

Az összes feladatban $g = 10 \text{ m/s}^2$.

1. Szent György találkozott egy háromfejű repülő sárkánnyal. A sárkány mindig úgy mozgatta a fejeit, hogy a szíve a testének a tömegközéppontjában legyen. Megtudta ezt Szent György, így gyorsan kiszámolta, hol a sárkány szíve, odaszúrt a lándzsájával és megölte a sárkányt. A számoláshoz Szent György a sárkány törzsét, két szárnyát és három fejét vette figyelembe (ezekhez képest a lábai és a nyakai elhanyagolható tömegűek voltak). Egy jobbsodrású Descartes koordináta-rendszert képzelt el, melynek az origója az ő bal nagylábujja, ebben az egyes részek tömegközéppontjának koordinátái a következők voltak:

törzse	$m_1 = 100 \text{ kg}$	$x_1 = 1,8 \text{ m}$	$y_1 = -1,8 \text{ m}$	$z_1 = 1,7 \text{ m}$
jobb szárnya	$m_2 = 20 \text{ kg}$	$x_2 = 3,2 \text{ m}$	$y_2 = -1,2 \text{ m}$	$z_2 = 2,4 \text{ m}$
bal szárnya	$m_3 = 20 \text{ kg}$	$x_3 = 0,6 \text{ m}$	$y_3 = -2,2 \text{ m}$	$z_3 = 2,6 \text{ m}$
első feje	$m_4 = 20 \text{ kg}$	$x_4 = 0,6 \text{ m}$	$y_4 = 0,6 \text{ m}$	$z_4 = 2,0 \text{ m}$
második feje	$m_5 = 20 \text{ kg}$	$x_5 = 0,6 \text{ m}$	$y_5 = -0,6 \text{ m}$	$z_5 = 2,0 \text{ m}$
harmadik feje	$m_6 = 20 \text{ kg}$	$x_6 = -0,6 \text{ m}$	$y_6 = -0,6 \text{ m}$	$z_6 = 2,0 \text{ m}$

- a) Számoljuk ki a sárkány szívének a koordinátáit! **3 p.**
b) Mennyivel tolódik odébb a sárkány tömegközéppontja, ha Szent György levágja a harmadik fejét? **3 p.**

2. A sárkány készített egy csapdát a barlangja bejáratánál: egy faágra 9 m magasságban ráerősített egy 5 m hosszú rugót, majd azt lehúzta a földre, és a végére tett egy akkora követ, amivel éppen lehúzva maradt a rugó: ehhez 8 kg-os kőre volt szükség. Szent György 2 kg-os csivavája éppen arra szaladgált, nem vette észre a csapdát, lerúgta a követ, fennakadt a rugón, és most ott rezeg szegény a rugó végén.

- a) Mekkora periódusidővel rezeg a csivava? **1,5 p.**
b) Milyen magasságban lenne egyensúlyban a csivava a rugó végén? **1 p.**
c) Mekkora amplitúdóval rezeg a csivava? **1 p.**
d) Mekkora a sebessége a csivavának akkor, amikor 4 m magasan van a föld felett? **3 p.**

3. A sárkány a varázserejével létrehozta az alábbi erőteret, aminek segítségével a lakomáját mozgatni tudja:

$$\mathbf{E} = (y^2z - 2yz) \mathbf{i} + (pxyz - 2xz) \mathbf{j} + (xy^2 - 2xy) \mathbf{k} \text{ [N/kg]};$$

ez a Húst Emelve Vivő erőter, röviden HEVerő.

x , y és z m-ben értendőek; p egy paraméter, melynek értékét a sárkány minden nap más értékre állítja. A sárkány egy 8 kg-os szűzpecsenyét először az y tengellyel párhuzamosan bevitet a barlangjába a $P_0(3, 1, -1)$ [m] kiindulási pontból a $P_1(3, 0, -1)$ m pontba, majd ott felemelteti az üstjébe a z tengellyel párhuzamosan a $P_2(3, 0, 1)$ m végpontba.

- a) Mekkora munkát végzett a HEVerő? **4 p.**
b) Mi az a p érték, amivel a HEVerő-tér konzervatív? **2,5 p.**

4. Napjainkban Szent György többek között a rendőrök védőszentje, ezért a rendőröknek ez a nap szabadnap. Ennek tudatában az autósok sokkal vadabban kezdtek vezetni és sok baleset is történt.

- a) Sárkányék például kipróbálták, mekkora végsebességre gyorsul fel a kocsijuk egy 10° -os nagyon-nagyon hosszú lejtőn lefelé, ha akkora gázt adnak (vagyis a motor akkora erőt fejt ki), amivel vízszintes terepen éppen 50 km/h-val mennének. A gördülési súrlódási együttható 0,02; négyzetes közegellenállást figyelembe véve a közegellenállási együttható 1,5 kg/m. Sárkányék kocsija a benne ülő családdal együtt 1800 kg. Mekkora lett a végsebességük? **3 p.**
b) A Szent család szabályosan 50 km/h sebességgel ment az úton. A György család viszont gyorsabban ment és ráadásul el is bambultak, így hátulról beleütköztek a Szent család autójába. A két kocsi teljesen összeroncsolódott és egy roncsként csúszott tovább még 40 m-t, amíg megállt. Szenték autója családostul 1200 kg, Györgyék autója családostul 1600 kg volt, a csúszási súrlódási együttható 0,6. Mekkora sebességgel ütköztek Györgyék Szentéknek? **3 p.**