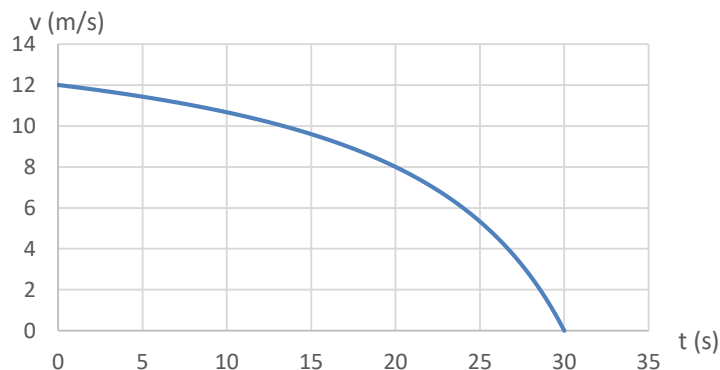


Egy busz a megállóhoz közeledve az alábbi függvény szerint csökkenti a sebességét:

$$v(t) = A \cdot \frac{B-t}{C-t}, \quad \text{ahol } A = 16 \text{ m/s}, \quad B = 30 \text{ s}, \quad C = 40 \text{ s}.$$



A busz 30 s-ig fékez.

a) Mekkora utat tesz meg ezalatt?

b) Mekkora a gyorsulása nagyságának a maximális értéke?

Megoldás:

a) A busz által megtett út a \$v(t)\$ függvény \$t = 0\$-tól \$t = 30\$ s-ig vett integráljával egyenlő.

$$\begin{aligned} s &= \int_0^{30} A \cdot \frac{B-t}{C-t} dt = \int_0^{30} 16 \cdot \frac{30-t}{40-t} dt = 16 \cdot \int_0^{30} \left(\frac{30-40}{40-t} + 1 \right) dt = 16 \cdot \int_0^{30} \left(\frac{-10}{40-t} + 1 \right) dt = \\ &= 16 \cdot [(-10) \cdot (-1) \cdot \ln(40-t) + t]_0^{30} = 16 \cdot [10 \cdot \ln(40-t) + t]_0^{30} = \\ &= 16 \cdot [(10 \cdot \ln(40-30) + 30) - (10 \cdot \ln(40-0) + 0)] = 16 \cdot [10 \cdot (\ln(10) - \ln(40)) + 30] = 258,2 \text{ m}. \end{aligned}$$

b) A busz gyorsulása

$$a(t) = \dot{v} = 16 \cdot \frac{(-1) \cdot (40-t) - (30-t) \cdot (-1)}{(40-t)^2} = 16 \cdot \frac{-40+t+30-t}{(40-t)^2} = 16 \cdot \frac{-10}{(40-t)^2} = \frac{-160}{(40-t)^2}.$$

A diagramról látható, hogy a sebesség meredeksége – vagyis a gyorsulás – az idő múlásával egyre negatívabb, ezért a legnagyobb abszolút értéke a fékezés végén, \$t = 30\$ s-nál van. Ekkor

a gyorsulás értéke

$$a(30) = \frac{-160}{(40-30)^2} = -1,6 \text{ m/s}^2,$$

a gyorsulás nagyságának a maximális értéke tehát \$1,6 \text{ m/s}^2\$.

A diagramtól függetlenül:

A gyorsulás deriváltja \$\dot{a} = \frac{-320}{(40-t)^3}\$. Mivel \$t < 40\$ s, ezért a nevező pozitív \$\rightarrow \dot{a} < 0\$, vagyis a gyorsulás folyamatosan csökken, a legnagyobb abszolút értéke \$t = 30\$ s-nál van.

