

Fizika 1 Mechanika számolási gyakorlat zh1 pótpót megoldás 2017. máj. 18.

1. 0,5 kg tömegű testre két erő hat:

$$\mathbf{F}_1 = (12t + 8) \mathbf{j} + 12 \sin(2t) \mathbf{k} \quad \text{és} \quad \mathbf{F}_2 = 2 e^{2t} \mathbf{i} - (6t^2 + 6t) \mathbf{j}.$$

A test a $t = 0$ -ban kezdősebesség nélkül indul az origóból.

- a) Adjuk meg a test sebességvektorát az idő függvényében! (4 p.)
b) Adjuk meg a test helyvektorát az idő függvényében! (2,5 p.)
c) Mekkora szöget zár be a test gyorsulásvektora a z tengellyel $t = 0,5$ s-ban? (2,5 p.)

- a) $\mathbf{a} = (\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2)/m = 4 e^{2t} \mathbf{i} + (-12t^2 + 12t + 16) \mathbf{j} + 24 \sin(2t) \mathbf{k} \quad [\text{m/s}^2]$
 $\mathbf{v} = (2 e^{2t} - 2) \mathbf{i} + (-4t^3 + 6t^2 + 16t) \mathbf{j} + (12 - 12 \cos(2t)) \mathbf{k} \quad [\text{m/s}]$
b) $\mathbf{r} = (e^{2t} - 2t - 1) \mathbf{i} + (-t^4 + 2t^3 + 8t^2) \mathbf{j} + (12t - 6 \sin(2t)) \mathbf{k} \quad [\text{m}]$
c) $\mathbf{a}(0,5) = 10,87 \mathbf{i} + 19 \mathbf{j} + 20,20 \mathbf{k} \quad [\text{m}]; \quad \mathbf{a}(5) = 29,78 \quad [\text{m}];$
z tengely: $\mathbf{k}; \quad \mathbf{a}(0,5) \cdot \mathbf{k} = 20,20; \quad \cos\varphi = 20,20/(29,78 \cdot 1) \rightarrow \varphi = 47,31^\circ$

2. Egy 1,2 kg tömegű követ eldobunk a vízszinteshez képest felfelé 60° -os szöggel 5 m/s kezdősebességgel, a föld fölött 8 m magasról.

- a) Mikor lesz a kő a legmagasabban? Mekkora az a magasság? (2 p.)
b) Mekkora a sebessége, amikor legmagasabban van? (1 p.)
c) Milyen távol van az eldobás helyétől, amikor legmagasabban van? (2 p.)
d) Mikor és hol ér földet? (3 p.)

- a) $t_e = 5 \sin 60^\circ / 10 = 0,4330 \text{ s}; \quad z(t_e) = 8 + (5 \sin 60^\circ) \cdot 0,4330 - 5 \cdot 0,4330^2 = 8,9375 \text{ m}$
b) $\mathbf{v}(t_e) = 5 \cos 60^\circ \mathbf{i} + 0 \mathbf{k}$, tehát $v = 2,5 \text{ m/s}$
c) $x(t_e) = (5 \cos 60^\circ) \cdot 0,4330 = 1,0825 \text{ m}; \quad \Delta z = z(t_e) - z_0 = 0,9375 \text{ m} \rightarrow 1,432 \text{ m-re}$
d) $z(t_f) = 8 + (5 \sin 60^\circ) \cdot t_f - 5 \cdot t_f^2 = 0 \rightarrow t_f = 1,77 \text{ s};$
 $x(t_f) = 5 \cos 60^\circ \cdot 1,77 = 4,425 \text{ m}; \quad \mathbf{r}(t_f) = 4,425 \mathbf{i} + 0 \mathbf{k} \quad [\text{m}]$

3. Egy versenyautó egy 90° -os (körív alakú) kanyart vesz be. A kanyar sugara $R = 48 \text{ m}$.

- a) Mekkora maximális állandó sebességgel tudja bevenni a kanyart, hogy ne csússzon meg, ha az aszfalt vízszintes, és a tapadási súrlódási együttható $\mu = 1,2$? (3 p.)
b) Mekkora az aszfalt által az autóra kifejtett tapadási súrlódási erő, ha az autó 54 km/h-val megy a kanyarban? (Az autó tömege nem volt megadva.) (1 p.)
c) Mekkora sebességgel tud végigmenni megcsúszás nélkül a kanyaron az autó, ha a kanyar $\alpha = 10^\circ$ -kal befelé lejt és a súrlódás elhanyagolható? (4 p.)

- a) $F_t = m a_{cp} = m v^2/R; \quad F_{t,max} = \mu_t F_{ny} = \mu_t mg$
 $\rightarrow m v^2/R \leq \mu_t mg \rightarrow v^2 \leq \mu_t g R; \quad v \leq 24 \text{ m/s} = 86,4 \text{ km/h}$
b) $v = 15 \text{ m/s}; \quad m$ az autó tömege kg-ban
 $F_t = m a_{cp} = m v^2/R = m \cdot 15^2/48 = 4,6875 m \quad [\text{N}]$
c) $m a_{cp} = m v^2/R = mg \operatorname{tg} \alpha \rightarrow v^2 = g R \operatorname{tg} \alpha; \quad v = 9,20 \text{ m/s} = 33,12 \text{ km/h}$

4. Jancsi és Juliska állnak a jégen egymástól 12 m-re, fogják egy kötel két végét. Jancsi hirtelen elkezd húzni a kötelet. Egy pillanat alatt felgyorsulva mindketten súrlódásmentesen csúszni kezdenek egymás felé állandó sebességgel.

Jancsi 35 kg, Juliska 25 kg tömegű, Jancsi sebessége 1,5 m/s.

- a) Mennyi Juliska sebessége? (2 p.)
- b) Mekkora munkát végzett Jancsi, amikor mozgásba hozta saját magát és Juliskát? (2 p.)
Amikor összeütköznek, az ütközésük tökéletesen rugalmatlan ütközésnek tekinthető (összekapaszkodnak, nem eresztik el egymást).
- c) Mennyi lesz a közös sebességük ütközés után? (1 p.)
- d) Mennyi Juliska impulzusának változása az ütközés során? (1 p.)
- e) Milyen távol van kettejük közös tömegközéppontja Jancsitól a kiinduláskor (amikor még 12 m-re vannak egymástól), illetve amikor összetalálkoznak? (3 p.)

- a) $m_{\text{Jancsi}} v_{\text{Jancsi}} + m_{\text{Juliska}} v_{\text{Juliska}} = 0 \rightarrow v_{\text{Juliska}} = -2,1 \text{ m/s}$
- b) $W = \Delta E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m_{\text{Jancsi}} v_{\text{Jancsi}}^2 + \frac{1}{2} m_{\text{Juliska}} v_{\text{Juliska}}^2 = 94,5 \text{ J}$
- c) 0
- d) $\Delta p_{\text{Juliska}} = 25 \cdot (0 - (-2,1)) = 52,5 \text{ kgm/s}$
- e) induláskor $x_s = 5 \text{ m}$; a találkozáskor 0

5. Egyik végénél (függőleges helyzetben) felfüggesztett 24 cm hosszú rugóra 40 dkg tömegű testet erősítettünk és úgy engedték el, hogy a test ne kezdjen rezegni. Megmértük, hogy ekkor a rugó megnyúlása 8 cm.

- a) Mekkora a rugó rugóállandója? (1 p.)
- b) Ezután a testet meghúzzuk lefelé 4 cm-rel és ott elengedjük ($t=0$ -kor). Mekkora a rugó által a testre kifejtett erő az elengedéskor? Írjuk fel a test egyensúlyi helyzetétől való kitérését az idő függvényében! (4 p.)
- c) A rugót levesszük a felfüggesztésről és vízszintes, súrlódásmentes asztalra tesszük, egyik végét rögzítjük, és a másik végét kihúzzuk a nyújtatlan hosszához képest először 4 cm-rel, majd további 2 cm-rel. Mekkora munkát végzünk az első, ill. második lépésben? (3 p.)

- a) $x_{\text{es}} = 0,08 \text{ m}$; $k = mg/x_{\text{es}} = 50 \text{ N/m}$
- b) $x = 0,12 \text{ m}$; $F_r = -50 \cdot 0,12 = -6 \text{ N}$, tehát 6 N felfelé
 $A = 0,04 \text{ m}$; $\varphi_0 = 0$; $\omega = 11,18 \text{ s}^{-1}$; $x(t) = 0,04 \cos(11,18t) \text{ [m]}$
- c) $x_0 = 0 \rightarrow x_1 = 0,04 \text{ m}$: $W_{01} = \frac{1}{2} kx_1^2 - 0 = 0,04 \text{ J}$
 $x_1 = 0,04 \text{ m} \rightarrow x_2 = 0,06 \text{ m}$: $W_{12} = \frac{1}{2} kx_2^2 - \frac{1}{2} kx_1^2 = 0,05 \text{ J}$