

## 7. OPTIKA II.

### Fizikai optika, hullámoptika

A fényforrások időben és térben változó elektromágneses teret keltenek maguk körül. Ez az elektromágneses tér hullám alakjában terjed, az  $\mathbf{E}$  elektromos és a  $\mathbf{H}$  mágneses térerősség a fény terjedési irányára merőleges síkban harmonikus rezgést végeznek (vagyis a fény transzverzális hullám).

Egyes optikai jelenségek, mint a fénytörés és fényvisszaverődés, leírhatók pusztán a fény részecsketermészetével is (a fény hullámtermészetétől eltekintve). Vannak azonban olyan kísérletek, amelyek csak a fény hullámtermészetével magyarázhatók: ilyen az elhajlás (diffrakció), az interferencia, ill. a polarizáció jelensége; ezekkel foglalkozik a hullámoptika, avagy fizikai optika.

A fényforrások általában a tér minden irányába sugároznak, a fény a fényforrás közelében gömbhullámnak tekinthető. A fényforrástól távolodva a hullám görbülete csökken, a fényforrástól távol a hullám görbülete elhanyagolható lesz, ezért ott jó közelítéssel a fény síkhullámként írható le. A fényforrástól távol, átlátszó, homogén, izotrop közegben az elektromágneses tér monokromatikus (egyetlen frekvenciával jellemezhető) síkhullámok összegére bontható.

#### 1.1. Az $\mathbf{E}$ elektromos térerősség monokromatikus síkhullám esetén

Az elektromos térerősség a  $t$  idő és az  $\mathbf{r}$  helyvektor függvénye:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \sin(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t + \varphi_0), \quad (1)$$

ahol

$\mathbf{E}_0$  a síkhullám amplitúdója (az elektromos térerősség maximális értéke),

$$\varphi = \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t + \varphi_0 \text{ a fázis,} \quad (2)$$

amiben

$\omega$  a körfrekvencia:  $\omega = 2\pi\nu$ , ahol  $\nu$  a frekvencia,

$\varphi_0$  a fázisállandó,

$\mathbf{k}$  a hullámszámvektor.

A hullám *terjedési iránya* megegyezik  $\mathbf{k}$  vektor irányával.

A fény *transzverzális* hullám,  $\mathbf{E}_0$  merőleges a terjedési irányra, így  $\mathbf{k}$ -ra is. Az  $\mathbf{E}_0$  vektor irányát tekintjük a *polarizáció irányának*.

Az (1) síkhullám térben és időben periodikus függvény.

Rögzített  $\mathbf{r}$  helyen ( $\mathbf{r} = \text{konst.}$ ) az elektromos térerősség nagysága az időnek harmonikus függvénye:

mivel  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = \text{konst.}$   $\rightarrow$  a fázis  $\varphi(t) = -\omega t + \varphi_0 + \text{konst.}$   $\rightarrow \mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \sin(-\omega t + \varphi_0 + \text{konst.})$

A *periódusidő*,  $T$ , az a legrövidebb idő, melynek elmúltával az adott helyen ugyanaz lesz a térerősség és a térerősség időderiváltja is, vagyis a  $T$  idő alatt  $2\pi$ -vel változik a fázis:

$$\omega T = 2\pi, \quad \text{azaz } \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu, \quad \text{ahol } 1/T = \nu \text{ a frekvencia.}$$

Rögzített  $t$  időben ( $t = \text{konst.}$ ) az elektromos térerősség nagysága a helynek harmonikus függvénye:

mivel  $\omega t = \text{konst.}$   $\rightarrow$  a fázis  $\varphi(\mathbf{r}) = \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \varphi_0 + \text{konst.}$   $\rightarrow \mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \sin(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \varphi_0 + \text{konst.})$

A térbeli periódus a *hullámhossz* ( $\lambda$ ), két szomszédos fázissík távolsága, melyeken a fázis  $2\pi$ -vel különbözik:

$$k \lambda = 2\pi, \quad \text{azaz } \lambda = \frac{2\pi}{k}. \quad (3)$$

Eszerint a  $\mathbf{k}$  hullámszámvektor nagysága a hullámhossz reciprokával arányos, annak a  $2\pi$ -szerese.

A *hullámfront* azoknak a pontoknak az összessége, melyeken a  $\varphi$  fázis értéke egy adott időpontban azonos. Emiatt (síkhullám esetén) a hullámfront minden pontjában ugyanaz a térerősség. A hullámfront egy adott pontja a hullámra jellemző terjedési sebességgel (fény esetén a fénysebességgel) mozog.

Az (1) alakú síkhullámok hullámfrontjai síkok, melyek egyenlete a  $t$  időpontban

$$\varphi(\mathbf{r},t) = \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t + \varphi_0 = \text{konst.}$$

Nézzük azt a speciális esetet, amikor a hullám az  $x$  tengely irányában terjed. Ilyenkor a hullámfront, azaz a fázissík egyenlete

$$\varphi(x,t) = kx - \omega t + \varphi_0 = \text{konst.}$$

Jelölje ezt a konstans  $\varphi^*$ , azaz  $kx - \omega t + \varphi_0 = \varphi^*$ , amiből kifejezhetjük a  $\varphi^*$  fázisú hullámfront helyzetét az idő függvényében:

$$x = \frac{\omega}{k}t + \frac{\varphi^* - \varphi_0}{k},$$

azaz a front

$$v = \frac{\omega}{k} \tag{4}$$

sebességgel mozog az  $x$  tengely mentén, ez a fény terjedési sebessége az adott közegben.

(3) és (4) összevetésével kapjuk a fény  $\lambda$  hullámhossza,  $v$  terjedési sebessége és  $T$  periódusideje közötti összefüggést:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{1}{v} \rightarrow \lambda = v T, \tag{5}$$

vagyis a fázissík egy periódusidő alatt éppen egy hullámhossz távolságra jut el.

Vákuumban a terjedési sebesség  $c$ , azaz vákuumban a hullámfront egy periódusidő alatt  $\lambda_0 = cT$  távolságot tesz meg, ez a vákuumbeli hullámhossz.

Ha a hullám egy más közegbe lép be, frekvenciája azonos marad, terjedési sebessége azonban változik a közeg optikai sajátságaitól függően. A vákuumbeli és közegbeli terjedési sebesség hányadosa a *törésmutató*:

$$n = c / v. \tag{6}$$

A törésmutató függ a frekvenciától (*diszperzió*): átlátszó közegben a frekvencia növekedésével kissé nő.

A hullámhossz közegről közegre változik:

$$\lambda = \frac{c}{n} \cdot T = \frac{\lambda_0}{n}, \tag{7}$$

a  $\lambda_0$  vákuumbeli hullámhossz azonban éppúgy jellemzi a hullámot, mint a frekvencia.

A *látható tartományban* a  $\lambda_0$  vákuumbeli hullámhossz 380 és 760 nm között van.

## 1.2. Interferencia

**Interferencia** esetén azt tapasztaljuk, hogy a megfelelő méretű réseken keresztül érkező, vagy egy optikai rácstről visszaverődő fény sötétebb és világosabb foltokat hoz létre az ernyőn, vagyis a fény intenzitása változik a hely függvényében. A fényintenzitás ( $I$ ) az  $\mathbf{E}$  elektromos térerősség abszolút érték négyzetének időátlagával arányos.

### 1.2.1. Monokromatikus síkhullámok interferenciája

A jelenség megértéséhez először azt vizsgáljuk meg, hogy egy adott pontban a rés, ill. rács különböző pontjaiból érkező hullámok által létrehozott eredő térerősség nagyságát hogyan befolyásolja az adott pontban találkozó hullámok fáziskülönbsége, majd hogy a létrejött fáziskülönbség hogyan függ a hullámok által (a réstől vagy ráctól az ernyőig) megtett úthossz különbségétől.

Tekintsünk két síkhullámot, melyek az  $x$  tengelyen azonos irányban haladnak, azonos frekvenciájúak ( $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ ), azonos irányban (pl. az  $y$  tengely irányában) polarizáltak, de a fázisállandójuk különböző:  $\varphi_{10} \neq \varphi_{20}$ . A két síkhullámban az  $y$  irányú térerősség

$$E_1 = E_{10} \sin(kx - \omega t + \varphi_{10}) \quad \text{ill.} \quad E_2 = E_{20} \sin(kx - \omega t + \varphi_{20}).$$

Az eredő térerősség  $E = E_1 + E_2$ . Beláthatjuk, hogy ez szintén síkhullám:

$$E = E_0 \sin(kx - \omega t + \varphi_0).$$

Az  $E_0$  amplitúdó levezetéséhez alakítsuk át a függvényeket:

$$E_1 = E_{10} \cos(kx - \omega t) \cos\varphi_{10} - E_{10} \sin(kx - \omega t) \sin\varphi_{10}$$

$$E_2 = E_{20} \cos(kx - \omega t) \cos\varphi_{20} - E_{20} \sin(kx - \omega t) \sin\varphi_{20}$$

$$E = E_0 \cos(kx - \omega t) \cos\varphi_0 - E_0 \sin(kx - \omega t) \sin\varphi_0$$

$E_1 + E_2 = E$ , ha

$$E_{10} \cos\varphi_{10} + E_{20} \cos\varphi_{20} = E_0 \cos\varphi_0 \quad \text{és} \quad E_{10} \sin\varphi_{10} + E_{20} \sin\varphi_{20} = E_0 \sin\varphi_0.$$

Emeljünk négyzetre az egyenleteket, adjuk össze, alkalmazzuk, hogy  $\sin^2\varphi_0 + \cos^2\varphi_0 = 1$ , majd vonjunk gyököt, így megkapjuk az eredő síkhullám amplitúdóját:

$$E_0 = \sqrt{E_{10}^2 + E_{20}^2 + 2E_{10}E_{20} \cos(\varphi_{10} - \varphi_{20})}. \quad (8)$$

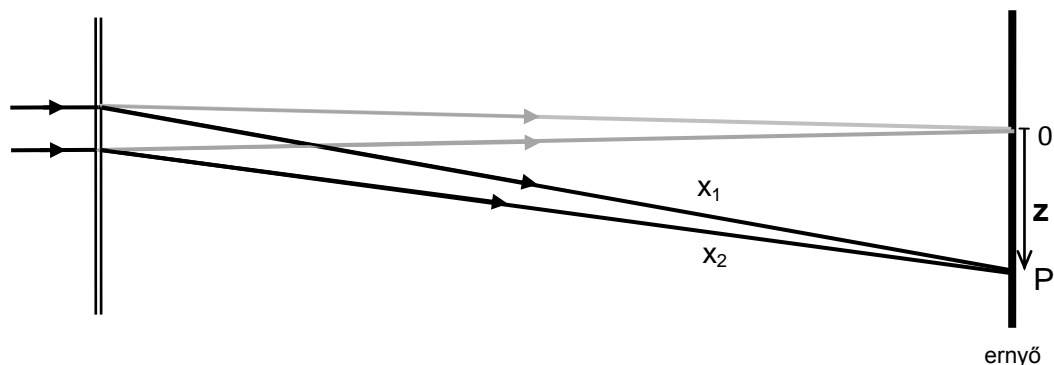
Látható, hogy  $E_0$  függ a  $\varphi_{10} - \varphi_{20} = \Delta\varphi$  fáziskülönbségtől:

az eredő amplitúdó

$$\text{maximális, ha } \cos(\Delta\varphi) = 1, \quad \text{vagyis } \Delta\varphi = m \cdot 2\pi, \quad \text{ahol } m \text{ egész szám, és} \quad (9)$$

$$\text{minimális, ha } \cos(\Delta\varphi) = -1, \quad \text{vagyis } \Delta\varphi = (2m+1) \cdot \pi.$$

Interferencia esetén azért jön létre fáziskülönbség az ernyőre érkező hullámok között, mert különböző hosszúságú utat tettek meg a réstől vagy rácstól az ernyőig. Tekintsük az ernyő egy adott P pontját, és jelölje  $x_1$  ill.  $x_2$  ennek a távolságát a rés (vagy rács) 2 különböző pontjától (1. ábra).



1. ábra. Elhajlás kettős résen

A hullámok fázisa az ernyőn való találkozáskor

$$\varphi_1 = kx_1 - \omega t + \varphi_{10} \quad \text{ill.} \quad \varphi_2 = kx_2 - \omega t + \varphi_{20},$$

és a fáziskülönbség köztük

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = k \cdot (x_1 - x_2) + (\varphi_{10} - \varphi_{20}) \quad (\text{mivel a } t \text{ idő megegyezik}).$$

Ha a rése vagy rácsra beérkező hullámok fázisállandója megegyezik (azaz  $\varphi_{10} = \varphi_{20}$ , ld.1.2.2. fejezet), akkor

$$\Delta\varphi = k \cdot (x_1 - x_2) = k \cdot \Delta x, \quad (10)$$

vagyis a fáziskülönbség az úthossz-különbségtől függ. Az eredő térerősséget (és így a fény intenzitását is) az úthossz-különbség által létrehozott fáziskülönbség szabja meg. A rés vagy rács két rögzített pontjából az ernyő különböző pontjaiig a  $\Delta x$  úthossz-különbség pontról-pontra változik, ezért jönnek létre különböző intenzitású pontok az ernyőn, ebből következően erősítési ill. gyengítési helyek.

(10) és (3) felhasználásával kapjuk, hogy

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta x = \frac{\Delta x}{\lambda} \cdot 2\pi, \quad (11)$$

tehát az erősítés-gyengítés feltételét megfogalmazhatjuk a két hullám közötti  $\Delta x$  úthossz-különbségnek a hullámhosszhoz mért arányával is: (9) felhasználásával kapjuk, hogy

két fényhullám maximálisan

**erősíti** egymást, ha  $\frac{\Delta x}{\lambda} = m \rightarrow \Delta x = m \cdot \lambda$ ,

vagyis az úthossz-különbség a hullámhossz egész számú többszöröse; illetve

**gyengíti** egymást, ha  $\frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{2m+1}{2} \rightarrow \Delta x = (2m+1) \cdot \frac{\lambda}{2}$ , (12)

vagyis az úthossz-különbség a félhullámhossz páratlan számú többszöröse.<sup>1</sup>

### 1.2.2. Koherencia

Az előbbi levezetésnél feltettük, hogy a beérkező hullámok fázisállandója megegyezik. A fényforrásokban a fény kibocsátása úgy történik, hogy a valamilyen módon magasabb energiaállapotokba gerjesztett atomok vagy molekulák egy fotont emittálnak, miközben a gerjesztett állapotból az alapállapotba vagy alacsonyabb energiájú állapotba kerülnek. A foton kibocsátása az átmenet alatt, véges ideig történik, ezért a foton egy véges hullámvonulat, véges hossza van. Egy közönséges fényforrásnál a következő foton fázisállandója nem egyezik meg az előzőével, a kibocsátott fotonok – elemi hullámvonulatok – fázisa időben véletlenszerűen változik.

*Koherensnek* nevezzük az olyan fénynyalábot, amely monokromatikus, és benne az összetevők fázisainak különbsége időben állandó.

A kiterjedt közönséges fényforrások fénye általában nem koherens.

A *lézerek* monokromatikus, párhuzamos és koherens fénynyalábot szolgáltatató fényforrások. (Persze a lézerefény sem abszolút monokromatikus, párhuzamos és koherens, de a közönséges fényforrásokhoz viszonyítva nagymértékben az.) Ez annak köszönhető, hogy a lézerben a fénykibocsátás indukált emisszióval történik, szemben a közönséges fényforrásokkal, ahol spontán emisszióval. Az indukált emisszióval egy gerjesztő foton hatására az atomi rendszer úgy kerül egy alacsonyabb energiájú állapotba, hogy a gerjesztő fotonnal tökéletesen azonos (azonos frekvenciájú, terjedési irányú és fázisú) fotonokat bocsát ki.

### 1.2.3. A fény intenzitása

A fény *intenzitása* monokromatikus síkhullámban az amplitúdó négyzetével,  $E_0^2$ -tel arányos.

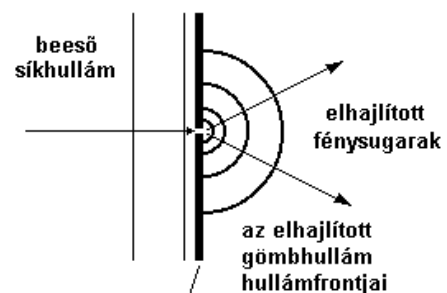
*Két, egymással párhuzamos polarizáció-irányú, koherens fénynyaláb interferenciára képes.* Ez azt jelenti, hogy az eredő fénynyalábban a térerősségek (8) szerint a fáziskülönbségtől függően erősítik vagy gyengítik egymást, és az eredő intenzitás

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1}\sqrt{I_2} \cos(\varphi_{10} - \varphi_{20}). \quad (13)$$

## 1.3. Diffrakció (fényelhajlás), Huygens-elv

A fényforrástól távol, homogén, akadálymentes környezetben a fény terjedését monokromatikus síkhullámokkal írhatjuk le. Változó törésmutatójú inhomogén közegben, vagy akadályok közelében ez az egyszerű közelítés nem elég. Általános esetben a fény terjedését a **Huygens-elv** írja le: eszerint *a hullámfront minden pontja elemi gömbhullámok kiindulópontja, és ezek burkolója adja az új hullámfrontot.*<sup>2</sup>

Ha a fény útjába egy lemezt teszünk, amin egy kicsi lyuk van, akkor a Huygens-elv alapján a lemez mögött a hullámfrontok gömbfelületek lesznek (2. ábra). Nagy távolságból nézve egy ilyen



2. ábra. A fény elhajlása kis nyíláson

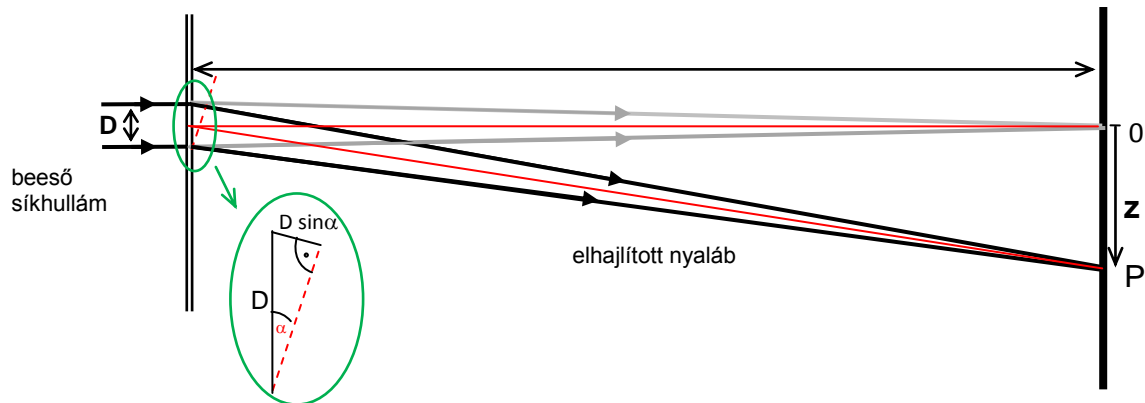
<sup>1</sup> Megjegyzés: ha bevezetjük az  $s = n \cdot d$  *optikai úthossz*t (mely a közegbeli tényleges  $d$  úthossz és az  $n$  törésmutató szorzata, vagyis az az úthossz, amit az adott idő alatt vákuumban tett volna meg a hullám), akkor a fentihez hasonló feltételek fogalmazhatók meg a  $\lambda_0$  vákuumbeli hullámhosszra.

<sup>2</sup> Ez az elv csak az új hullámfrontok helyét, azaz a fény terjedési irányát adja meg, az amplitúdóról nem mond semmit. Az amplitúdó számolásához az elemi gömbhullámok összegét kell felírni egy integrállal (Huygens-Fresnel-elv).

gömbfelületnek csak egy kis térszögű részét észleljük, és ez a hullámfront-darab már síkkal is helyettesíthető, a hullám pedig a megfigyelés környezetében síkhullámmal. Bárhonnan nézzük a lemezt, a rajta lévő nyílásból fény jut a szemünkbe, ugyanúgy, mint egy pontszerű fényforrásból. (A geometriai optika szóhasználatával, a fénysugarakhoz kötődő szemlélettel megfogalmazva ilyenkor a lemez mögötti térbe minden irányba fénysugarak indulnak ki a lemezen lévő nyílásból, a beeső fénysugár minden irányba „elhajlik”.)

### 1.3.1. Fényelhajlás kettős résen

Tegyünk egy párhuzamos, monokromatikus fénynyaláb útjába a terjedési irányra merőlegesen egy olyan lemezt, melyen két párhuzamos keskeny rés van egymástól  $D$  távolságra (3. ábra). A réseken a fény elhajlik, nagy távolságból olyan a hullámkép, mintha a résekből az ábra síkjában minden irányban síkhullámok indulnának ki.



3. ábra. Elhajlás kettős résen

Tekintsük azt az irányt, mely a lemez normálisával  $\alpha$  szöget zár be. Ebben az irányban a két réstől távol, a belőlük induló két fénynyaláb közti

$$\begin{aligned} \text{úthossz-különbség (az ábráról): } \Delta x &= D \cdot \sin \alpha, \\ \text{fáziskülönbség ((11) felhasználásával): } \Delta \varphi &= 2\pi D \cdot \sin \alpha / \lambda. \end{aligned} \quad (14)$$

A két fénynyalábhoz tartozó térerősségek összeadódnak az ernyő P pontjában az eredő nyalábban. Mivel az amplitúdók a két elhajlított nyalábban megegyeznek, a fényintenzitás (13) szerint

$$I = 2 I_0 (1 + \cos \Delta \varphi) .$$

Különböző  $\alpha$  irányokban eltérő lesz a fáziskülönbség, ill. az annak megfelelő fényintenzitás, az ernyőn sötét és világos csíkokat fogunk észlelni. A maximális gyengítés és maximális erősítés irányai (9) és (12) felhasználásával:

$$\begin{array}{llll} \text{erősítés:} & & m \cdot 2\pi , & m \cdot \lambda . \\ \text{maximális} & \text{ahol } \Delta \varphi = & & \\ \text{gyengítés:} & & (2m+1) \cdot \pi , & (2m+1) \cdot \lambda / 2 . \end{array} \quad (15)$$

Az el nem térített (a lemez normálisának irányában haladó) nyalábnak megfelelő pont az ernyőn a  $z = 0$  koordinátájú pont, az innen mért  $z$  koordinátával és az ernyő résektől mért  $L$  távolságával kifejezhető az  $\alpha$  szög:

$$\text{tg} \alpha = z / L. \quad (16)$$

### 1.3.2. Az optikai rács

**Transzmissziós optikai rácsot** kapunk, ha egy átlátszó lemezt sűrűn, egyenlő  $D$  távolságban, párhuzamosan bekarcolunk, vagy valamilyen más eljárással párhuzamos, periodikusan váltakozva átlátszó és átlátszatlan csíkokat hozunk létre rajta  $D$  periódussal (átlátszó és átlátszatlan csíkok vastagságának összege).  $D$ -t nevezük az optikai rács rácsállandójának. A rácsot koherens fénynyalábbal megvilágítva az ernyőn látható elhajlási kép a kettős réséhez hasonló, de nagyobb intenzitású: a rács csíkjaira merőlegesen egy fényfolt-sorozatot látunk az el nem hajlított nyalábnak megfelelő transzmittált kép mindkét oldalán. Az el nem hajlított nyalábnak megfelelő képet *nulladrendű* képnek nevezük, és innen számozzuk a többi erősítési helyet *elsőrendű*, *másodrendű*, ..., *képek*, az egyik irányba pozitív, a másik irányba negatív előjellel.

Ha a fény merőlegesen esik a síkrácsra, akkor az elhajlási kép szimmetrikus, és a kioltás és erősítés feltételét (15) adja meg. Ha teljesül az, hogy az első néhány elhajlított képhez tartozó szög olyan kicsi, hogy alkalmazható a  $\operatorname{tg} \alpha \approx \sin \alpha$  közelítés, akkor az  $m$ . rend távolsága a nulladrendtől (16) alapján

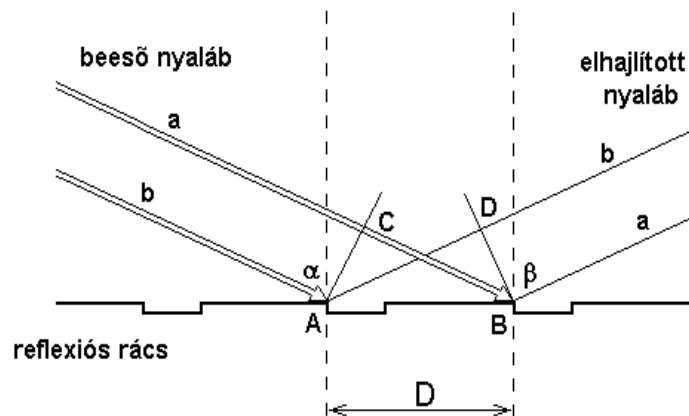
$$z_m = L \cdot \operatorname{tg} \alpha \approx L \cdot \sin \alpha ,$$

másrészt (15)-ből

$$L \cdot \sin \alpha = \frac{L \cdot \lambda}{D} m , \text{ ezekből}$$

$$z_m = \frac{L \cdot \lambda}{D} m . \quad (17)$$

A transzmissziós rácshoz hasonló módon *reflektáló* felületen periodikus, tükröző és nem-tükröző, egymással párhuzamos csíkokból álló mintázatot létrehozva **reflexiós rácsot** kapunk. Súrló beesés esetén a rácsot koherens fénynyalábbal megvilágítva a rács által visszavert és elhajlított kép a transzmissziós rácshoz hasonló, az ernyőn a fényforrás elhajlási képét kapjuk, egy csökkenő intenzitású fényfolt-sorozatot a reflektált kép mindkét oldalán (különböző rendben elhajlított képeket a nulladrendű, azaz a visszavert sugár két oldalán).



4. ábra. A fény elhajlása a reflexiós rácson súrló beesésnél

A fáziskülönbséget létrehozó úthossz-különbség két szomszédos rácsponttól származó elhajlított hullám (**a** és **b**) között

$$\Delta x = \overline{CB} - \overline{AD} = D \cdot \sin \alpha - D \cdot \sin \beta_m , \quad (18)$$

ahol  $\alpha$  a beesési szög,  $\beta_m$  pedig az egyes fényfoltokhoz tartozó elhajlási szögek ( $m$  az *elhajlás rendje*).

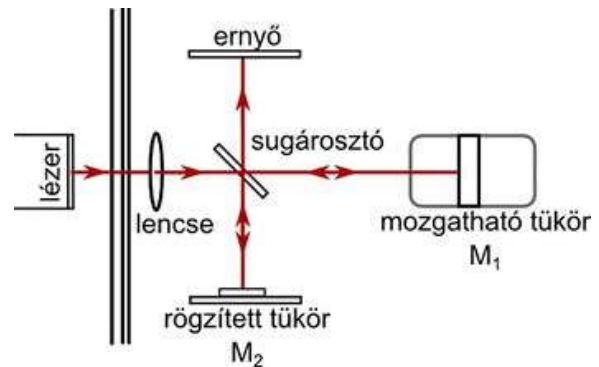
(12) alapján maximális erősítést azoknál a  $\beta_m$  elhajlási szögeknél kapunk, melyekre az úthossz-különbség a hullámhossz egész számú többszöröse:

$$D \cdot (\sin \alpha - \sin \beta_m) = m \cdot \lambda . \quad (19)$$

## 1.4. A Michelson-féle interferométer

Először Th. Young hozott létre interferenciaképeket 1803-ban úgy, hogy keskeny fénynyalábot irányított két szorosan egymás mellett elrendezett résre. Young kísérlete fontos bizonyítéka volt a fény hullámtermészetének. 1881-ben A. A. Michelson hasonló elven működő interferométert épített. (Michelson eredetileg az éternek, az elektromágneses sugárzások, így a fény terjedését is biztosító feltételezett közegnek a kimutatására szerkesztette meg interferométerét. Részben az ő erőfeszítéseinek is köszönhetően az éter feltételezését ma nem tekintjük életképes hipotézisnek.) A Michelson-féle interferométer széleskörűen elterjedt a fény hullámhosszának mérésére, illetve ismert hullámhosszú fényforrás alkalmazásával rendkívül kis távolságok mérésére, és optikai közegek vizsgálatára.

Az 5. ábrán a Michelson-féle interferométer vázlata látható. A lézer sugárnyalábjába sugárosztóra (beam splitter) esik, amely a beeső fény 50%-át visszaveri, 50%-át átengedi. A beeső fény így két nyalábra oszlik. Az egyik a (tengelye mentén előre-hátra) mozgatható tükörre ( $M_1$ ) esik, a másik az álló tükörrre ( $M_2$ ) verődik. Mindkét tükör a sugárosztóra veri vissza a fényt. A mozgatható tükörről visszavert fény egyik fele most a megfigyelő ernyőre (viewing screen) esik be, és az álló tükörről visszaverődő fény fele a sugárosztón áthaladva szintén a megfigyelő ernyőre esik.



5. ábra. A Michelson-féle interferométer vázlata

Ily módon az eredeti sugárnyaláb először kettéosztódik, majd a keletkezett nyalábok egy része visszafelé egyesül egymással. Mivel a nyalábok ugyanabból a fényforrásból származnak, így koherensnek tekinthetők. Amikor lencsét helyezünk a lézer fényforrás és a sugárosztó közé, a fénynyaláb kitégűl és a megfigyelő ernyőn sötét és világos gyűrűkből álló kép jelenik meg (6. ábra).

Mivel a két interferáló nyaláb ugyanabból a forrásból származik, fázisuk eredetileg azonos volt. Relatív fázisuk, amikor a megfigyelő ernyő bármely pontjában találkoznak, attól az optikai úthossztól függ, amelyet ezen pont eléréséig megtettek.

$M_1$  mozgatásával az egyik nyaláb úthossza változtatható. Mivel a nyaláb az  $M_1$  és a sugárosztó közötti utat kétszer teszi meg,

$M_1$ -et  $\frac{1}{4}$  hullámhossznyival közelítve a sugárosztóhoz, a nyaláb úthossza  $\frac{1}{2}$  hullámhossznyival csökken. Eközben megváltozik az interferenciakép. A maximumok sugara oly módon csökken, hogy a korábbi minimumok helyét foglalják el. Ha  $M_1$ -et tovább mozgatjuk  $\frac{1}{4}$  hullámhossznyival a sugárosztó felé, a maximumok sugara tovább csökken úgy, hogy a maximumok és a minimumok ismét helyet cserélnek, és az új elrendezés megkülönböztethetetlen lesz az eredeti képtől.

Lassan mozgatva a tükröt egy meghatározott  $d_N$  távolságon és közben leszámolva  $N$ -et, vagyis annak számát, hányszor jutott a gyűrűkép az eredeti állapotába, meghatározható a fény hullámhossza:

$$\lambda \equiv \frac{2d_N}{N}, \quad (20)$$

illetve ha a fény hullámhossza ismert, akkor meghatározható a  $d_N$  távolság.



6. ábra. Michelson-féle interferométerrel létrehozott interferenciakép

## 2. Mérési feladatok

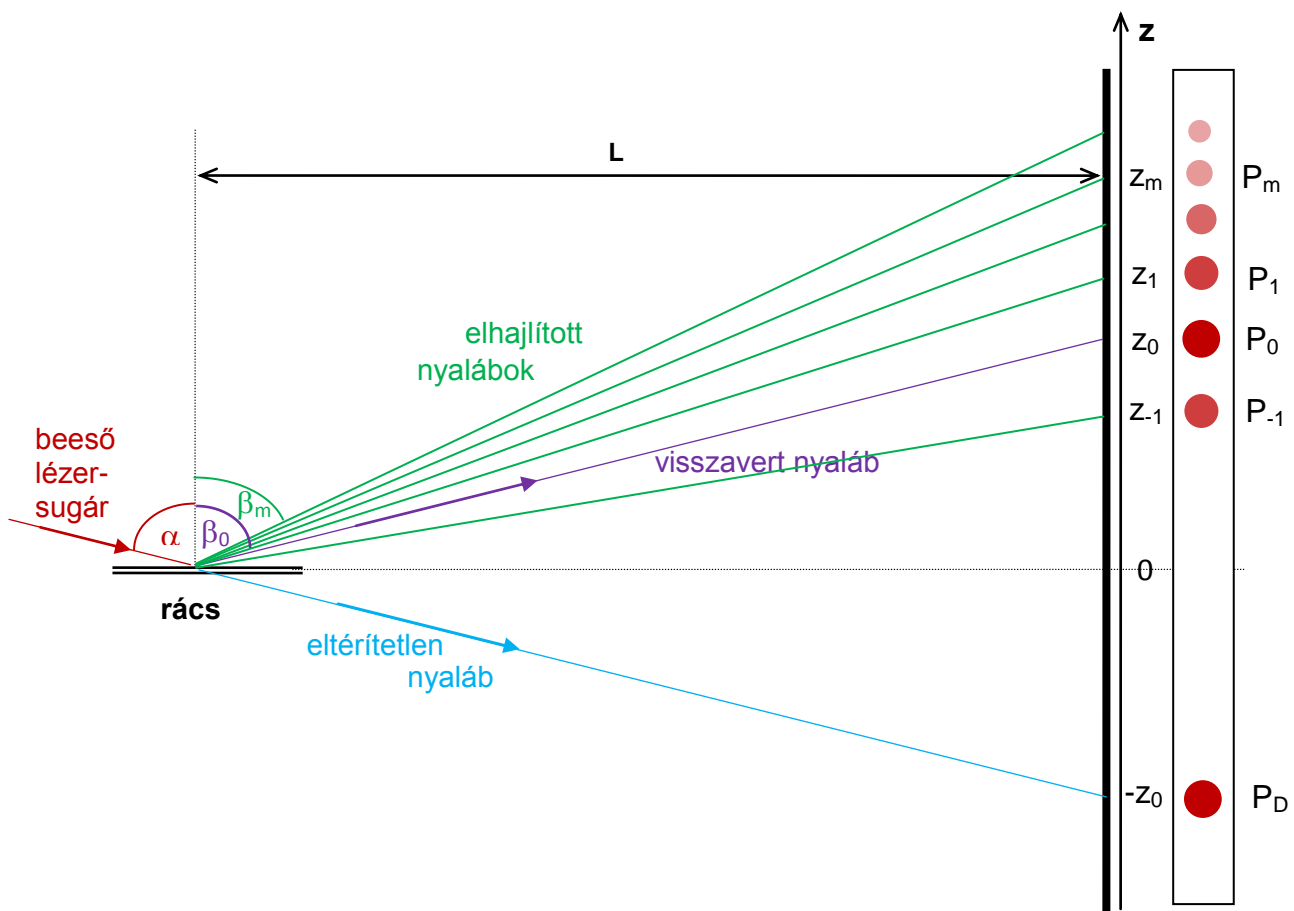
### 2.1.1. Lézer hullámhosszának meghatározása vonalzóval (mint reflexiós ráccsal)

Reflexiós rácsot lézerrel megvilágítunk. Ha a beesési szög elég nagy (súrló beesést hozunk létre), akkor az ernyőn egy sorozat fénypöttyöt kapunk, a különböző rendű rácsképeket, amelyből a rácsállandó ismeretében a lézer hullámhossza meghatározható.

Reflexiós rácsként fém vonalzót használunk.<sup>3</sup> A vonalzó az 1 ill. 0,5 mm-es skálájával tulajdonképpen egy 1 ill. 0,5 mm rácsállandójú reflexiós rács. A bekarcolt jelek mentén a fény elhajlik, a szomszédos beosztásokon elhajlott fénynyalábok interferálnak egymással.

#### Eszközök:

- optikai sín, lovasok
- pozícionálható lézerdióda
- vízszintes korong mint tartó
- fém vonalzó, bekarcolt 1 mm-es ill. 0,5 mm-es beosztással
- ernyő, milliméterpapír
- mérőszalag



7. ábra. Vázlat a lézer hullámhosszának meghatározásához (a távolságok és a szögek torzítva vannak az ábrázolás kedvéért)

<sup>3</sup> Az eredeti ötlet, hogy tolmérő felhasználható reflexiós rácsként, és tolmérővel ily módon nemcsak egy cső vagy valami munkadarab szélessége, hossza, hanem a fény hullámhossza is mérhető, annak ellenére, hogy a hullámhossz sokkal kisebb, mint a legfinomabb beosztás, a Trinity College Fizika Intézetéből (Dublin, Írország) származik.



### Feladat:

Tegyük az ernyőt az optikai sín végére egy magas lovasba, a sín másik végére pedig tegyük fel a lézert. Tegyük a korongot egy magas lovasba és rögzítsük a lovaszt a lézertől kb. 25 cm-re. A lézert állítsuk be úgy, hogy a lézersugár a korongon egy kb. 5 cm hosszú fényfoltot hozzon létre. Szükség esetén mozdítsuk odébb a korongot, vagy emeljük feljebb a lézert a tartóban.

Ezután helyezzük a reflexiós rácsként használt fém vonalzót a korongon lévő fényfoltba, úgy, hogy a lézersugár egésze a 0,5 mm-es skálára essen. Akkor jó a beállítás, ha a legfényesebb pötty (az egyszerű visszavert sugár) alatt legfeljebb egy pötty, fölötte viszont legalább 8 pötty látható az ernyőn.

Vegyük ki a korongot a lovasból, és ellenőrizzük, hogy az eltérítetlen lézersugár az ernyőre esik. Ha alatta van, akkor helyezzük át az ernyőt egy alacsony lovasba. Tegyük vissza a korongot és a fém vonalzót, majd ragasszunk egy milliméterpapír-csíkot az ernyőre, úgy, hogy minden jelölendő pont rajta legyen.

Jelöljük meg a pöttyök helyét ( $\mathbf{P}_0, \mathbf{P}_1, \dots, \mathbf{P}_m$ ) a milliméterpapíron, mérjük meg a mérőszalaggal a vonalzón látható fényfolt közepének távolságát az ernyőtől ( $L$ ), és (a korongot levéve) jelöljük meg az eltérítetlen lézersugár (direkt nyaláb) foltját ( $\mathbf{P}_D$ ) is.

### Kiértékelés:

A 7. ábrán látjuk a kiértékeléshez szükséges mennyiségeket.

A  $\mathbf{P}_D$  pont az eltérítetlen sugár által létrehozott fényfolt középpontja, a  $\mathbf{P}_0$  pont pedig a legfényesebb fényfolt középpontja, amit a nulladrendben elhajlított (azaz egyszerűen visszavert) fénynyaláb hoz létre. A  $\overline{\mathbf{P}_D\mathbf{P}_0}$  szakasz felezőpontja a  $z$  tengely origója, ettől mérjük az egyes fényfoltok közepének  $z_m$  koordinátáját.

A vonalzón lévő fényfolt távolsága az ernyőtől  $L$ . Ezekből kifejezhető  $\sin\beta_m$ :

$$\sin\beta_m = \frac{L}{\sqrt{L^2 + z_m^2}} \quad (21)$$

Másrészt (19)-ből kifejezve  $\sin\beta_m$ -et

$$\sin\beta_m = -\frac{\lambda}{D} \cdot m + \sin\alpha \quad (22)$$

látható, hogy ez egy egyenes  $m$  függvényében, melynek meredeksége  $-\lambda/D$ .

$\lambda$  tehát meghatározható a  $\sin\beta_m - m$  diagram pontjaira illesztett egyenes meredekségéből.

$D$ , a rácsállandó esetünkben 0,5 mm.

### A jegyzőkönyvben beadandó:

Készítsünk táblázatot, melyben feltüntetjük  $m$ -et,  $z_m$ -et, valamint  $\sin\beta_m$  értékét 6 értékes jegy pontossággal kiszámítva!

Ábrázoljuk  $\sin\beta_m$ -et az elhajlás rendjének,  $m$ -nek a függvényében!

Számoljuk ki az egyenes meredekségét és tengelymetszetét a legkisebb négyzetek módszerével meghatározva, és az egyenes meredekségének szórását!

Számoljuk ki a lézerdióda hullámhosszát, és annak hibáját az egyenes meredekségének hibájából, a Gauss-féle hibaterjedési törvényt alkalmazva!

### **2.1.2. Transzmissziós rács rácsállandójának meghatározása**

Egy, a fény hullámhosszával összemérhető rácsállandójú transzmissziós rács alkalmas az elhajlás jelenségének megfigyelésére. A létrehozott elhajlási kép segítségével megmérhető a rácsállandó is.

### Eszközök:

- optikai sín, lovasok, diatartó, ernyő
- diakeretbe foglalt transzmissziós rács
- pozícionálható lézerdióda

### Feladat:

Az előző méréshez hasonlóan helyezzük el az optikai sínen a lézert és az ernyőt, majd közéjük a diatartóban a transzmissziós rácsot, és állítsuk elő az elhajlási képet. Mérjük meg a két legszélső, még jól látható erősítési hely távolságát az ernyőn. Mérjük meg a rács távolságát az ernyőtől, kivételesen nem az optikai sínnel párhuzamosan, hanem a fénysugár útja mentén, azaz a rácson látható fényfolt közepétől az ernyőn látható legfényesebb folt közepéig.

### Kiértékelés:

Számoljuk ki két szomszédos erősítési hely távolságát (azaz a két szélső hely mért távolságát osszuk el a látható erősítési helyek száma mínusz eggyel). Transzmissziós rács elhajlási képében két erősítési hely távolsága (17) alapján

$$\Delta z = \frac{\lambda \cdot L}{D},$$

így az erősítési helyek távolságából a rácsállandó kiszámolható.

### A jegyzőkönyvben beadandó:

Az erősítési helyek távolsága, és a rácsállandó értéke.

### **2.1.3. Hajszál vastagságának mérése**

A hajszál vastagsága összemérhető a fény hullámhosszával, így alkalmas méretű akadály arra, hogy megfigyeljük rajta az elhajlás jelenségét. A hajszál szélein elhajló fénynyalábok által létrehozott elhajlási képből meghatározható a hajszál vastagsága is.

A hajszál által létrehozott elhajlási kép esetén nem a fényfoltok közepét lehet jól megfigyelni, hanem a kioltási helyeket. Ráadásul a szomszédos erősítési helyek távolsága ebben az esetben nem állandó, a kioltási helyek távolsága viszont igen.

### Eszközök:

- optikai sín, lovasok, diatartó, ernyő
- pozícionálható lézerdióda
- hajszál diakeretben
- mérőszalag
- réssel ellátott kartonpapír

### Feladat:

Az előző mérési elrendezésben tegyük a transzmissziós rács helyére a diatartóba erősített (számozott, vagy akár a saját) hajszálat. A szórt lézert fény csökkentése érdekében tegyük a mintatartó lézer felőli oldalára a réssel ellátott kartonpapírt. A kartonpapírt és a hajszálat addig tologassuk oldalirányban, amíg a lézernyaláb közepe átmegy a résen, és a hajszál ennek útjába kerül. Figyeljük meg, hogy a mintázat közepén (a nulladrendnél) nem kioltási hely van, hanem erősítés!

Jelöljük meg a kioltási helyek pozícióját az ernyőre ragasztott papíron! A nulladrend mindkét oldalán legfeljebb 5-5 kioltási helyet vizsgáljunk.

Jegyezzük fel a hajszál távolságát az ernyőtől (L)! (Ha a lézerdiódát és a diatartót nem mozgattuk az előző mérés óta, akkor a hajszál távolsága az ernyőtől megegyezik a transzmissziós rács és az ernyő előző feladatban megmért távolságával; ha a lézerdiódát vagy a diatartót elmozdítottuk, akkor mérjük meg a hajszál távolságát az ernyőtől.)

### Kiértékelés:

(17) alapján két szomszédos kioltási hely távolsága

$$\Delta z = \lambda L / D,$$

mivel azonban középen nincs kioltás, így a nulladrend melletti két kioltási hely távolsága kétszer akkora ( $2 \cdot \Delta z$ ).

$\Delta x$  értékéből kiszámolható a hajszál vastagsága. ( $\lambda$  értékét a **2.1.1.** feladatban meghatároztuk.)

#### A jegyzőkönyvben beadandó:

A papíron megjelölt kioltási helyekből állapítsuk meg  $\Delta x$ -et, és számoljuk ki a hajszál vastagságát! Vessük össze a most kiszámolt értéket az Optika I. mérésnél kiszámolt értékkel!

## **2.2. Michelson-féle interferométer**

**Demonstráció:** a Michelson-féle interferométer összeállítása és beszabályozása

- Szereljük a lézertartót, a sugárostót és a tükröket az interferométer alapra! Jelen esetben az egyik tükör álló, de a dőlésszöge állítható; a másik tükör a vízszintesen befogott kerámiacső végére van rögzítve.
- Helyezzük el a sugárostót a lézernyalábbal  $45^\circ$ -os szöget bezáróan a jelzések közé, úgy, hogy a visszavert nyaláb az  $M_2$  tükör közepére essék.

Ekkor két fényes pontsorozatot kell látnunk a megfigyelő ernyőn. Az egyik pontsorozat az egyik tükrőről, a másik a másik tükrőről jön létre; mindkét pontsorozat egy fényes pontot és két vagy több kevésbé fényes pontot tartalmaz (a többszörös visszaverődés miatt).

- Állítsuk a sugárostó szögét addig, amíg a két pontsorozat a lehető legközelebb kerül egymáshoz, majd rögzítsük a sugárostó helyzetét!
- A tükrök hátoldalán lévő csavarokkal állítsuk be azok hajlásszögét úgy, hogy a két pontsorozat a megfigyelő ernyőn egybeessék!
- Helyezzünk egy (18 mm fókusztávolságú) lencsét a lézer és a sugárostó közötti nyaládba, és állítsuk be úgy, hogy a széttartó nyaláb a sugárostóra koncentrálódjék!

Ekkor koncentrikus gyűrűknek kell megjeleníteniük a megfigyelő ernyőn. Ha nem így volna, állítsunk a tükrök dőlésszögén, amíg a gyűrűk meg nem jelennek.

### **2.2.1. Közös mérési feladat: kerámiacső lineáris hőtágulási együtthatójának meghatározása**

A kerámiacső feszültség ráadásával fűthető. A hosszának változását a Michelson-féle interferométer segítségével határozzuk meg, a hőmérsékletét pedig egy benne elhelyezett Pt ellenálláshőmérővel tudjuk mérni.

A Pt ellenálláshőmérő ellenállása  $R(T) = R_0 (1 + \alpha_{Pt} \cdot (T - T_0))$ ,  
 névleges ellenállása  $T_0 = 0^\circ\text{C}$ -on  $R_0 = 1000 \Omega$ ,  
 hőmérsékleti koefficiense  $\alpha_{Pt} = 3,92 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ .

#### Feladat:

- Olvassuk le az ellenállásmérő műszerről az ellenállást.
- Számoljuk ki ezek alapján, hány  $\Omega$ -ot kell mutasson az ellenállásmérő műszer, ha  $25^\circ\text{C}$ -kal akarjuk emelni a kerámiacső hőmérsékletét.
- Jelöljünk meg az ernyőn egy kioltási pontot a belső gyűrűk egyikén.
- Kezdjük el fűteni a kerámiacsövet. A koncentrikus gyűrűk sugara most folyamatosan változik, az ernyőn kijelölt pontban hol erősítés, hol kioltás lesz (az adott pont hol világos, hol sötét lesz).
- Figyeljük, mikor érjük el a  $25^\circ\text{C}$ -os hőmérsékletnövelésnek megfelelő ellenállásértéket, és közben számoljuk, hányszor lett újra sötét a megfigyelt pont (N).

Jegyezzük fel a kerámiacső  $\ell_0$  hosszát.

#### A jegyzőkönyvben beadandó:

- (20) alapján számoljuk ki, mennyivel változott meg a kerámiacső hossza! (A lézer hullámhossza  $\lambda = 650 \text{ nm}$ .)
- Számoljuk ki a kerámiacső lineáris hőtágulási együtthatóját!

A hőtágulást az  $\ell(T) = \ell_0 (1 + \alpha \cdot (T - T_0))$  képlet adja meg.

### 3. Kérdések, gyakorló feladatok

#### 3.1. Minimumkérdések:

- a fénysebesség értéke ( $c = 2,998 \cdot 10^8$  m/s);
- hogyan változik a fény sebessége, frekvenciája, hullámhossza más közegbe lépve;
- azonos periódusidejű harmonikus függvények összege, maximális erősítés ill. gyengítés feltétele;
- Huygens-elv;
- interferencia jelensége;
- a mérési feladatok leírása.

Igaz-e, hogy \*

- a  $0,5 \mu\text{m}$  hullámhosszú elektromágneses sugárzás a látható fény tartományába esik?
- az elsőrendű elhajlási képek távolsága arányos a hullámhosszal?
- ha az elektromágneses hullám más közegbe lép be, a hullámhossza változatlan marad?
- interferencia esetén az eredő amplitúdó akkor minimális, ha a fáziskülönbség  $2\pi$  egész számú többszöröse?

\* A válaszokhoz képletet vagy indoklást is kérünk!

#### 3.2. Gyakorló feladatok:

**3.2.1.** Üvegbe levegőből érkező  $760 \text{ nm}$  hullámhosszú fénysugár beesési szöge  $60^\circ$ , a törési szög  $30^\circ$ . Mekkora az üvegben a fény

- hullámhossza,
- terjedési sebessége és
- frekvenciája?

Adjuk meg a hullámszámvektor nagyságát is az üvegben!

*Megoldás:*

A beesési és törési szögből számolható az üveg törésmutatója:  $n = \sin 60^\circ / \sin 30^\circ = 1,732$ .

Az üvegbeli hullámhossz:  $\lambda = \lambda_0 / n$ , ahol  $\lambda_0 = 760 \text{ nm}$  a vákuumbeli hullámhossz, tehát  $\lambda = 439 \text{ nm}$ .

A terjedési sebesség az üvegben  $v = c / n = 3 \cdot 10^8 / 1,732 = 1,732 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ .

A frekvencia  $\nu = c / \lambda_0 = v / \lambda = 3,95 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ .

A  $\mathbf{k}$  vektor nagysága  $k = 2\pi / \lambda = 2\pi / (439 \cdot 10^{-9}) = 1,43 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$  (iránya a terjedés iránya).

**3.2.2.** Transzmissziós rácsot merőlegesen beeső koherens fénynyalábbal világítunk meg, a hullámhossz  $633 \text{ nm}$  (He-Ne lézer). Az elsőrendű elhajlási képek távolsága  $(50 \pm 1) \text{ cm}$ , a rács és az ernyő távolsága  $(60 \pm 1) \text{ cm}$ . Számítsuk ki a rácsállandót és a rácsállandó hibáját!

*Megoldás:*

(15) szerint  $D \cdot \sin \alpha = \lambda$ , ahol  $\alpha$  az első rendben elhajlított sugár és a rácssík normálisa által bezárt szög,  $\lambda = 633 \text{ nm}$  a hullámhossz.  $\text{tg} \alpha = x/L$ , ahol  $L = (0,60 \pm 0,01) \text{ m}$ , és  $x$  az elsőrendű képpont távolsága a nulladrendű képponttól. A két elsőrendű kép távolsága  $2x = (0,50 \pm 0,01) \text{ m}$ , vagyis  $x = (0,25 \pm 0,005) \text{ m}$ .

Behelyettesítve

$$D = \frac{\lambda}{\sin(\arctg(x/L))} = \lambda \cdot \frac{\sqrt{x^2 + L^2}}{x} = 1,65 \mu\text{m}.$$

A rácsállandó hibája:  $\Delta L = 0,01 \text{ m}$ ,  $\Delta x = 0,005 \text{ m}$

$$\Delta D = \sqrt{\left(\frac{\partial D}{\partial L} \cdot \Delta L\right)^2 + \left(\frac{\partial D}{\partial x} \cdot \Delta x\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\lambda \cdot L}{x \sqrt{x^2 + L^2}} \cdot \Delta L\right)^2 + \left(-\frac{\lambda \cdot L^2}{x^2 \sqrt{x^2 + L^2}} \cdot \Delta x\right)^2} = 0,04 \mu\text{m}.$$