Fizika 1 Mechanika számolási gyakorlat zh1 pótpót megoldás 2018. máj. 25.

1. 0,2 kg tömegű testre két erő hat:

$\mathbf{F_1} = 16 \sin(4t)\,\mathbf{i} + (3t + 4)\,\mathbf{k}$ [N] és $\mathbf{F_2} = 4 \cdot e^{2t}\,\mathbf{j} + (24t^2 - 15t)\,\mathbf{k}$ [N] .

A test a t = 0-ban kezdősebesség nélkül indul az $\mathbf{r_0} = 5\,\mathbf{i} + 5\,\mathbf{j} + 5\,\mathbf{k}$ [m] pontból.

a) Adjuk meg a test gyorsulásvektorát az idő függvényében! (2 p.)

b) Adjuk meg a test sebességvektorát az idő függvényében! (2 p.)

c) Adjuk meg a test helyvektorát az idő függvényében! (2 p.)

d) Mekkora a gyorsulás nagysága a t = 0,4 s-ban? (2 p.)

a) $\mathbf{a} = (\mathbf{F_1}+\mathbf{F_2})/m = 80 \sin(4t)\,\mathbf{i} + 20\,e^{2t}\,\mathbf{j} + (120t^2 - 60t + 20)\,\mathbf{k}$ [m/s²]

b) $\mathbf{v} = (\,20 - 20 \cos(4t)\,)\,\mathbf{i} + (\,10\,e^{2t} - 10\,)\,\mathbf{j} + (\,40t^3 - 30t^2 + 20t\,)\,\mathbf{k}$ [m/s]

c) $\mathbf{r} = (\,20t - 5 \sin(4t) + 5\,)\,\mathbf{i} + (\,5\,e^{2t} - 10t\,)\,\mathbf{j} + (\,10t^4 - 10t^3 + 10t^2 + 5\,)\,\mathbf{k}$ [m]

d) $\mathbf{a}(0{,}4) = 79{,}966\,\mathbf{i} + 44{,}51\,\mathbf{j} + 15{,}20\,\mathbf{k}$ [m/s²]; $a(0{,}4) = 92{,}77$ m/s²

2. Egy 0,8 kg tömegű követ eldobunk a vízszinteshez képest felfelé 50°-os szöggel 2,3 m/s kezdősebességgel, a föld fölött 9,2 m magasról.

a) Mikor lesz a kő a legmagasabban? Mekkora az a magasság? (2 p.)

b) Mekkora a sebessége, amikor legmagasabban van? (1 p.)

c) Milyen távol van az eldobás helyétől, amikor legmagasabban van? (2 p.)

d) Mekkora, milyen irányú a gyorsulása, amikor a legmagasabban van? (1 p.)

e) Mikor és hol ér földet? (2 p.)

a) $t_e = 2{,}3\sin 50°/10 = 0{,}1762$ s; $z(t_e) = 9{,}2 + (2{,}3\sin 50°)\cdot 0{,}1762 - 5\cdot 0{,}1762^2 = 9{,}355$ m

b) $\mathbf{v}(t_e) = 2{,}3\cos 50°\,\mathbf{i} + 0\,\mathbf{k}$, tehát $v = 1{,}478$ m/s

c) $x(t_e) = (2{,}3\cos 50°)\cdot 0{,}1762 = 0{,}2605$ m; $\Delta z = z(t_e) - z_0 = 0{,}1552$ m $\rightarrow$ 0,3032 m-re

d) $g = 10$ m/s² nagyságú függőlegesen lefelé

e) $z(t_f) = 9{,}2 + (2{,}3\sin 50°)\cdot t_f - 5\cdot t_f^2 = 0$ $\rightarrow$ $t_f = 1{,}544$ s;

$x(t_f) = 2{,}3\cos 50°\cdot 1{,}544 = 2{,}2827$ m; $\mathbf{r}(t_f) = 2{,}2827\,\mathbf{i} + 0\,\mathbf{k}$ [m]

3. Egy 4 m magas, 6° hajlásszögű lejtő tetején meglökünk lefelé 2,4 m/s kezdősebességgel egy 4,4 kg tömegű ládát. A láda és a lejtő közötti csúszási súrlódási együttható 0,12; a tapadási súrlódási együttható 0,16.

a) Mekkora, milyen irányú a láda gyorsulása? (2 p.)

b) Lejut-e a láda a lejtő aljára? Ha igen, mennyi idő alatt? (2 p.)

c) Mekkora lesz a ládára ható súrlódási erő az elindulása után 60 s-mal? (2 p.)

d) Mekkora lesz a láda súlya az elindulása után 60 s-mal? (1 p.)

e) Tegyük fel, hogy ónos eső esett és a súrlódás elhanyagolható lett. A lejtő alján egy 4 m sugarú körív alakú ellenlejtő kezdődik, és a láda a lejtő aljára érkezve azon csúszik tovább. Mekkora erőt fejt ki az ellenlejtő a ládára, amikor azon éppen 4 m magasságban van (azaz éppen olyan magasan, amilyen magasról elindult a lejtőről)? (2 p.)

a) $a = (\,\sin 6° - 0{,}12\cdot\cos 6°\,)\cdot 10 = -0{,}1481$ m/s²

b) $v = 2{,}4 - 0{,}1481 t_1 = 0$ $\rightarrow$ $t_1 = 16{,}20$ s alatt áll meg,

ennyi idő alatt $s = 2{,}4\,t_1 - (0{,}1481/2)\,t_1^2 = 19{,}44$ m távolságra jut el;

a lejtő hossza $4/\sin 6° = 38{,}27$ m, tehát nem ér le!

c) Kérdés, hogy miután megállt, elkezd-e csúszni a nehézségi erő $mg\sin\alpha$ komponense miatt.

$mg\sin\alpha = 4{,}599$ N; $F_{t,max} = 0{,}16\cdot mg\cos\alpha = 7{,}001$ N $\rightarrow$ tapad, és $F_t = 4{,}599$ N

d) a súlya $F_{ny} = mg\cos\alpha = 43{,}76$ N

e) $v = 2{,}4$ m/s; $a_{cp} = 2{,}4^2/4 = 1{,}44$ m/s²; $F_{ny} = ma_{cp} = 6{,}336$ N

Fizika 1 Mechanika számolási gyakorlat zh2 pótpót megoldás 2018. máj. 25.

4. Vízszintes, súrlódásmentes síkon egy rugó végére 12 dkg tömegű golyót rögzítettünk. A rugó másik vége rögzítve van. A 36 cm-es rugót megnyújtottuk először 4 cm-rel, majd utána még 4 cm-rel. Ebben az állapotban 0,5 N erővel tartható meg a rugó vége.

a) Mekkora munkát végeztünk a rugó megnyújtásakor az első, ill. a második lépésben? (3 p.)

A rugót elengedjük a 8 cm-rel megnyújtott állapotában (a végéhez rögzített golyóval együtt).

b) Mekkora lesz a rezgésidő? (1 p.)

c) Írjuk fel a golyó kitérését az idő függvényében! (1,5 p.)

d) Mekkora a golyó maximális sebessége? (1 p.)

e) Mekkora erővel hat a rugó a golyóra 6 s-mal a golyó elengedése után? (1,5 p.)

a) $k = 0,5\ N / 0,08\ m = 6,25\ N/m$

$x_0 = 0 \rightarrow x_1 = 0,04\ m$: $W_{01} = ½\ kx_1^2 - 0 = 5 \cdot 10^{-3}\ J$

$x_1 = 0,04\ m \rightarrow x_2 = 0,08\ m$: $W_{12} = ½\ kx_2^2 - ½\ kx_1^2 = 15 \cdot 10^{-3}\ J$

b) $T = 0,8706\ s$

c) $A = 0,08\ m$; $\varphi_0 = 0$; $\omega = 7,217\ s^{-1}$; $x(t) = 0,08 \cos(7,217t)$ [m]

d) $v_{max} = A\omega = 0,5774\ m/s$

e) $x(6) = 0,06215\ m$; $F = -kx = -0,3885\ N$

6. Egy 4 m magas, 17°-os hajlásszögű lejtő tetejéről kezdősebesség nélkül elkezd csúszni egy $m_1 = 1,8$ kg tömegű test. Ennek a testnek a súrlódása elhanyagolható. A lejtő felénél áll egy másik test, aminek a tömege $m_2 = 0,6$ kg. Amikor a fenti test odaér, a két test egy pillanat alatt összeragad, majd úgy csúszik tovább. Az összeragadt test már súrlódva csúszik, a csúszási súrlódási együttható $\mu = 0,14$.

a) Mekkora sebességgel érkezik a felső test az alsó testhez? (1,5 p.)

b) Mekkora sebességgel kezd csúszni az összeragadt két test? (1 p.)

c) Mekkora sebességgel érkezik az összeragadt két test a lejtő aljára? (2,5 p.)

Vegyük a helyzeti energiát zérusnak a lejtő aljánál.

Mekkora a két test összes mechanikai energiája

d) a felső test elindulásakor? (1 p.)

e) amikor a felső test megérkezik a lejtő közepére? (1 p.)

f) az összeragadt testek indulásakor? (1 p.)

g) amikor az összeragadt testek megérkeznek a lejtő aljára? (1 p.)

a) $m_1\, g\, \Delta z = ½\, m_1\, v_1^2$, $\Delta z = 4/2 = 2\ m \rightarrow v_1 = 6,325\ m/s$

b) $1,8 \cdot 6,325 = (1,8+0,6)\, v_0 \rightarrow v_0 = 4,743\ m/s$

c) $a = (\sin\alpha - \mu\cos\alpha)\, g = 1,585\ m/s^2$; a lejtő hossza $L = h/\sin\alpha = 13,68$ m, ennek a felét teszi meg;

$v_0 t_2 + ½ a t_2^2 = L/2$: $4,743 t_2 + (1,585/2) t_2^2 = 6,841 \rightarrow t_2 = 1,201\ s$

$\rightarrow v_2 = v_0 + a t_2 = 4,743 + 1,585 \cdot 1,201 = 6,647\ m/s$

VAGY munkatétellel:

$½\, m\, v_2^2 - ½\, m\, v_0^2 = W_{grav} + W_{súrl} = mg\,(h/2) - \mu mg\cos\alpha \cdot (L/2)$; $L = h/\sin\alpha$; $m = m_1 + m_2$

$\rightarrow v_2^2 = v_0^2 + g\, h\, (1 - \mu \cos\alpha/\sin\alpha) \rightarrow v_2 = 6,647\ m/s$

d) $E_{mech} = m_1\, g\, h + m_2\, g\, h/2 = 84\ J$

e) súrlódásmentes, tehát ugyanannyi

(kiszámolva: $E_{pot} = m_1\, g\, h/2 + ½\, m_1\, v_1^2 + m_2\, g\, h/2 = 84\ J$)

f) $E_{mech} = (m_1+m_2)\, g\, h/2 + ½\, (m_1+m_2)\, v_0^2 = 75\ J$, csökkent a rugalmatlan ütközés miatt

g) $E_{mech} = ½\, (m_1+m_2)\, v_2^2 = 53,02\ J$, csökkent a súrlódás miatt