autó, mire elveszíti a sebességét? 1,5 p.

Megoldás:

a) $v_A = 39,6 \text{ km/h} = 11 \text{ m/s}$. A lefelé mutató nehézségi erő és a felfelé mutató nyomóerő eredője lefelé mutat a körív közepe felé:

$$F_{\text{eredő,A}} = mg - F_{\text{ny}} = m a_{\text{cp,A}} = m v_A^2/R \quad \rightarrow \quad F_{\text{ny}} = mg - m v_A^2/R = 1600 \cdot (10 - 11^2/60) = 12773 \text{ N.}$$

b) A nehézségi erőnek a körív közepe felé mutató komponense $F_{g,r} = mg \cos 30^\circ$, ezzel ellentétes irányba (kifelé) mutat az előbb kiszámolt nagyságú nyomóerő, a kettő eredője befelé

$$F_{\text{eredő,B}} = m a_{\text{cp,B}} = m v_B^2/R = mg \cos 30^\circ - F_{\text{ny}} = 13856 - 12773 = 1083 \text{ N} \quad \rightarrow \quad v_B = 6,373 \text{ m/s.}$$

c) $v_C = 54 \text{ km/h} = 15 \text{ m/s}$. Mivel a súrlódás elhanyagolható, energiamegmaradással számolhatunk:

$$\frac{1}{2} m v_C^2 + mg h_C = \frac{1}{2} m v_D^2 \quad \rightarrow \quad v_D = \sqrt{v_C^2 + 2gh_C} = 19,62 \text{ m/s} (= 70,64 \text{ km/h}).$$

d) A súrlódás miatt munkatétellel számolhatunk:

$$\Delta E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v_E^2 - \frac{1}{2} m v_D^2 = W_{\text{össz}} = W_{\text{súrl}} = -F_s s = -\mu mg s$$

$$\rightarrow v_E = \sqrt{v_D^2 - 2\mu g s} = 17,46 \text{ m/s} (= 62,87 \text{ km/h}).$$

e) A súrlódás elhanyagolható, számolhatunk energiamegmaradással:

$$\frac{1}{2} m v_E^2 = mg h_{\text{max}} \quad \rightarrow \quad h_{\text{max}} = v_E^2/(2g) = 15,25 \text{ m.}$$

2. Egy 2 m magas függőleges pólina tetejére egy 0,8 m hosszú, nyújthatatlan, elhanyagolható tömegű kötéllal egy 1,6 kg tömegű testet rögzítünk, majd a pólnát elkezdjük forgatni a tengelye körül úgy, hogy a kötéllal a pólnával 35°-os szöveget zárjon be.

- a) Mekkora a kötélerő? 1,5 p.
 b) Mekkora a testre ható erők eredője? 1 p.
 c) Mekkora a test súlya? 0,5 p.
 d) Mekkora a test mozgásának periódusideje? 2 p.
 e) Mekkora a test sebessége? 0,5 p.

Megoldás:

Ld. az 5/9. feladatot!

- a) A kötélerő: $F_k = mg / \cos\alpha = 1,6 \cdot 10 / \cos 35^\circ = 19,53 \text{ N}$.
 b) Az eredő erő vízszintesen a kör közepe felé mutat: $F_{\text{eredő}} = mg \tan\alpha = 11,20 \text{ N}$.
 c) A test súlya a kötélerővel egyenlő, tehát 19,53 N.
 d) $F_{\text{eredő}} = m a_{\text{cp}} = m r \omega^2$; $r = \ell \sin\alpha = 0,8 \cdot \sin 35^\circ = 0,4589 \text{ m}$;
 $\omega^2 = F_{\text{eredő}} / (m r) = 11,20 / (1,6 \cdot 0,4589) = 15,26$; $\omega = 3,906 \text{ s}^{-1} = 2\pi / T \rightarrow T = 1,608 \text{ s}$.
 e) $v = r \omega = 0,4589 \cdot 3,906 = 1,792 \text{ m/s}$.
 Vagy: $F_{\text{eredő}} = m v^2 / r \rightarrow v = \dots$

3. Egy 12,5 N/m rugóállandójú, 28 cm hosszú rugó egyik végét a plafonhoz rögzítjük, a másik végéhez rögzítünk egy 5 dkg-os testet, és a testet úgy engedjük el, hogy a test 24 cm-rel van a plafon alatt.

- a) Mekkora az így létrejövő rezgőmozgás periódusideje? 1,5 p.
 b) Mennyi a rugó egyensúlyi megnyúlása? 1 p.
 c) Mekkora az így létrejövő rezgőmozgás amplitúdója? 0,5 p.
 d) Mekkora a rugó által kifejtett erő és a testre ható erők eredője a rezgőmozgás legfelső pontjában? 1,5 p.
 e) Mekkora a rugó által kifejtett erő és a testre ható erők eredője a rezgőmozgás legalsó pontjában? 1,5 p.
 f) Töltse ki az alábbi táblázatot!
 A potenciális energiák zérus szintjét a rugó nyújtatlan hosszával a plafon alatt vegye fel. 4,5 p.

Megoldás:

- a) $T = 2\pi\sqrt{m/k} = 2\pi\sqrt{0,05/12,5} = 0,3974 \text{ s}$.
 b) $x_{\text{es}} = mg / k = 0,05 \cdot 10 / 12,5 = 0,04 \text{ m}$.
 c) $A = |\ell(0) - \ell_{\text{es}}| = 0,32 - 0,24 = 0,08 \text{ m}$.
 d) Az egyensúlyi helyzetben a rugó $\ell_{\text{es}} = 0,28 + 0,04 = 0,32 \text{ m}$ hosszú.
 A legfelső pontban a rugó $\ell_{\text{felső}} = \ell_{\text{es}} - A = 0,32 - 0,08 = 0,24 \text{ m}$ hosszú, a „megnyúlása”
 $\Delta\ell_{\text{felső}} = \ell_{\text{felső}} - \ell_0 = 0,24 - 0,28 = -0,04 \text{ m}$ (vagyis össze van nyomódva) \rightarrow a rugóerő lefelé mutat:
 $F_{r,\text{felső}} = -k \Delta\ell_{\text{felső}} = -12,5 \cdot (-0,04) = 0,5 \text{ N}$ (a pozitív irány lefelé mutat, amerre a rugó nyúlik)
 $F_{e,\text{felső}} = F_{r,\text{felső}} + mg = 0,5 + 0,05 \cdot 10 = 1 \text{ N}$ lefelé.

e) A legalsó pontban a rugó $\ell_{\text{alsó}} = \ell_{\text{es}} + A = 0,32 + 0,08 = 0,40$ m hosszú, a megnyúlása

$\Delta\ell_{\text{alsó}} = \ell_{\text{alsó}} - \ell_0 = 0,40 - 0,28 = 0,12$ m \rightarrow a rugóerő felfelé mutat:

$$F_{r,\text{alsó}} = -k \Delta\ell_{\text{alsó}} = -12,5 \cdot 0,12 = -1,5 \text{ N, tehát } 1,5 \text{ N felfelé;}$$

$$F_{e,\text{alsó}} = F_{r,\text{alsó}} + mg = -1,5 + 0,5 = -1 \text{ N, tehát } 1 \text{ N felfelé.}$$

f) $v_{\text{max}} = A \omega = A \sqrt{k/m} = 0,08 \cdot \sqrt{12,5/0,05} = \sqrt{1,6} = 1,265$ m/s

A rezgő-mozgás...	A test mozgási energiája		A test potenciális energiája		A rugó potenciális energiája		A test + rugó rendszer mechanikai energiája
	v	$\frac{1}{2} m v^2$	h	mgh	$\Delta\ell$	$\frac{1}{2} k \Delta\ell^2$	
... legfelső pontja	0	0	+0,04 m	0,02 J	-0,04 m	0,01 J	0,03 J
... egyensúlyi helyzete	v_{max}	0,04 J	-0,04 m	-0,02 J	+0,04 m	0,01 J	0,03 J
... legalsó pontja	0	0	-0,12 m	-0,06 J	+0,12 m	0,09 J	0,03 J