

Egy állítható α hajlásszögű lejtőn egy 4 kg tömegű testet húzunk felfelé a lejtőn egy F erővel, amit úgy változtatunk, hogy az iránya a lejtő síkjával mindig α szöget zár be, és a nagysága akkora, hogy a test sebessége állandó legyen. Mekkora a test és a lejtő közötti csúszási súrlódási együttható nagysága, ha $\alpha = 27^\circ$ -os hajlásszög esetén az F erő nagysága és a testre a lejtő által kifejtett nyomóerő nagysága éppen megegyezik?

Megoldás:

Az F erőt felbontjuk lejtővel párhuzamos és arra merőleges komponensekre:

$$F_{\parallel} = F \cos\alpha, \quad \text{ill.} \quad F_{\perp} = F \sin\alpha.$$

A lejtőre merőleges komponensek eredője zérust kell adjon:

$$F_{ny} + F_{\perp} - (mg)_{\perp} = F_{ny} + F \sin\alpha - mg \cos\alpha = 0, \quad \text{amiből}$$

$$F_{ny} = mg \cos\alpha - F \sin\alpha.$$

A csúszási súrlódási erő

$$F_s = \mu F_{ny} = \mu (mg \cos\alpha - F \sin\alpha).$$

A lejtővel párhuzamos komponensek (a felfelé mutató irány a pozitív a sebesség miatt):

$$ma = F_{\parallel} - (mg)_{\parallel} - F_s = F \cos\alpha - mg \sin\alpha - \mu (mg \cos\alpha - F \sin\alpha).$$

Mivel a test sebessége állandó, ezért $a = 0$, tehát

$$F \cos\alpha - mg \sin\alpha - \mu mg \cos\alpha + \mu F \sin\alpha = 0;$$

ebből kifejezhetjük az F erőt:

$$F = \frac{\sin\alpha + \mu \cos\alpha}{\cos\alpha + \mu \sin\alpha} mg.$$

A feladat szerint $\alpha = 27^\circ$ esetén $F = F_{ny}$:

$$F = mg \cos\alpha - F \sin\alpha \quad \rightarrow \quad F (1 + \sin\alpha) = mg \cos\alpha;$$

$$\frac{\sin\alpha + \mu \cos\alpha}{\cos\alpha + \mu \sin\alpha} mg (1 + \sin\alpha) = mg \cos\alpha,$$

$$\sin\alpha + \mu \cos\alpha + \sin^2\alpha + \mu \sin\alpha \cos\alpha = \cos^2\alpha + \mu \sin\alpha \cos\alpha,$$

amiből

$$\mu = \frac{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha - \sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\cos(2\alpha) - \sin\alpha}{\cos\alpha}.$$

Behelyettesítve

$$\mu = \frac{\cos 54^\circ - \sin 27^\circ}{\cos 27^\circ} = 0,1502.$$