

Egy 16 cm hosszú, (elhanyagolható tömegű) 16 N/m rugóállandójú rugó egyik végéhez rögzítünk egy 4 dkg tömegű testet, a másik végét rögzítjük a plafonhoz, és megvárjuk, amíg beáll az egyensúlyi helyzet. Ezek után a testet feljebb emeljük 4 cm-rel, és meglökjük lefelé, úgy, hogy a kezdősebessége 0,6 m/s legyen.

$$t = \frac{41\pi}{40} \text{ s m\u00falva}$$

- milyen hosszú lesz a rug\u00f3;
- mekkora a test sebess\u00e9ge \u00e9s merrefel\u00e9 mozog;
- mekkora, milyen ir\u00e1ny\u00fa er\u0151t fejt ki a rug\u00f3 a testre?

### Megold\u00e1s:

$$\ell_0 = 16 \text{ cm} = 0,16 \text{ m}; \quad m = 4 \text{ dkg} = 0,04 \text{ kg}; \quad k = 16 \text{ N/m}$$

$$\rightarrow \omega = \sqrt{k/m} = \sqrt{16/0,04} = 20 \text{ s}^{-1};$$

$$\rightarrow x_{es} = mg/k = 0,04 \cdot 10/16 = 0,025 \text{ m} = 2,5 \text{ cm a rug\u00f3 egyens\u00falvi megny\u00fal\u00e1sa},$$

$$\ell_{es} = \ell_0 + x_{es} = 0,16 + 0,025 = 0,185 \text{ m} = 18,5 \text{ cm a rug\u00f3 egyens\u00falvi hossza}.$$

Jel\u0151lj\u00fcnk  $y$ -nal az egyens\u00falvi helyzett\u0151l val\u00f3 elt\u00e9r\u00e9st:

$$y(t) = \ell(t) - \ell_{es} = x(t) - x_{es} \quad (x \text{ a rug\u00f3 megny\u00fal\u00e1sa})$$

$$y(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0), \quad \text{ennek az ir\u00e1nya lefel\u00e9 pozit\u00edv (amerre a rug\u00f3 ny\u00falik)}.$$

A kezd\u0151felt\u00e9telek:

$$y_0 = y(0) = -4 \text{ cm} = -0,04 \text{ m (mert a testet feljebb emelt\u00fcnk, tehát a rug\u00f3t \u00f6sszenyomtuk);}$$

$$v_0 = v(0) = +0,6 \text{ m/s (mert lefel\u00e9 l\u0151kt\u00fcnk meg a testet).}$$

Teh\u00e1t

$$y(0) = A \cos(\omega t + \varphi_0) = A \cos(0 + \varphi_0) = -0,04;$$

$$v(0) = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0) = -20A \sin(0 + \varphi_0) = +0,6.$$

Ezekb\u0151l

$$A = \sqrt{y_0^2 + (v_0/\omega)^2} = \sqrt{0,04^2 + (0,6/20)^2} = 0,05 \text{ m} = 5 \text{ cm};$$

$$\text{tg}\varphi_0 = -v_0/(y_0\omega) = -0,6/(-0,04 \cdot 20) = 0,75$$

$$\rightarrow \varphi_0 = 0,6435 \text{ vagy } 3,785 \text{ rad.}$$

$$\varphi_0 = 0,6435 \text{ esetén } y(0) = 0,05 \cos(0,6435) = +0,04 \text{ m lenne}$$

(a rug\u00f3 meg lenne ny\u00falva az egyens\u00falvi helyzethez k\u00e9pest,

de a feladat sz\u00f6vege szerint ahhoz k\u00e9pest \u00f6sszenyomva indult el),

ez\u00e9rt  $\varphi_0 = 3,785 \text{ rad}$ .

$$\text{Ellen\u0151rz\u00e9s: } y(0) = 0,05 \cos(3,785) = -0,04 \text{ m}; \quad v(0) = -20 \cdot 0,05 \sin(3,785) = 0,6 \text{ m/s.}$$

Teh\u00e1t

$$\text{az egyens\u00falvi helyzett\u0151l val\u00f3 elt\u00e9r\u00e9s } y(t) = 0,05 \cos(20t + 3,785) \text{ [m];}$$

$$\text{a rug\u00f3 megny\u00fal\u00e1sa } x(t) = y(t) + x_{es} = 0,05 \cos(20t + 3,785) + 0,025 \text{ [m];}$$

$$\text{a rug\u00f3 hossza } \ell(t) = x(t) + \ell_0 = 0,05 \cos(20t + 3,785) + 0,025 + 0,16 \text{ [m];}$$

$$\text{a test sebess\u00e9ge } v(t) = -0,05 \cdot 20 \sin(20t + 3,785) = -\sin(20t + 3,785) \text{ [m/s].}$$

A megadott  $t^* = \frac{41\pi}{40} \text{ s}$  id\u0151t behelyettes\u00edtv\u00e9

$$y(t^*) = 0,03 \text{ m}; \quad x(t^*) = 0,055 \text{ m}; \quad \ell(t^*) = 0,215 \text{ m, tehát}$$

**a)** a rug\u00f3 hossza 21,5 cm.

**b)**  $v(t^*) = 0,8 \text{ m/s}$ , a test lefel\u00e9 mozog ebben a pillanatban.

**c)** Mivel a rug\u00f3 megny\u00fal\u00e1sa  $x(t^*) = 0,055 \text{ m}$ , ez\u00e9rt  $F_r(t^*) = -k x(t^*) = -16 \cdot 0,055 = -0,88 \text{ N}$ , vagyis a rug\u00f3 0,88 N nagys\u00e1g\u00fa er\u0151t fejt ki a testre felfel\u00e9.