Fizika 1 - Mechanika számolási gyakorlat zh1 pót 2024. máj. 27. megoldások

1. Egy test sebességét a következő függvény írja le:

$$\mathbf{v} = (0{,}8\,t + 2)^3\ \mathbf{i}\ + 160\ e^{t/20}\ \mathbf{j} \quad [\mathrm{m/s}] \qquad \text{(a t idő s-ban értendő)}$$

A test a t = 0 s-ban az origóból indul.

a) Írja fel a test gyorsulásvektorát!	$\mathbf{a} = 2{,}4(0{,}8t+2)^2\,\mathbf{i} + 8\cdot e^{t/20}\,\mathbf{j}$ [m/s^2]	2	
b) Írja fel a test helyvektorát az idő függvényében!	$\mathbf{r} = [(0{,}8t+2)^4/3{,}2 - 5]\,\mathbf{i} + 3200(e^{t/20}-1)\,\mathbf{j}$ [m]	3	
c) Számolja ki, mekkora szöget zár be a sebességvektor a $t_1 = 5$ s-ban a $\mathbf{p} = 0\,\mathbf{i} + 4\,\mathbf{j} + 3\,\mathbf{k}$ vektorral! A szöget fokban adja meg! $\mathbf{v}(5) = 216\,\mathbf{i} + 205{,}4\,\mathbf{j} + 0\,\mathbf{k}$; $\lvert\mathbf{v}(5)\rvert = 298{,}1$ [m/s]; $\lvert\mathbf{p}\rvert = 5$; $\mathbf{v}(5)\cdot\mathbf{p} = 216\cdot0+205{,}4\cdot4+0\cdot3 = 821{,}8$; $\cos\varphi = 821{,}8/(298{,}1\cdot5) = 0{,}5513$; $\varphi = 56{,}54^\circ$	56,54°	2	

2. Eldobtunk egy követ 4,8 m/s nagyságú kezdősebességgel, a vízszinteshez képest ferdén felfelé 35°-os szögben. A követ az $x_0 = 5{,}4$ m, $z_0 = 24{,}5$ m koordinátájú pontból dobtuk el.

Az eldobás után 1,6 s-mal …

a) … mennyi lesz a kő x koordinátája? $x(1{,}6) = 5{,}4 + (4{,}8\cdot\cos35^\circ)\cdot1{,}6 = 5{,}4 + 3{,}932\cdot1{,}6 = 11{,}69$ m	11,69 m	1,5	
b) … mennyi lesz a kő z koordinátája? $z(1{,}6) = 24{,}5 + (4{,}8\cdot\sin35^\circ)\cdot1{,}6 - (10/2)\cdot1{,}6^2 = 24{,}5 + 2{,}753\cdot1{,}6 - 5\cdot1{,}6^2 = 16{,}11$ m	16,11 m	1,5	
c) … mennyi lesz a kő sebességének nagysága? $v_x = 4{,}8\cdot\cos35^\circ = 3{,}932$ m/s; $v_z(1{,}6) = 4{,}8\cdot\sin35^\circ - 10\cdot1{,}6 = -13{,}25$ m/s; $\lvert\mathbf{v}(1{,}6)\rvert = \sqrt{3{,}932^2+(-13{,}25)^2} = 13{,}82$ m/s	13,82 m/s	2	
d) … mekkora szöget zár be a kő sebességvektora a gyorsulásvektorával? A gyorsulásvektor (a nehézségi gyorsulás) függőlegesen lefelé mutat, vagyis a sebességvektornak a függőlegessel bezárt szögét kell megadni. $\varphi = \lvert\mathrm{arctg}(v_x/v_z)\rvert = \lvert\mathrm{arctg}(3{,}932/-13{,}25)\rvert = \lvert\mathrm{arctg}(-0{,}2968)\rvert = 16{,}53^\circ$; vagy skalárszorzattal: $\mathbf{v}(1{,}6) = 3{,}932\,\mathbf{i} - 13{,}25\,\mathbf{k}$; $\lvert\mathbf{v}(1{,}6)\rvert = 13{,}82$ [m/s]; $\mathbf{a} = -10\,\mathbf{k}$; $\lvert\mathbf{a}\rvert = 10$ [m/s^2]; $\mathbf{v}(1{,}6)\cdot\mathbf{a} = -13{,}25\cdot(-10) = 132{,}5$; $\cos\varphi = 0{,}9587$	16,53°	1	

3. Egy változtatható α hajlásszögű, 6 m hosszú lejtő tetejére teszünk egy 25 dkg tömegű testet.

A test és a lejtő közötti csúszási súrlódási együttható 0,24, a tapadási súrlódási együttható 0,46.

a) Legfeljebb mekkora lehet a lejtő hajlásszöge, ha a test nem kezd el csúszni? A lejtőn lefelé $mg\sin\alpha$, felfelé $F_{t,max} = \mu_t\, mg\cos\alpha$, ezek eredője zérus $\rightarrow$ $\sin\alpha = \mu_t \cos\alpha$ $\rightarrow$ $\mathrm{tg}\alpha = \mu_t = 0{,}46$ $\rightarrow$ $\alpha = 24{,}70^\circ$	24,70°	1	
b) Mennyi idő alatt ér a test a lejtő aljára, ha $\alpha = 42°$ és kezdősebesség nélkül engedjük el a lejtő tetejéről? $a = (\sin\alpha - \mu\cos\alpha)\,g = 10\,(\sin42^\circ - 0{,}24\cdot\cos42^\circ) = 4{,}908$ m/s^2; $s = v_0t + (a/2)t^2$, $v_0 = 0$: $6 = (4{,}908/2)\,t^2$ $\rightarrow$ $t = 1{,}564$ s	1,564 s	2,5	
c) Mekkora α hajlásszög esetén lenne 4 m/s kezdősebesség esetén a test sebessége állandó a lejtőn való lecsúszás közben? v = konst. $\rightarrow$ $a = 0$: $a = (\sin\alpha - \mu\cos\alpha)\,g = 0$ $\rightarrow$ $\sin\alpha = \mu\cos\alpha$ $\rightarrow$ $\mathrm{tg}\alpha = \mu = 0{,}24$ $\rightarrow$ $\alpha = 13{,}50^\circ$	13,50°	1	
d) Mekkora tapadási súrlódási erő hat a testre, ha $\alpha = 10°$? $F_t = mg\sin\alpha = 0{,}25\cdot10\cdot\sin10^\circ = 0{,}4341$ N	0,4341 N	1	

4. Egy 2 kg tömegű kis rakétára rákötünk egy 0,8 m hosszú kötelet, a kötél másik végét pedig rögzítjük egy vízszintes asztalon. A kötelet feszesre húzzuk és bekapcsoljuk a rakétát, ami álló helyzetből elindulva vízszintes körpályán kezd mozogni. A rakéta által kifejtett erő állandó, $F_{rakéta}$ = 3,6 N nagyságú, és mindig a kötélre merőleges (azaz érintő irányú). A rakéta és a test közötti csúszási súrlódási együttható 0,16. A kísérlet ideje alatt a rakéta tömege állandónak tekinthető.

A rakéta bekapcsolása után 3 s-mal mekkora a rakéta …

a) … érintő irányú gyorsulása? Érintő irányú erő a rakéta által kifejtett erő és a súrlódási erő: $ma_t = F_r - F_s = F_r - \mu mg \quad \rightarrow \quad a_t = (F_r/m) - \mu g = (2,4/2) - 0,16 \cdot 10 = 0,2\ m/s^2$ Ez a gyorsuláskomponens időben állandó.	$0,2\ m/s^2$	1	
b) … sugár irányú gyorsulása? $a_{cp} = v^2/r$; $r = \ell = 0,8\ m$; $v(t) = v_0 + at = 0 + 0,2t$; $v(3) = 0,2 \cdot 3 = 0,6\ m/s$; $a_{cp}(3) = v(3)^2/r = 0,6^2/0,8 = 0,45\ m/s^2$	$0,45\ m/s^2$	1,5	
c) … eredő gyorsulásának nagysága? $\lvert \mathbf{a}(3) \rvert = \sqrt{(0,2^2+0,45^2)} = 0,4924\ m/s^2$	$0,4924\ m/s^2$	1	

A kötél 40 N-nál nagyobb erő hatására elszakad. Abban a pillanatban, amikor a kötél elszakad, mekkora a rakéta …

d) … centripetális gyorsulása? $m\, a_{cp} = F_{kötél} \quad \rightarrow \quad a_{cp} = F_{kötél} / m = 20/2 = 20\ m/s^2$	$20\ m/s^2$	1	
e) … sebessége? $a_{cp} = v^2/r \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{(a_{cp}\, r)} = \sqrt{(20 \cdot 0,8)} = 4\ m/s$	$4\ m/s$	1	
f) … szögsebessége? $\omega = v/r = 4/0,8 = 5\ s^{-1}$	$5\ s^{-1}$	0,5	
g) … szöggyorsulása? $a_t = \beta\, r \quad \rightarrow \quad \beta = a_t / r = 0,2/0,8 = 0,25\ s^{-2}$	$0,25\ s^{-2}$	0,5	