

Két test ütközik tökéletesen rugalmasan:

az $m_1 = 0,4$ kg tömegű test $u_1 = 2,0$ m/s sebességgel,

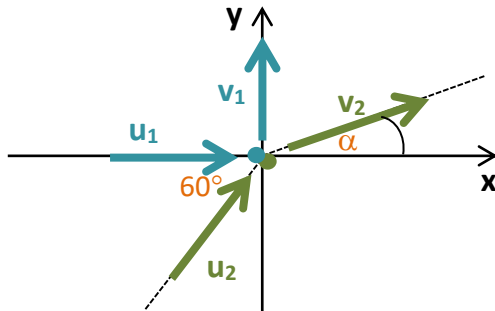
az $m_2 = 2,5$ kg tömegű test $u_2 = 1,2$ m/s sebességgel

érkezik az ütközés pontjára úgy, hogy a sebességük 60° -os szöget zár be egymással.

Az ütközés után az m_1 tömegű test az eredeti sebességére merőlegesen halad tovább.

Számolja ki az ütközés utáni v_1 ill. v_2 sebességek nagyságát,

és hogy milyen irányba halad tovább az m_2 test (az ábrán jelölt α szöget)!



Megoldás:

Mivel az ütközés tökéletesen rugalmas, az impulzus és az energia is megmaradó mennyiség.

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = \text{konst.}: m_1 \mathbf{u}_1 + m_2 \mathbf{u}_2 = m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2,$$

$$\text{ahol } \mathbf{u}_1 = u_1 \mathbf{i}; \quad \mathbf{u}_2 = u_2 \cos 60^\circ \mathbf{i} + u_2 \sin 60^\circ \mathbf{j}; \quad \mathbf{v}_1 = v_1 \mathbf{j}; \quad \mathbf{v}_2 = v_2 \cos \alpha \mathbf{i} + v_2 \sin \alpha \mathbf{j}$$

Impulzusmegmaradás x komponense:

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 \cos 60^\circ = m_2 v_2 \cos \alpha$$

$$0,4 \cdot 2,0 + 2,5 \cdot 1,2 \cdot 0,5 = 2,3 = 2,5 v_2 \cos \alpha$$

$$\rightarrow v_2 \cos \alpha = 0,92 \quad \rightarrow v_2^2 \cos^2 \alpha = 0,8464 \quad (1)$$

Impulzusmegmaradás y komponense:

$$m_2 u_2 \sin 60^\circ = m_1 v_1 + m_2 v_2 \sin \alpha$$

$$2,5 \cdot 1,2 \cdot (\sqrt{3}/2) = 1,5\sqrt{3} = 0,4 v_1 + 2,5 v_2 \sin \alpha$$

$$\rightarrow v_2 \sin \alpha = 0,6\sqrt{3} - 0,16 v_1 \quad \rightarrow v_2^2 \sin^2 \alpha = 1,08 - 0,192\sqrt{3} v_1 + 0,0256 v_1^2 \quad (2)$$

Energiamegmaradás:

$$\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$$

$$\frac{1}{2} 0,4 \cdot 2,0^2 + \frac{1}{2} 2,5 \cdot 1,2^2 = 2,6 = \frac{1}{2} 0,4 v_1^2 + \frac{1}{2} 2,5 v_2^2 = 0,2 v_1^2 + 1,25 v_2^2$$

$$\rightarrow v_2^2 = 2,08 - 0,16 v_1^2 \quad (3)$$

$$(1) + (2) = (3):$$

$$0,8464 + 1,08 - 0,192\sqrt{3} v_1 + 0,0256 v_1^2 = 2,08 - 0,16 v_1^2$$

$$0,1856 v_1^2 - 0,192\sqrt{3} v_1 - 0,1536 = 0$$

$$\rightarrow v_1 = 2,173 \text{ m/s}$$

visszahelyettesítve a fenti egyenletekbe

$$\rightarrow v_2 = 1,151 \text{ m/s}$$

$$\rightarrow \alpha = 36,93^\circ$$