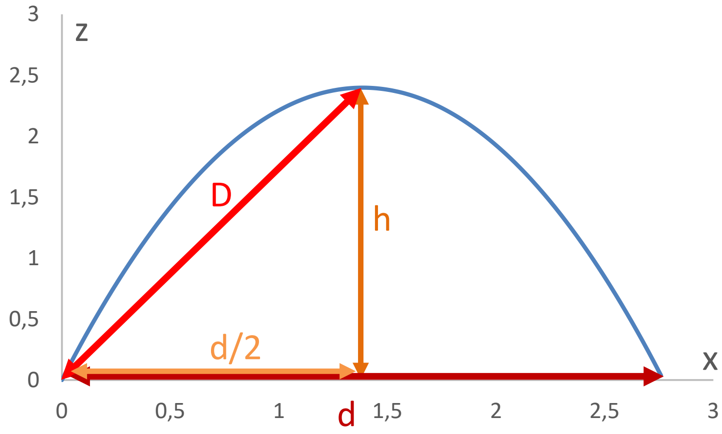
A vízszinteshez képest mekkora szöggel kell elhajítani egy testet, ha azt szeretnénk, hogy a test a pálya legfelső pontján ugyanolyan távol legyen a kiindulási ponttól, mint amikor visszaérkezik az elhajítás magasságára?

<u>Megoldás:</u>



A távolság a kiindulási ponttól, amikor a test visszaérkezik az elhajítás magasságára: d.

A pálya legfelső pontjának távolsága a kiindulási ponttól:

$D^2 = h^2 + (d/2)^2$, ahol h a hajítás magassága.

A feladat szövege szerint

$D = d$.

A számolás egyszerűbb, ha a távolságok négyzeteivel írjuk fel az egyenlőséget:

$D^2 = d^2$: $h^2 + (d/2)^2 = d^2$, azaz $h^2 + d^2/4 = d^2$,

amiből

$h^2 = (3/4)\, d^2 \quad \rightarrow \quad h = (\sqrt{3}/2)\, d$, ill. $2\,h = \sqrt{3}\, d$.

A gyakorlaton levezetett képletek szerint

$h = v_0^2 \sin^2\alpha / (2g)$ és $d = v_0^2 \sin(2\alpha) / g = 2\, v_0^2 \sin\alpha \cos\alpha / g$.

Ezeket behelyettesítve a $2\,h = \sqrt{3}\, d$ egyenletbe:

$$2 \cdot v_0^2 \sin^2\alpha / (2g) = \sqrt{3} \cdot 2\, v_0^2 \sin\alpha \cos\alpha / g$$

$$\cancel{2} \cdot \cancel{v_0^2} \sin^{\cancel{2}}\alpha / (\cancel{2}\cancel{g}) = \sqrt{3} \cdot 2\, \cancel{v_0^2}\, \cancel{\sin\alpha} \cos\alpha / \cancel{g}$$

Egyszerűsítés után

$$\sin\alpha = \sqrt{3} \cdot 2 \cos\alpha \quad \rightarrow \quad \mathrm{tg}\alpha = 2\sqrt{3} \quad \rightarrow \quad \alpha = 73{,}90^{\circ}$$