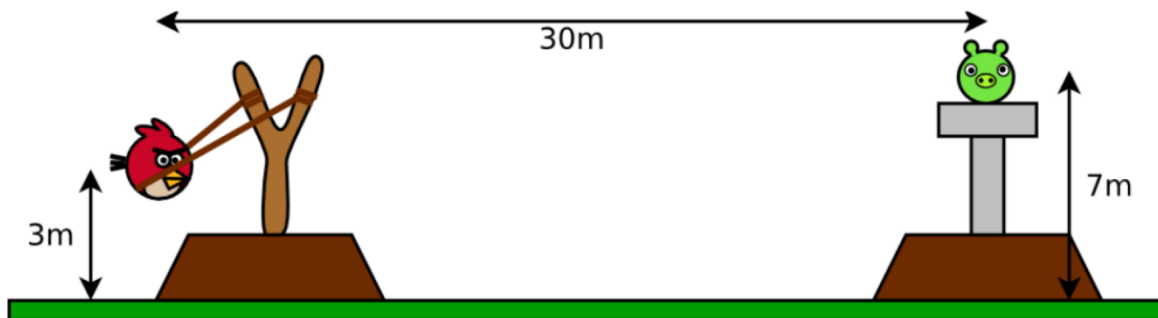


Adott egy Angry Birds pálya, amelyen a piros madarat adott szögekben és sebességekkel lehet kilőni. Számolja ki, hogy mekkora v_0 sebességgel és a vízszinteshez képest milyen α szögben kell őt ellőni, hogy pontosan eltalálja a zöld malackát, és hogy a kilövés után mennyi idővel találja el, ha a repülése közben a földhöz képest 19 m magasságban volt a pályájának legfelső pontján!



Megoldás: $g = 10 \text{ m/s}^2$ -tel számolva

A madárka röppályájának komponensei:

$$\begin{aligned} x(t) &= x_0 + (v_0 \cos \alpha) t, & x_0 &= 0 \text{ választással} & x(t) &= (v_0 \cos \alpha) t; \\ z(t) &= z_0 + (v_0 \sin \alpha) t - (g/2) t^2, & z_0 &= 3 \text{ m választással} & z(t) &= 3 + (v_0 \sin \alpha) t - 5 t^2. \end{aligned}$$

t^* időben $x(t^*) = 30 \text{ m}$ és $z(t^*) = 7 \text{ m}$, tehát

$$(v_0 \cos \alpha) t^* = 30 \quad [1]$$

$$3 + (v_0 \sin \alpha) t^* - 5 t^{*2} = 7 \quad [2]$$

Ezen kívül tudjuk, hogy a pályájának legfelső pontján 19 m magasságban volt a földhöz képest, tehát „a hajtás magassága”

$$h = z_{\max} - z_0 = 19 - 3 = 16 \text{ m},$$

vagyis

$$h = (v_0 \sin \alpha)^2 / (2g) = 16 \quad [3]$$

A [3] egyenletből

$$v_0 \sin \alpha = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 16} = \sqrt{320} = 17,89 \text{ m/s}.$$

Ezt behelyettesítjük a [2] egyenletbe és megoldjuk t^* -ra:

$$3 + \sqrt{320} t^* - 5 t^{*2} = 7 \rightarrow 5 t^{*2} - \sqrt{320} t^* + 4 = 0 \rightarrow t^*_1 = 0,2397 \text{ s ill. } t^*_2 = 3,338 \text{ s}.$$

A t^*_1 idő rövidebb, mint az az idő, amennyi alatt a madárka a pálya legfelső pontjára ér:

$$t_h = v_0 \sin \alpha / g = 17,89/10 = 1,789 \text{ s},$$

vagyis ez a megoldás azt jelentené, hogy a madárka a pályája felfelé menő szakaszán ütközik a malackával, ezért ezzel nem számolunk tovább.

A t^* időt behelyettesítve az [1] egyenletbe

$$(v_0 \cos \alpha) \cdot 3,338 = 30 \rightarrow v_0 \cos \alpha = 8,987 \text{ m/s}.$$

v_0 és α értéke megkapható a $v_0 \sin \alpha = 17,89 \text{ m/s}$ és $v_0 \cos \alpha = 8,987 \text{ m/s}$ értékekből:

$$v_0 = \sqrt{17,89^2 + 8,987^2} = 20,02 \text{ m/s},$$

$$\text{tg} \alpha = 17,89/8,987 = 1,990 \rightarrow \alpha = 63,32^\circ.$$

$g = 9,81 \text{ m/s}^2$ -tel számolva az idő 3,370 s, $v_0 = 19,83 \text{ m/s}$, $\alpha = 63,32^\circ$.