

7. OPTIKA II.

Fizikai optika, hullámoptika

Az Optika I. mérésben végzett kísérletek közül azok, amik a fénytörésen és fényvisszaverődésen alapultak, leírhatók pusztán fénysugarakkal is (geometria optika), a polarizáció jelenségének értelmezéséhez azonban a fényt hullámként tekintettük (fizikai optika, hullámoptika). Az Optika II. mérésben olyan kísérleteket végzünk, amelyek szintén csak a fény hullámtermészetével magyarázhatók: ilyen az elhajlás (diffrakció) és az interferencia.

ELMÉLET

1. Hullámoptika

A fényforrások időben és térben változó elektromágneses teret keltenek maguk körül. Ez az elektromágneses tér hullám alakjában terjed, az $\mathbf{E}$ elektromos és a $\mathbf{H}$ mágneses térerősség a fény terjedési irányára merőleges síkban harmonikus rezgést végeznek, a fény transzverzális hullám.

A fényforrások általában a tér minden irányába sugároznak, a fény a fényforrás közelében gömbhullámnak tekinthető. A fényforrástól távolodva a hullám görbülete csökken, a fényforrástól távol a hullám görbülete elhanyagolható lesz, ezért a fény ott jó közelítéssel síkhullámként írható le. A fényforrástól távol, átlátszó, homogén, izotrop közegben az elektromágneses tér monokromatikus (egyetlen frekvenciával jellemezhető) síkhullámok összegére bontható.

1.1. Az $\mathbf{E}$ elektromos térerősség monokromatikus síkhullám esetén

Az elektromos térerősség a t idő és az $\mathbf{r}$ helyvektor függvénye:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \sin(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t + \varphi_0) \quad [\text{V}], \quad \text{ahol} \quad (1)$$

$\mathbf{E}_0$ a síkhullám amplitúdója (az elektromos térerősség maximális értéke) [V];

$$\varphi = \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t + \varphi_0 \quad \text{a fázis } [-], \quad (2)$$

ω a körfrekvencia [s^{-1}]:

$$\omega = 2\pi\nu, \text{ ahol } \nu \text{ a frekvencia } [\text{Hz}],$$

$$\nu = 1/T, \text{ ahol } T \text{ a periódusidő } [\text{T}];$$

φ_0 a fázisállandó [-],

$\mathbf{k}$ a hullámszámvektor [m^{-1}].

A hullám *terjedési iránya* megegyezik $\mathbf{k}$ vektor irányával.

A fény *transzverzális* hullám, $\mathbf{E}_0$ merőleges a terjedési irányra, így $\mathbf{k}$ -ra is. Az $\mathbf{E}_0$ vektor irányát tekintjük a *polarizáció irányának*.

Az (1) síkhullám térben és időben periodikus függvény.

Rögzített $\mathbf{r}$ helyen ($\mathbf{r} = \text{konst.}$) az elektromos térerősség nagysága az időnek harmonikus függvénye:

$$\text{mivel } \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = \text{konst.} \rightarrow \text{a fázis } \varphi(t) = -\omega t + \varphi_0 + \text{konst.} \rightarrow \mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \sin(-\omega t + \varphi_0 + \text{konst.})$$

A *periódusidő*, T , az a legrövidebb idő, melynek elmúltával az adott helyen ugyanaz lesz a térerősség és a térerősség időderiváltja is, vagyis a T idő alatt 2π -vel változik a fázis:

$$\omega T = 2\pi, \quad \text{azaz} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu, \quad \text{ahol } 1/T = \nu \text{ a frekvencia.}$$

Rögzített t időben ($t = \text{konst.}$) az elektromos térerősség nagysága a helynek harmonikus függvénye:

$$\text{mivel } \omega t = \text{konst.} \rightarrow \text{a fázis } \varphi(\mathbf{r}) = \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \varphi_0 + \text{konst.} \rightarrow \mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \sin(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \varphi_0 + \text{konst.})$$

A térbeli periódus a *hullámhossz*, λ , két szomszédos fázissík távolsága, melyeken a fázis 2π -vel különbözik: $\mathbf{k} \cdot \lambda = 2\pi$, azaz

$$\mathbf{k} = \frac{2\pi}{\lambda}. \quad (3)$$

Eszerint a $\mathbf{k}$ hullámszámvektor nagysága a hullámhossz reciprokával arányos, annak a 2π -szerese.

A *hullámfront* azoknak a pontoknak az összessége, melyeken a φ fázis értéke egy adott időpontban azonos. Emiatt (síkhullám esetén) a hullámfront minden pontjában ugyanaz a térerősség. A hullámfront egy adott pontja a hullámra jellemző terjedési sebességgel (fény esetén a fénysebességgel) mozog.

Az (1) alakú síkhullámok hullámfrontjai síkok, melyek egyenlete a t időpontban

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t + \varphi_0 = \text{konst.}$$

Nézzük azt a speciális esetet, amikor a hullám az x tengely irányában terjed. Ilyenkor a hullámfront, azaz a fázissík egyenlete

$$\varphi(x, t) = kx - \omega t + \varphi_0 = \text{konst.}$$

Jelölje ezt a konstans φ^* , azaz

$$kx - \omega t + \varphi_0 = \varphi^*,$$

amiből kifejezhetjük a φ^* fázisú hullámfront helyzetét az idő függvényében:

$$x = \frac{\omega}{k} t + \frac{\varphi^* - \varphi_0}{k},$$

azaz a front

$$v = \frac{\omega}{k} \tag{4}$$

sebességgel mozog az x tengely mentén, ez a fény terjedési sebessége az adott közegben.

A k hullámszámvektor nagysága (4)-ből

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{1}{v},$$

ezt összevetve (3)-mal kapjuk a fény λ hullámhossza, v terjedési sebessége és T periódusideje közötti összefüggést:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{1}{v} \rightarrow$$

$$\lambda = v T, \tag{5}$$

vagyis a hullámfront egy periódusidő alatt éppen egy hullámhossz távolságra jut el.

Vákuumban a terjedési sebesség c , azaz vákuumban a hullámfront egy periódusidő alatt

$$\lambda_0 = c T$$

távolságot tesz meg, ez a vákuumbeli hullámhossz.

Ha a hullám egy más közegbe lép be, frekvenciája azonos marad, terjedési sebessége azonban változik a közeg optikai sajátságaitól függően. A vákuumbeli és közegbeli terjedési sebesség hányadosa a *törésmutató*:

$$n = c / v. \tag{6}$$

A törésmutató függ a frekvenciától (*diszperzió*). Átlátszó közegben a törésmutató a frekvencia növekedésével kissé nő.

A hullámhossz közegről közegre változik:

$$\lambda = \frac{c}{n} T = \frac{\lambda_0}{n}, \tag{7}$$

a λ_0 vákuumbeli hullámhossz azonban éppúgy jellemzi a hullámot, mint a frekvencia.

A *látható tartományban* a λ_0 vákuumbeli hullámhossz 380 és 760 nm között van.

1.2. Interferencia

Interferencia esetén azt tapasztaljuk, hogy *a megfelelő méretű réseken keresztül érkező, vagy egy optikai rácstról visszaverődő fény sötétebb és világosabb foltokat hoz létre az ernyőn, vagyis a fény intenzitása változik a hely függvényében.* A fényintenzitás (I) az E elektromos térerősség abszolút érték négyzetének időátlagával arányos.

1.2.1. Monokromatikus síkhullámok interferenciája

A jelenség megértéséhez először azt vizsgáljuk meg, hogy egy tér adott pontjában a rés, ill. rács különböző pontjaiból érkező hullámok által létrehozott eredő térerősség nagyságát hogyan befolyásolja az adott pontban találkozó hullámok fáziskülönbsége, majd azt, hogy a létrejött fáziskülönbség hogyan függ a hullámok által (a réstől vagy rácstól a tér adott pontjáig) megtett úthossz különbségétől.

Tekintsünk két síkhullámot, melyek az x tengelyen azonos irányban haladnak, azonos frekvenciájúak ($\omega_1 = \omega_2 = \omega$), azonos irányban – pl. az y tengely irányában – polarizáltak, de a fázisállandójuk különböző: $\varphi_{10} \neq \varphi_{20}$. A két síkhullámban az y irányú térerősség

$$E_1 = E_{10} \sin(kx - \omega t + \varphi_{10}) \quad \text{ill.} \quad E_2 = E_{20} \sin(kx - \omega t + \varphi_{20}) .$$

Az eredő térerősség $E = E_1 + E_2$. Beláthatjuk, hogy ez szintén síkhullám:

$$E = E_0 \sin(kx - \omega t + \varphi_0),$$

melynek E_0 amplitúdója és φ_0 fázisállandója E_{10} , E_{20} , φ_{10} és φ_{20} függvénye.

Az E_0 amplitúdó levezetéséhez alakítsuk át a függvényeket ($\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$):

$$E_1 = E_{10} \sin(kx - \omega t) \cos\varphi_{10} + E_{10} \cos(kx - \omega t) \sin\varphi_{10}$$

$$E_2 = E_{20} \sin(kx - \omega t) \cos\varphi_{20} + E_{20} \cos(kx - \omega t) \sin\varphi_{20}$$

$$E = E_0 \sin(kx - \omega t) \cos\varphi_0 + E_0 \cos(kx - \omega t) \sin\varphi_0$$

$E_1 + E_2 = E$, ha

$$E_{10} \cos\varphi_{10} + E_{20} \cos\varphi_{20} = E_0 \cos\varphi_0 \quad \text{és}$$

$$E_{10} \sin\varphi_{10} + E_{20} \sin\varphi_{20} = E_0 \sin\varphi_0 .$$

Emeljünk négyzetre az egyenleteket:

$$E_{10}^2 \cos^2\varphi_{10} + 2E_{10}E_{20} \cos\varphi_{10} \cos\varphi_{20} + E_{20}^2 \cos^2\varphi_{20} = E_0^2 \cos^2\varphi_0 \quad \text{és}$$

$$E_{10}^2 \sin^2\varphi_{10} + 2E_{10}E_{20} \sin\varphi_{10} \sin\varphi_{20} + E_{20}^2 \sin^2\varphi_{20} = E_0^2 \sin^2\varphi_0 ,$$

és adjuk össze:

$$\begin{aligned} E_{10}^2 (\cos^2\varphi_{10} + \sin^2\varphi_{10}) + 2E_{10}E_{20} (\cos\varphi_{10} \cos\varphi_{20} + \sin\varphi_{10} \sin\varphi_{20}) + E_{20}^2 (\cos^2\varphi_{20} + \sin^2\varphi_{20}) = \\ = E_0^2 (\cos^2\varphi_0 + \sin^2\varphi_0). \end{aligned}$$

Alkalmazzuk, hogy $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$:

$$E_{10}^2 + 2E_{10}E_{20} (\cos\varphi_{10} \cos\varphi_{20} + \sin\varphi_{10} \sin\varphi_{20}) + E_{20}^2 = E_0^2 ,$$

és hogy $\cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta = \cos(\alpha - \beta)$:

$$E_{10}^2 + 2E_{10}E_{20} \cos(\varphi_{10} - \varphi_{20}) + E_{20}^2 = E_0^2 ,$$

majd vonjunk gyököt, így megkapjuk az eredő síkhullám amplitúdóját:

$$E_0 = \sqrt{E_{10}^2 + E_{20}^2 + 2E_{10}E_{20} \cos(\varphi_{10} - \varphi_{20})} . \quad (8)$$

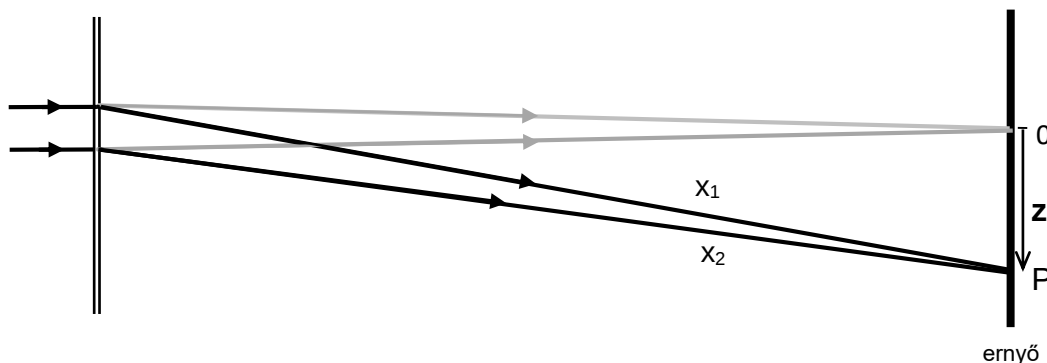
Látható, hogy E_0 a $\varphi_{10} - \varphi_{20} = \Delta\varphi$ fáziskülönbségtől is függ.

Az eredő amplitúdó

$$\text{maximális, ha } \cos(\Delta\varphi) = 1, \text{ vagyis } \Delta\varphi = m \cdot 2\pi, \text{ ahol } m \text{ egész szám, és} \quad (9)$$

$$\text{minimális, ha } \cos(\Delta\varphi) = -1, \text{ vagyis } \Delta\varphi = (2m+1) \cdot \pi .$$

Interferencia esetén azért jön létre fáziskülönbség az ernyőre érkező hullámok között, mert különböző hosszúságú utat tettek meg a réstől vagy rácstól az ernyőig. Tekintsük az ernyő egy adott P pontját, és jelölje x_1 ill. x_2 ennek a távolságát a rés (vagy rács) 2 különböző pontjától (1. ábra).



1. ábra. Elhajlás kettős résen

A hullámok fázisa az ernyőn való találkozáskor

$$\varphi_1 = kx_1 - \omega t + \varphi_{10} \quad \text{ill.} \quad \varphi_2 = kx_2 - \omega t + \varphi_{20},$$

és a fáziskülönbség köztük

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = k(x_1 - x_2) + (\varphi_{10} - \varphi_{20}) \quad (\text{mivel a } t \text{ idő megegyezik}).$$

Ha a résre vagy rácstra beérkező hullámok φ_{10} és φ_{20} fázisállandója megegyezik (ld. 1.2.2. fejezet), akkor

$$\Delta\varphi = k(x_1 - x_2) = k\Delta x, \quad (10)$$

vagyis a $\Delta\varphi$ fáziskülönbség a Δx úthossz-különbségtől függ. Az eredő térerősséget (és így a fény intenzitását is) az úthossz-különbség által létrehozott fáziskülönbség szabja meg. A rés vagy rács két rögzített pontjából az ernyő különböző pontjaiig a Δx úthossz-különbség pontról-pontra változik, ezért jönnek létre különböző intenzitású pontok az ernyőn, ebből következően erősítési ill. gyengítési helyek.

(10) és (3) felhasználásával kapjuk, hogy

$$\Delta\varphi = k\Delta x = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x = \frac{\Delta x}{\lambda}2\pi. \quad (11)$$

Ez alapján az erősítés-gyengítés feltételét megfogalmazhatjuk a két hullám közötti Δx úthossz-különbségnek a hullámhosszhoz mért arányával is: (9) felhasználásával kapjuk, hogy

két fényhullám maximálisan

$$\text{erősíti egymást, ha } \frac{\Delta x}{\lambda} = m, \quad \text{azaz ha } \Delta x = m \cdot \lambda,$$

vagyis az úthossz-különbség a hullámhossz egész számú többszöröse; illetve

$$\text{gyengíti egymást, ha } \frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{2m+1}{2}, \quad \text{azaz ha } \Delta x = (2m+1) \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad (12)$$

vagyis az úthossz-különbség a félhullámhossz páratlan számú többszöröse.¹

1.2.2. Koherencia

Az előbbi levezetésnél feltettük, hogy a beérkező hullámok fázisállandója megegyezik. A fényforrásokban a fény kibocsátása úgy történik, hogy a valamilyen módon magasabb energiaállapotokba gerjesztett atomok vagy molekulák egy fotont emittálnak, miközben a gerjesztett állapotból az alapállapotba vagy alacsonyabb energiájú állapotba kerülnek. A foton

¹ Megjegyzés: ha bevezetjük az $s = n \cdot d$ optikai úthosszt (mely a közegbeli tényleges d úthossz és az n törésmutató szorzata, vagyis az az úthossz, amit az adott idő alatt vákuumban tett volna meg a hullám), akkor a fentihez hasonló feltételek fogalmazhatók meg a λ_0 vákuumbeli hullámhosszra.

kibocsátása az átmenet alatt, véges ideig történik, ezért a foton egy véges hullámvonulat, véges hossza van. Egy közönséges fényforrásnál a következő foton fázisállandója nem egyezik meg az előzőével, a kibocsátott fotonok – elemi hullámvonulatok – fázisa időben véletlenszerűen változik. *Koherensnek* nevezzük az olyan fénynyalábot, amely monokromatikus, és benne az összetevők fázisainak különbsége időben állandó.

A kiterjedt közönséges fényforrások fénye általában nem koherens.

A *lézerek* monokromatikus, párhuzamos és koherens fénynyalábot szolgáltatató fényforrások. (Persze a lézerefény sem abszolút monokromatikus, párhuzamos és koherens, de a közönséges fényforrásokhoz viszonyítva nagymértékben az.) Ez annak köszönhető, hogy a lézerben a fénykibocsátás indukált emisszióval történik, szemben a közönséges fényforrásokkal, ahol spontán emisszióval. Az indukált emisszióval egy gerjesztő foton hatására az atomi rendszer úgy kerül egy alacsonyabb energiájú állapotba, hogy a gerjesztő fotonnal tökéletesen azonos (azonos frekvenciájú, terjedési irányú és fázisú) fotonokat bocsát ki.

1.2.3. A fény intenzitása

A fény *intenzitása* monokromatikus síkhullámban az amplitúdó négyzetével, E_0^2 -tel arányos.

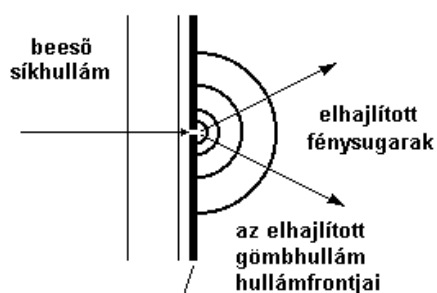
Két, egymással párhuzamos polarizációirányú, koherens fénynyaláb interferenciára képes. Ez azt jelenti, hogy az eredő fénynyalábban a térerősségek (8) szerint a fáziskülönbségtől függően erősítik vagy gyengítik egymást, és az eredő intenzitás

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1}\sqrt{I_2} \cos(\Delta\varphi) . \quad (13)$$

1.3. Diffrakció (fényelhajlás), Huygens-elv

A fényforrástól távol, homogén, akadálymentes környezetben a fény terjedését monokromatikus síkhullámokkal írhatjuk le. Változó törésmutatójú inhomogén közegben, vagy akadályok közelében ez az egyszerű közelítés nem elég. Általános esetben a fény terjedését a **Huygens-elv** írja le: *eszerint a hullámfront minden pontja elemi gömbhullámok kiindulópontja, és ezek burkolója adja az új hullámfrontot.*²

Ha a fény útjába egy lemezt teszünk, amin egy kicsi lyuk van, akkor a Huygens-elv alapján a lemez mögött a hullámfrontok gömbfelületek lesznek (2. ábra). Nagy távolságból nézve egy ilyen gömbfelületnek csak egy kis térszögű részét észleljük, és ez a hullámfront-darab már síkkal is helyettesíthető, a hullám pedig a megfigyelés környezetében síkhullámmal. Bárhonnan nézzük a lemezt, a rajta lévő nyílásból fény jut a szemünkbe, ugyanúgy, mint egy pontszerű fényforrásból. (A geometriai optika szóhasználatával, a fénysugarakhoz kötődő szemlélettel megfogalmazva ilyenkor a lemez mögötti térbe minden irányba fénysugarak indulnak ki a lemezen lévő nyílásból, a beeső fénysugár minden irányba „elhajlik”.)

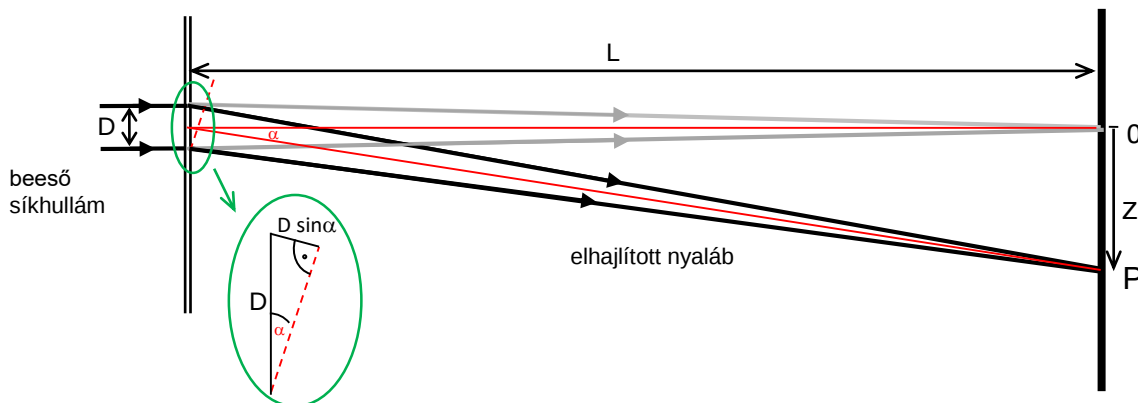


2. ábra. A fény elhajlása kis nyíláson

² Ez az elv csak az új hullámfrontok helyét, azaz a fény terjedési irányát adja meg, az amplitúdóról nem mond semmit. Az amplitúdó számolásához az elemi gömbhullámok összegét kell felírni egy integrállal (Huygens-Fresnel-elv).

1.3.1. Fényelhajlás kettős résen

Tegyük egy párhuzamos, monokromatikus fénynyaláb útjába a terjedési irányra merőlegesen egy olyan lemezt, melyen két párhuzamos keskeny rés van egymástól D távolságra (3. ábra). A réseken a fény elhajlik, nagy távolságból olyan a hullámkép, mintha a résekből az ábra síkjában minden irányban síkhullámok indulnának ki.



3. ábra. Elhajlás kettős résen

Tekintsük azt az irányt, mely a lemez normálisával α szöget zár be. Ebben az irányban a két réstől távol, a belőlük induló két fénynyaláb közti

$$\begin{aligned} \text{úthossz-különbség (az ábráról): } \Delta x &= D \sin \alpha, \quad \text{amiből a} \\ \text{fáziskülönbség ((11) felhasználásával): } \Delta \varphi &= 2\pi D \sin \alpha / \lambda. \end{aligned} \quad (14)$$

A két fénynyalábhoz tartozó térerősségek összeadódnak az ernyő P pontjában létrejövő eredő nyalábban. Mivel az amplitúdók a két elhajlított nyalábban megegyeznek, a fényintenzitás (13) szerint

$$I = 2 I_0 (1 + \cos(\Delta \varphi)).$$

Különböző α irányokban eltérő lesz a fáziskülönbség, ill. az annak megfelelő fényintenzitás, az ernyőn sötét és világos csíkokat fogunk észlelni. A maximális gyengítés és maximális erősítés irányai (9) és (12) felhasználásával:

$$\begin{array}{llll} \text{erősítés:} & m \cdot 2\pi, & & m \cdot \lambda. \\ \text{maximális} & \text{ahol } \Delta \varphi = & \text{avagy} & D \sin \alpha = \\ \text{gyengítés:} & (2m+1) \cdot \pi, & & (2m+1) \cdot \lambda/2. \end{array} \quad (15)$$

Az el nem térített (a lemez normálisának irányában haladó) nyalábnak megfelelő pont az ernyőn a $z = 0$ koordinátájú pont, az innen mért z koordinátával és az ernyő résektől mért L távolságával kifejezhető az α szög:

$$\operatorname{tg} \alpha = z / L. \quad (16)$$

1.3.2. Az optikai rács

Transzmissziós optikai rácsot kapunk, ha egy átlátszó lemezt sűrűn, egyenlő D távolságban, párhuzamosan bekarcolunk, vagy valamilyen más eljárással párhuzamos, periodikusan váltakozva átlátszó és átlátszatlan csíkokat hozunk létre rajta D periódussal (D az átlátszó és átlátszatlan csíkok vastagságának összege). D -t nevezzük az optikai rács *rácsállandójának*. A rácsot koherens fénynyalábbal megvilágítva az ernyőn látható elhajlási kép a kettős réséhez hasonló, de annál nagyobb intenzitású lesz. A rács csíkjaira merőlegesen egy fényfolt-sorozatot látunk az el nem hajlított nyalábnak megfelelő transzmittált kép mindkét oldalán. Az el nem hajlított nyalábnak megfelelő képet *nulladrendű* képnek nevezzük, a többi erősítési helyet pedig *elsőrendű*, *másodrendű*, ... *képnek*, az egyik irányba pozitív, a másik irányba negatív előjellel.

Hol jönnek létre az ernyőn erősítési helyek? Ha a fény merőlegesen esik a síkrácsra, akkor az elhajlási kép szimmetrikus lesz, és ilyenkor a kioltás és erősítés feltételét (15) adja meg, miszerint

$$D \sin \alpha = m \lambda \rightarrow \sin \alpha = m \lambda / D.$$

(16) szerint az m -edik erősítési hely z_m távolsága a nulladrendűtől

$$z_m = L \operatorname{tg} \alpha.$$

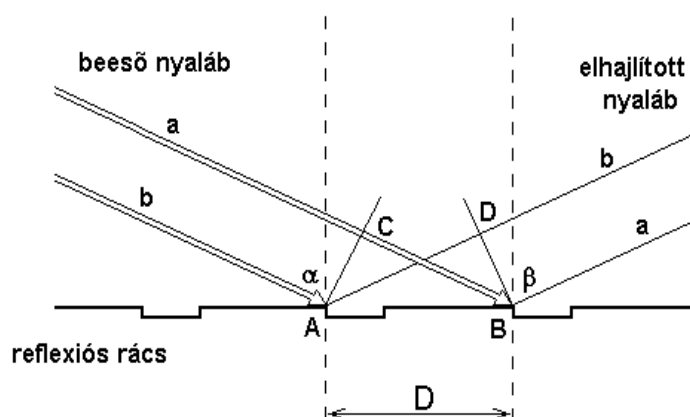
Ha teljesül az, hogy az első néhány elhajlított képhez tartozó szög olyan kicsi, hogy alkalmazható a $\operatorname{tg} \alpha \approx \sin \alpha$ közelítés, akkor

$$z_m \approx L \sin \alpha,$$

és $\sin \alpha = m \lambda / D$ -t beírva

$$z_m = \frac{L \lambda}{D} m. \quad (17)$$

A transzmissziós rácshoz hasonló módon *reflektáló* felületen periodikus, tükröző és nem-tükröző, egymással párhuzamos csíkokból álló mintázatot létrehozva **reflexiós rácsot** kapunk. A rácsot koherens fénynyalábbal megvilágítva súrló beesés esetén a rács által visszavert és elhajlított kép a transzmissziós rácshoz hasonló lesz, az ernyőn a fényforrás elhajlási képét kapjuk, egy csökkenő intenzitású fényfolt-sorozatot a reflektált kép mindkét oldalán (különböző rendben elhajlított képeket a nulladrendű, azaz a visszavert sugár mindkét oldalán).



4. ábra. A fény elhajlása a reflexiós rácson súrló beesésnél

A fáziskülönbséget létrehozó úthossz-különbség két szomszédos rácspontból származó elhajlított hullám (**a** és **b**) között

$$\Delta x = \overline{CB} - \overline{AD} = D \sin \alpha - D \sin \beta_m, \quad (18)$$

ahol α a beesési szög, β_m pedig az egyes fényfoltokhoz tartozó elhajlási szögek (m az *elhajlás rendje*).

(12) alapján maximális erősítést azoknál a β_m elhajlási szögeknél kapunk, melyekre az úthossz-különbség a hullámhossz egész számú többszöröse:

$$D (\sin \alpha - \sin \beta_m) = m \lambda. \quad (19)$$

1.4. A Michelson-féle interferométer

Először Th. Young hozott létre interferenciaképeket 1803-ban úgy, hogy keskeny fénynyalábot irányított két szorosan egymás mellett elrendezett résre. Young kísérlete fontos bizonyítéka volt a fény hullámtermészetének. 1881-ben A. A. Michelson hasonló elven működő interferométert épített. (Michelson eredetileg az éternek, az elektromágneses sugárzások, így a fény terjedését is biztosító feltételezett közegnek a kimutatására szerkesztette meg interferométerét. Részben az ő erőfeszítéseinek is köszönhetően az éter feltételezését ma nem tekintjük életképes hipotézisnek.) A Michelson-féle interferométer széleskörűen elterjedt a fény hullámhosszának mérésére, illetve ismert hullámhosszúságú fényforrás alkalmazásával rendkívül kis távolságok mérésére, és optikai közegek vizsgálatára.

Az 5. ábrán a Michelson-féle interferométer vázlata látható. A lézer sugárnyalábja sugárosztóra esik, amely a beeső fény 50%-át visszaveri, 50%-át átengedi. A beeső fény így két nyalábra oszlik. Az egyik a (tengelye mentén előre-hátra) mozgatható tükörre (M_1) esik, a másik az álló tükörre (M_2) verődik. Mindkét tükör a sugárosztóra veri vissza a fényt. A mozgatható tükörről visszavert fény egyik fele most a megfigyelő ernyőre esik be, és az álló tükörről visszaverődő fény fele a sugárosztón áthaladva szintén a megfigyelő ernyőre esik.

Ily módon az eredeti sugárnyaláb először kettéosztódik, majd a keletkezett nyalábok egy része visszafelé egyesül egymással. Mivel a nyalábok ugyanabból a fényforrásból származnak, így koherensnek tekinthetők. Amikor lencsét helyezünk a lézer fényforrás és a sugárosztó közé, a fénynyaláb kitér és a megfigyelő ernyőn sötét és világos gyűrűkből álló kép jelenik meg (6. ábra).

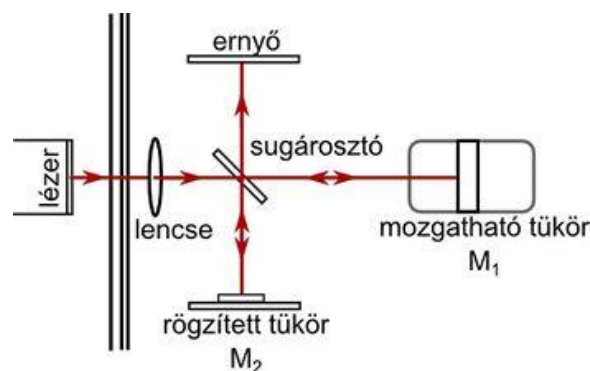
Mivel a két interferáló nyaláb ugyanabból a forrásból származik, fázisuk eredetileg azonos volt. Relatív fázisuk, amikor a megfigyelő ernyő bármely pontjában találkoznak, attól az optikai úthossztól függ, amelyet ezen pont eléréséig megtettek.

M_1 mozgásával az egyik nyaláb úthossza változtatható. Mivel a nyaláb az M_1 és a sugárosztó közötti utat kétszer teszi meg, M_1 -et $\frac{1}{4}$ hullámhossznyival közelítve a sugárosztóhoz a nyaláb úthossza $\frac{1}{2}$ hullámhossznyival csökken. Eközben megváltozik az interferenciakép, a maximumok sugara oly módon csökken, hogy a korábbi minimumok helyét foglalják el. Ha M_1 -et tovább mozgatjuk $\frac{1}{4}$ hullámhossznyival a sugárosztó felé, a maximumok sugara tovább csökken úgy, hogy a maximumok és a minimumok ismét helyet cserélnek, és az új elrendezés megkülönböztethetetlen lesz az eredeti képtől.

Lassan mozgatva a tükröt egy meghatározott d_N távolságon és közben leszámolva N -et, vagyis annak számát, hányszor jutott a gyűrűkép az eredeti állapotába, meghatározható a fény hullámhossza:

$$\lambda = \frac{2 d_N}{N}, \quad (20)$$

illetve ha a fény hullámhossza ismert, akkor meghatározható a d_N távolság.



5. ábra. A Michelson-féle interferométer



6. ábra. Michelson-féle interferométerrel létrehozott interferenciakép

JEGYZŐKÖNYV BEVEZETÉS

a mérés elvégzésének tényleges dátuma	az együtt dolgozó hallgatók neve	csoport- szám
7. OPTIKA II.	a mérésvezető neve	

1.1. Lézer hullámhosszának meghatározása vonalzóval

Készítsen egy vázlatot a mérési elrendezésről és nevezze meg az egyes eszközöket. Rajzoljon be egy fénysugarat és jelölje be az L és z távolságokat, ill. a β szöget. Írja le a mérés menetét.

1.2. Transzmissziós rács rácsállandójának meghatározása és**1.3. Hajszál vastagságának meghatározása**

A két mérési elrendezés hasonló, ezért a két méréshez elég egy vázlatot készíteni a mérési elrendezésről. Nevezze meg az egyes eszközöket, és írja le, mi a leolvasandó mennyiség.

2.2. Michelson-féle interferométer

Írja le a mérés menetét.

MÉRÉSEK

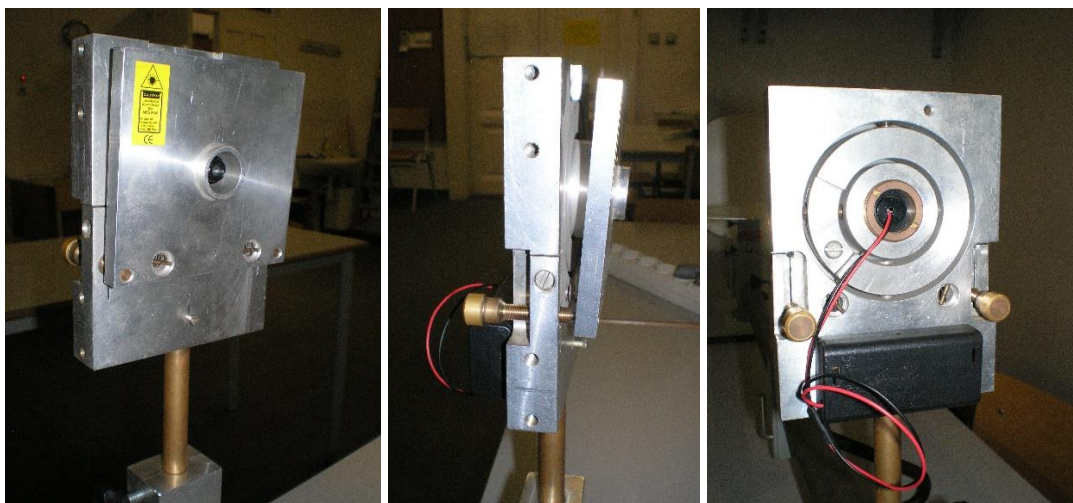
1.1. Lézer hullámhosszának meghatározása vonalzóval (mint reflexiós ráccsal)

Reflexiós rácsot lézerrel megvilágítunk. Ha a beesési szög elég nagy (súrló beesést hozunk létre), akkor az ernyőn egy sorozat fénypöttyöt kapunk, a különböző rendű rácsképeket, amelyből a rácsállandó ismeretében a lézer hullámhossza meghatározható.

Reflexiós rácsként fém vonalzót használunk.³ A vonalzó az 1 ill. 0,5 mm-es skálájával tulajdonképpen egy 1 ill. 0,5 mm rácsállandójú reflexiós rács. A bekarcolt jelek mentén a fény elhajlik, a szomszédos beosztásokon elhajlott fénynyalábok interferálnak egymással.

Eszközök:

- optikai sín, lovasok
- pozícionálható lézerdióda
- vízszintes korong mint tartó
- fém vonalzó, bekarcolt 1 mm-es ill. 0,5 mm-es beosztással
- ernyő, milliméterpapír
- mérőszalag



7. ábra. A lézerdióda tartóba fogva. A két csavarral állítható a dióda dőlésszöge.

Mérési feladat:

Tegye az ernyőt az optikai sín végére egy magas lovasba, a sín másik végére pedig tegye fel a lézert. Tegye a korongot egy magas lovasba és rögzítse a lovasa a lézertől kb. 25 cm-re. A lézert állítsa be úgy, hogy a lézersugár a korongon egy kb. 5 cm hosszú fényfoltot hozzon létre. Szükség esetén mozdítsa odébb a korongot, vagy emelje feljebb a lézert a tartóban.

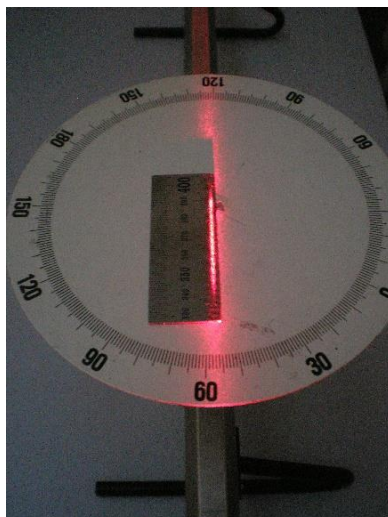
Ezután helyezze a reflexiós rácsként használt fém vonalzót a korongon lévő fényfoltba, úgy, hogy a lézersugár egésze a 0,5 mm-es skálára essen. Akkor jó a beállítás, ha az ernyőn a legfényesebb pötty (az egyszerű visszavert sugár) alatt legfeljebb egy pötty, fölötte viszont legalább 8 pötty látható.

Vegye ki a korongot a lovasból, és ellenőrizze, hogy az eltérítetlen lézersugár az ernyőre esik. Ha alatta van, akkor helyezze át az ernyőt egy alacsony lovasba. Tegye vissza a korongot és a fém vonalzót, majd ragasszon egy milliméterpapír-csíkot az ernyőre, úgy, hogy minden jelölendő pont rajta legyen.

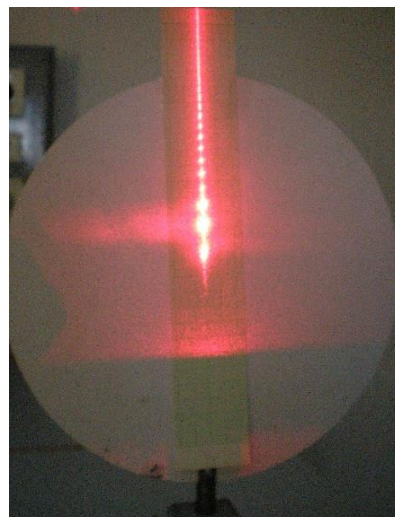
³ Az eredeti ötlet, hogy tolmérő felhasználható reflexiós rácsként, és tolmérővel így módon nemcsak egy cső vagy valami munkadarab szélessége, hossza, hanem a fény hullámhossza is mérhető, annak ellenére, hogy a hullámhossz sokkal kisebb, mint a legfinomabb beosztás, a Trinity College Fizika Intézetéből (Dublin, Írország) származik.



8. ábra. A mérési elrendezés

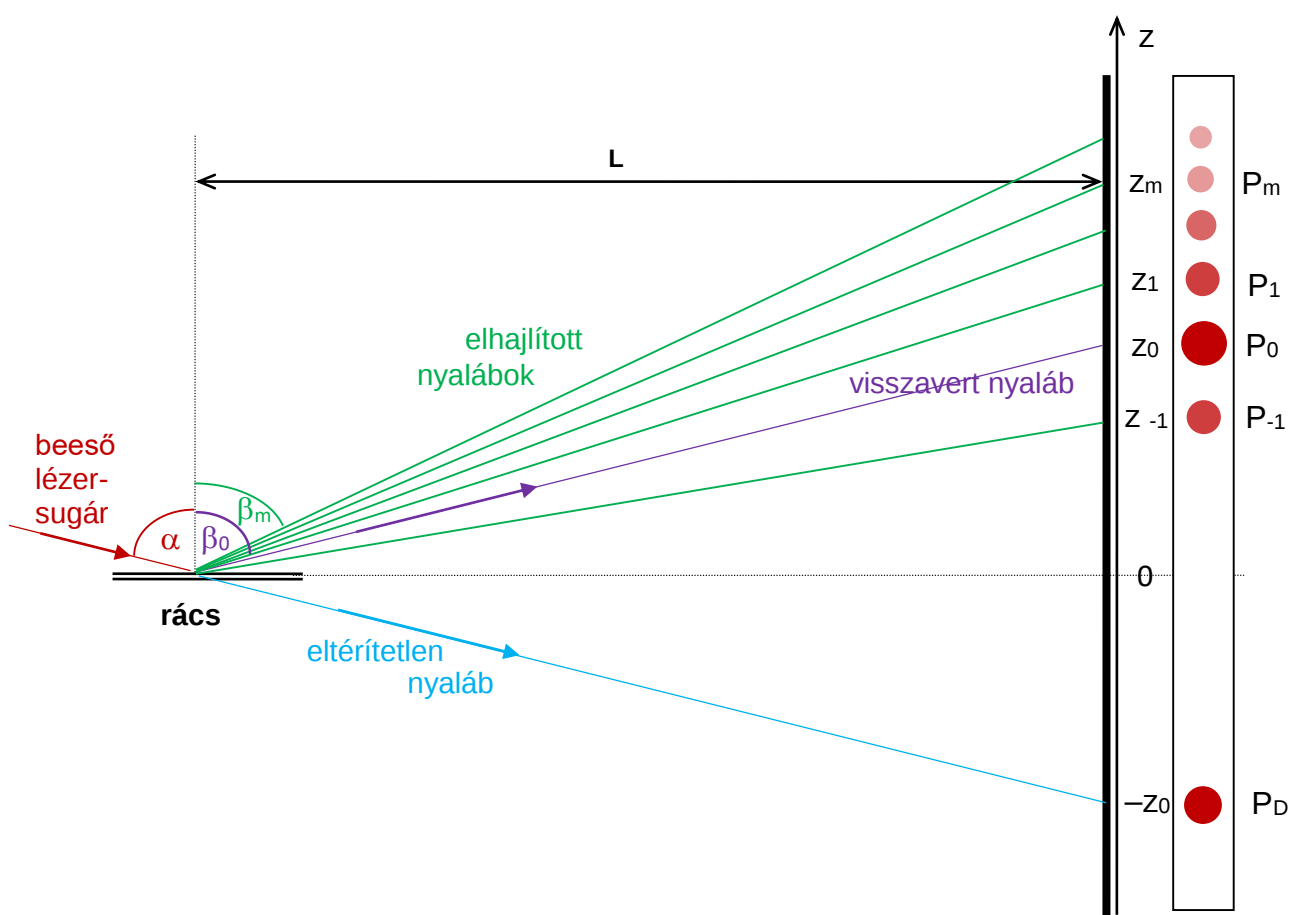


9. ábra. Fényfolt a vonalzón



10. ábra. Elhajlási kép

Jelölje meg a pöttyök helyét ($P_0, P_1, \dots, P_m$) a milliméterpapíron, mérje meg a mérőszalaggal a vonalzón látható fényfolt közepének távolságát az ernyőtől (L), és (a korongot levéve) jelölje meg az eltérítetlen lézersugár (direkt nyaláb) foltját (P_D) is.



11. ábra. Vázlat a lézer hullámhosszának meghatározásához
(a távolságok és a szögek torzítva vannak az ábrázolás kedvéért)

Kiértékelés:

A 11. ábrán látjuk a kiértékeléshez szükséges mennyiségeket.

A fényfoltok helyét ábrázoló mm-papíron jelölje meg a P_0 és a P_D pontokat (a P_D pont az eltérítetlen sugár által létrehozott fényfolt középpontja, a P_0 pont pedig a legfényesebb fényfolt középpontja, amit a nulladrendben elhajlított, azaz egyszerűen visszavert fénynyaláb hoz létre), és írja be a fényfoltok rendjét. A $P_D P_0$ szakasz felezőpontja lesz a z tengely origója (a $z = 0$ pont). Jelölje meg a $z = 0$ pontot, húzza meg a z tengelyt, készítsen skálát a z_m értékek leolvasásához, majd olvassa le az egyes fényfoltok közepének z_m koordinátáját.

Az **1.3.2.** fejezetben láttuk, hogy maximális erősítést azoknál a β_m elhajlási szögeknél kapunk, melyekre az úthossz-különbség a hullámhossz egész számú többszöröse:

$$D (\sin \alpha - \sin \beta_m) = m \lambda . \quad (19)$$

Fejezzük ki ebből $\sin \beta_m$ -et:

$$\sin \beta_m = -\frac{\lambda}{D} m + \sin \alpha . \quad (22)$$

Látható, hogy ez egy egyenes m függvényében, melynek meredeksége $-\lambda/D$.

λ tehát meghatározható a $\sin \beta_m - m$ diagram pontjaira illesztett egyenes meredekségéből.

D , a rácsállandó esetünkben 0,5 mm.

A **11. ábra** alapján $\sin \beta_m$ kifejezhető a z_m koordinátákkal és L -lel (L a vonalzón lévő fényfolt közepének távolsága az ernyőtől):

$$\sin \beta_m = \frac{L}{\sqrt{L^2 + z_m^2}} . \quad (21)$$

Készítsen táblázatot, melyben feltünteti m , z_m , és $\sin \beta_m$ értékét, és az illesztéshez szükséges egyéb értékeket!

Ábrázolja $\sin \beta_m$ -et az elhajlás rendjének, m -nek a függvényében!

Számolja ki az egyenes meredekségét és tengelymetszetét a legkisebb négyzetek módszerével meghatározva!

Számolja ki az egyenes meredekségének szórását!

Számolja ki a lézerdióda hullámhosszát, és annak hibáját az egyenes meredekségének hibájából, a Gauss-féle hibaterjedési törvényt alkalmazva!

A számításokat végezheti számológéppel, ebben az esetben $\sin \beta_m$ értékeit és az egyenes paramétereinek számításához szükséges további értékeket 6 értékes jegyre adja meg az adatlapon (ahol nem kerek az érték). A számítások és a diagram beadhatók Excel fájlban is (magát a fájlt a kérjük feltölteni, képernyőkép nem elég róla). Excelt használva is kérjük kiírni az adatlapra a meredekség és a tengelymetszet számításához szükséges átlagokat.

1.2. Transzmissziós rács rácsállandójának meghatározása

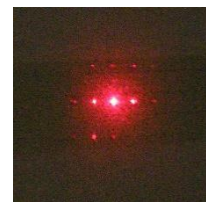
Egy a fény hullámhosszával összemérhető rácsállandójú transzmissziós rács alkalmas az elhajlás jelenségének megfigyelésére. A létrehozott elhajlási kép segítségével megmérhető a rácsállandó is.

Eszközök:

- optikai sín, lovasok, diatartó, ernyő
- diakeretbe foglalt transzmissziós rács
- pozícionálható lézerdióda

Mérési feladat:

Az előző méréshez hasonlóan helyezze el az optikai sínen a lézert és az ernyőt, majd közéjük a diatartóban a transzmissziós rácsot, és állítsa elő az elhajlási képet. Mérje meg a két legszélső, még jól látható erősítési hely távolságát az ernyőn. Mérje meg a rács távolságát az ernyőtől, kivételesen nem az optikai sínnel párhuzamosan, hanem a fénysugár útja mentén, azaz a rácson látható fényfolt közepétől az ernyőn látható legfényesebb folt közepéig.

**12. ábra.**

Transzmissziós rács elhajlási képe

Kiértékelés:

A mm-papírt ragassza be a jegyzőkönyvbe és jelölje be a számoláshoz szükséges mennyiségeket. Számolja ki két szomszédos erősítési hely távolságát (azaz a két szélső hely mért távolságát ossza el a látható erősítési helyek száma mínusz eggyel).

Transzmissziós rács elhajlási képében két erősítési hely távolsága (17) alapján

$$\Delta z = \frac{\lambda L}{D},$$

így az erősítési helyek távolságából a rácsállandó kiszámolható.

Használja λ -nak az **1.1.** feladatban meghatározott értékét és számolja ki a rácsállandót.

1.3. Hajszál vastagságának meghatározása

A hajszál vastagsága összemérhető a fény hullámhosszával, így alkalmas méretű akadály arra, hogy megfigyeljük rajta az elhajlás jelenségét. A hajszál szélein elhajló fénynyalábok által létrehozott elhajlási képből meghatározható a hajszál vastagsága is.

A hajszál által létrehozott elhajlási kép esetén nem a fényfoltok közepét lehet jól megfigyelni, hanem a kioltási helyeket. Ráadásul a szomszédos erősítési helyek távolsága ebben az esetben nem állandó, a kioltási helyek távolsága viszont igen.

Eszközök:

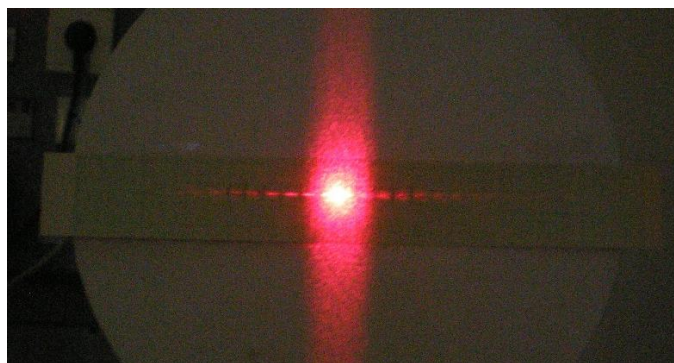
- optikai sín, lovasok, diatartó, ernyő
- pozícionálható lézerdióda
- hajszál diakeretben
- réssel ellátott kartonpapír
- mérőszalag

Mérési feladat:

Az előző mérésnél alkalmazott elrendezésben tegye a transzmissziós rács helyére a diatartóba erősített hajszálat. (Lehetőleg ugyanazt a hajszálat használja, mint az Optika I. mérésnél!) A szórt lézert fény csökkentése érdekében tegye a diatartó lézer felőli oldalára a csúsztatósínbe a réssel ellátott kartonpapírt. A kartonpapírt és a hajszálat addig tologassa oldalirányban, amíg a lézernyaláb közepe átmegy a résen, és a hajszál ennek útjába kerül.



13. ábra. Mérési elrendezés



14. ábra. Elhajlási kép a hajszálon

Figyelje meg, hogy a mintázat közepén (a nulladrendnél) nem kioltási hely van, hanem erősítés. Jelölje meg a kioltási helyek pozícióját az ernyőre ragasztott papíron! A nulladrend mindkét oldalán legfeljebb 5-5 kioltási helyet vizsgáljon.

Jegyezze fel a hajszál távolságát az ernyőtől (L)! (Ha a lézertartót és a diatartót nem mozgatta az előző mérés óta, akkor a hajszál távolsága az ernyőtől megegyezik a transzmissziós rács és az ernyő előző feladatban megmért távolságával; ha a lézertartót vagy a diatartót elmozdította, akkor mérje meg a hajszál távolságát az ernyőtől.)

Kiértékelés:

(17) alapján két szomszédos kioltási hely távolsága

$$\Delta z = \lambda L / D,$$

mivel azonban középen nincs kioltás, így a nulladrend melletti két kioltási hely távolsága kétszer akkora ($2 \Delta z$).

Δz értékéből kiszámolható a hajszál vastagsága.

A mm-papírt ragassza be a jegyzőkönyvbe és jelölje be a számoláshoz szükséges mennyiségeket.

A papíron megjelölt kioltási helyekből állapítsa meg Δz -t, és számolja ki a hajszál vastagságát!

Vesse össze a most kiszámolt értéket az Optika I. mérésnél kiszámolt értékkel!

2.2. Michelson-féle interferométer

Demonstráció: a Michelson-féle interferométer összeállítása és beállítás

- Szereljük a lézertartót, a sugárosztót és a tükröket az interferométer alapra! Jelen esetben az egyik tükör álló, de a dőlésszöge állítható; a másik tükör a vízszintesen befogott kerámiacső végére van rögzítve.
 - Helyezzük el a sugárosztót a lézernyalábbal 45° -os szöget bezáróan a jelzések közé, úgy, hogy a visszavert nyaláb az M_2 tükör közepére essék.
- Ekkor két fényes pontsorozatot kell látnunk a megfigyelő ernyőn. Az egyik pontsorozat az egyik tükrőről, a másik a másik tükrőről jön létre; mindkét pontsorozat egy fényes pontot és két vagy több kevésbé fényes pontot tartalmaz (a többszörös visszaverődés miatt).
- Állítsuk a sugárosztó szögét addig, amíg a két pontsorozat a lehető legközelebb kerül egymáshoz, majd rögzítsük a sugárosztó helyzetét!

- A tükrök hátoldalán lévő csavarokkal állítsuk be azok hajlásszögét úgy, hogy a két pontsorozat a megfigyelő ernyőn egybeessék!
- Helyezzünk egy (18 mm fókusztávolságú) lencsét a lézer és a sugárosztó közötti nyaládba, és állítsuk be úgy, hogy a széttartó nyaláb a sugárosztóra koncentrálódjék!

Ekkor koncentrikus gyűrűknek kell megjeleníteniük a megfigyelő ernyőn. Ha nem így volna, állítsunk a tükrök dőlésszögén, amíg a gyűrűk meg nem jelennek.

2.2.1. Közös mérési feladat: kerámiacső lineáris hőtágulási együtthatójának meghatározása.

A kerámiacső feszültség ráadásával fűthető. A hosszának változását a Michelson-féle interferométer segítségével határozzuk meg, a hőmérsékletét pedig egy benne elhelyezett Pt ellenálláshőmérővel tudjuk mérni.

A Pt ellenálláshőmérő ellenállása hőmérsékletfüggő:

$$R(T) = R_0 (1 + \alpha_{Pt} (T - T_0)),$$

névleges ellenállása $T_0 = 0\text{ °C}$ -on $R_0 = 1000\ \Omega$,
hőmérsékleti koefficiense $\alpha_{Pt} = 3,92 \cdot 10^{-3}\text{ K}^{-1}$.

Mérési feladat:

- Olvassuk le az ellenállásmérő műszerről az ellenállást.
- Számoljuk ki, hány Ω -ot kell mutasson az ellenállásmérő műszer, ha $\Delta T = 25\text{ °C}$ -kal akarjuk emelni a kerámiacső hőmérsékletét.
- Jelöljük meg az ernyőn egy kioltási pontot a belső gyűrűk egyikén.
- Kezdjük el fűteni a kerámiacsövet. A koncentrikus gyűrűk sugara most folyamatosan változik, az ernyőn kijelölt pontban hol erősítés, hol kioltás lesz (az adott pont hol világos, hol sötét lesz).
- Figyeljük, mikor érjük el a $\Delta T = 25\text{ °C}$ -os hőmérsékletnövelésnek megfelelő ellenállásértéket, és közben számoljuk, hányszor lett újra sötét a megfigyelt pont (N).

Jegyezzük fel a kerámiacső ℓ_0 hosszát.

Kiértékelés:

A mérést a csoport közösen végzi, de a számolást mérőpáronként kérjük beadni.

- (20) alapján számolja ki, mennyivel változott meg a kerámiacső hossza!
(A lézer hullámhosszát vegyük $\lambda = 650\text{ nm}$ -nek.)
- Számolja ki a kerámiacső α lineáris hőtágulási együtthatóját!

A lineáris hőtágulást az

$$\ell(T) = \ell_0 (1 + \alpha \Delta T)$$

képlet írja le.

KÉRDÉSEK, GYAKORLÓ FELADATOK

Az alábbi, ill. hasonló kérdésekre lehet számítani a beugró kiszárthelyiben.

MINIMUMKÉRDÉSEK

Mik a mérési feladatok? A fontosabb eszközök és az elvi mérési elrendezések vázlata. Mik a leolvasott mennyiségek, és milyen mennyiséget határozunk meg az egyes mérések során?

FOGALMAK, KÉPLETEK

Mindegyik kérdésnél adja meg, hogy a képletekben szereplő betűk milyen mennyiséget jelölnek, és a mennyiségek mértékegységét is.

(A számok azt mutatják, hogy az elméleti részben hol van a válasz.)

- A fénysebesség értéke. ($c = 2,998 \cdot 10^8$ m/s)
- A fázis idő- és helyfüggése monokromatikus síkhullám esetén az E elektromos térerősség vektorában. (2)
- A hullámszámvektor nagysága és a hullámhossz közötti összefüggés. (3)
- A fény hullámhossza, sebessége és periódusideje ill. frekvenciája közötti összefüggés. (5)
- Hogyan változik a fény sebessége, frekvenciája, hullámhossza más közegbe lépve? (6), (7)
- A maximális erősítés ill. gyengítés feltétele azonos periódusidejű harmonikus függvények esetén a fáziskülönbséggel kifejezve. (9)
- A maximális erősítés ill. gyengítés feltétele két azonos frekvenciájú hullám esetén az úthosszkülönbséggel kifejezve. (12)
- Huygens-elv. [1.3. fejezet]
- Interferencia jelensége. [1.2. fejezet]
- Az elhajlási képek (erősítési helyek) függése a rácsállandótól és a fény hullámhosszától. (17)

RÖVID ELMÉLETI KÉRDÉSEK

Igaz-e, hogy *

- a $0,5 \mu\text{m}$ hullámhosszú elektromágneses sugárzás a látható fény tartományába esik?
- az elsőrendű elhajlási képek távolsága arányos a hullámhosszal?
- ha az elektromágneses hullám más közegbe lép be, a hullámhossza változatlan marad?
- interferencia esetén az eredő amplitúdó akkor minimális, ha a fáziskülönbség 2π egész számú többszöröse?

* A válaszokhoz képletet vagy indoklást is kérünk!