

MECHANIKA

M/1. Igaz-e, hogy ha párhuzamosan kötött rugókat meghúzzunk, akkor nagyobb erő ébred abban a rugóban, amelyiknek nagyobb a rugóállandója? Indokolja a választ! 3 pont

Igaz, mert a párhuzamosan kötött rugók megnyúlása megegyezik, és a rugóerő nagysága

$$F_r = k \cdot \Delta \ell \rightarrow \text{azonos } \Delta \ell \text{ esetén } F_r \sim k,$$

tehát nagyobb k rugóállandó esetén nagyobb a rugóban fellépő erő.

$$\Delta \ell = F_{r1}/k_1 = F_{r2}/k_2, \text{ ha } k_1 > k_2, \text{ akkor } F_{r1} > F_{r2}.$$

M/2. Igaz-e, hogy ha növelni szeretnénk egy másodpercinga (olyan síkinga, aminek a lengésideje 1 másodperc) fonálának hosszát, akkor a fonál hosszának növelésével egyre nagyobb tömeget kell a végére rögzíteni? Indokolja a választ! 3 pont

Nem igaz, mert a lengésidő

$$T = 2\pi\sqrt{l/g}$$

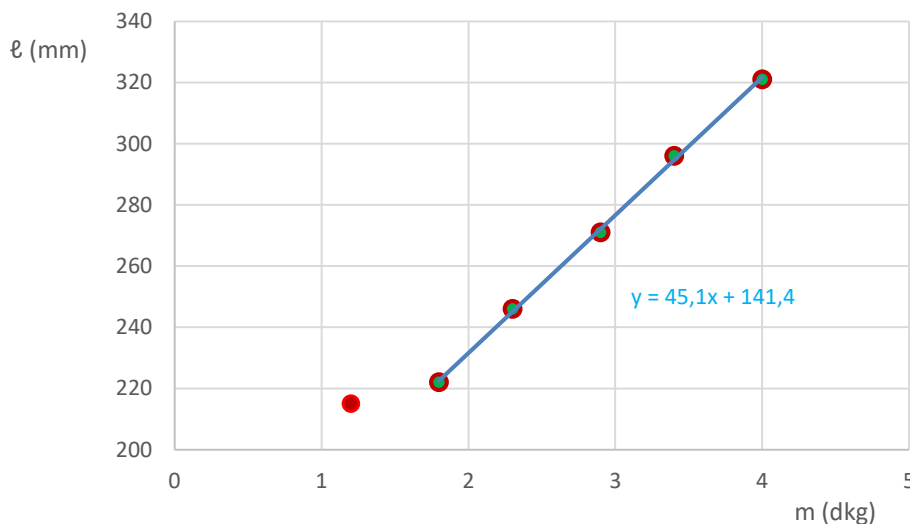
független a tömegtől.

Másrészt a fonál hosszának növelésével csak akkor maradhatna változatlan a periódusidő, ha a nehézségi gyorsulás értéke változna, tehát a Földön maradva ezt nem is lehetne megvalósítani.

M/3. Egy függőlegesen fellógatott rugó végére a táblázatban megadott tömegeket rögzítettük, és leolvastuk a rugó végének pozícióját:

m (dkg)	1,2	1,8	2,3	2,9	3,4	4,0
ℓ (mm)	215	222	246	271	296	321

a) Ábrázolja a mérési adatokat diagramon, húzza meg a mérési adatokra illeszkedő egyenest, és számolja ki az egyenes meredekségét! 5 pont



Az első pont nem illeszkedik az egyenesre.

A meredekség elég jól kiszámolható pl. a második és az utolsó pontból:

$$a = \Delta \ell / \Delta m = (321 - 222) \text{ mm} / (4,0 - 1,8) \text{ dkg} = 99 \text{ mm} / 2,2 \text{ dkg} = 45 \text{ mm/dkg},$$

ami SI alapegységekben

$$a = \Delta \ell / \Delta m = 0,099 \text{ m} / 0,022 \text{ kg} = 4,5 \text{ m/kg}.$$

b) Számoljuk ki a rugó rugóállandóját! $g = 10 \text{ m/s}^2$

2 pont

$$k = \Delta m \cdot g / \Delta \ell = (\Delta m / \Delta \ell) \cdot g = g / a = 10 \text{ m/s}^2 / 4,5 \text{ m/kg} = 10/4,5 \text{ kg/s}^2 \approx 2,22 \text{ N/m.}$$

c) A rugó végére 25 g tömeget rakunk, majd az egyensúlyi helyzethez képest 10 cm-t kihúzva elengedjük, és megmérjük 6 rezgés idejét: 4,0 s-ot mérünk. Mennyi a rugóállandó értéke ebből a mérésből számolva?

2 pont

$$m = 25 \text{ g} = 0,025 \text{ kg}$$

$$T = 4,0/6 = 0,6667 \text{ s}$$

$$T = 2\pi\sqrt{m/k} \rightarrow k = (2\pi/T)^2 m = (2\pi/0,6667)^2 \cdot 0,025 = 2,22 \text{ N/m.}$$

EGYENÁRAM

E/1. Igaz-e, hogy 3 db 120000 m Ω -os ellenállást párhuzamosan kötve az eredő ellenállásuk 0,04 k Ω ?

3 pont

$$R = 120000 \text{ m}\Omega = 120 \Omega;$$

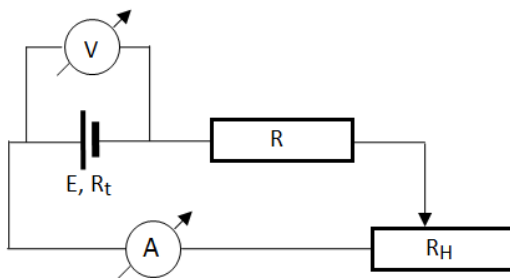
$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{3}{120} = \frac{1}{40} \rightarrow R_p = 40 \Omega = 0,04 \text{ k}\Omega; \text{ az állítás igaz.}$$

E/2. Igaz-e, hogy ha egy ideális voltmérőt párhuzamosan kötünk egy 100 Ω -os ellenállással, akkor az ellenálláson és a voltmérőn egyenlő nagyságú áram fog folyni? Indokolja a választ!

3 pont

Egy ideális voltmérő ellenállása végtelen, nem folyik rajta áram, nem igaz az állítás.

E/3. Az ábra szerinti áramkörben a telep elektromotoros ereje 36 V, a belső ellenállása $R_t = 120 \Omega$; az állandó ellenállás értéke $R = 180 \Omega$, a helipot összellenállása $R_H = 1 \text{ k}\Omega$, a műszerek ideálisak.



A helipotot a középső állásba állítva megmérjük ötször a körben folyó áram értékét:

44,7 mA 44,8 mA 45,2 mA 45,3 mA 45,0 mA

a) Adja meg a mért áram értékét 90%-os hibaintervallummal együtt!

4 pont

$$\bar{I} = 45,0 \text{ mA};$$

$$s_{\bar{I}} = \sqrt{\frac{(44,7-45,0)^2 + (44,8-45,0)^2 + (45,2-45,0)^2 + (45,3-45,0)^2 + (45,0-45,0)^2}{5 \cdot 4}} = 0,1140 \text{ mA};$$

$$\text{a táblázatból} = 2,132$$

$$\Delta I = t \cdot s_{\bar{I}} = 2,132 \cdot 0,1140 = 0,2431 \text{ mA},$$

$$\text{tehát } I = (45,00 \pm 0,24) \text{ mA.}$$

A Student-féle t paraméter értékei P konfidenciaszintnél és N mérésszámnál

N \ P	0,8	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995
4	1,638	2,353	3,182	4,176	5,841	7,453
5	1,533	2,132	2,776	3,495	4,604	5,598
6	1,476	2,015	2,571	3,163	4,032	4,773
7	1,440	1,943	2,447	2,969	3,707	4,317
8	1,415	1,895	2,365	2,841	3,499	4,029

b) Mekkora feszültséget mér a voltmérő a helipot ilyen állásánál?

2 pont

A voltmérő a telep kapocsfeszültségét méri, amit kiszámolhatunk kétféleképpen is:

1./ A kapocsfeszültség az a feszültség, amit a telepre kötött ellenállások összesen felvesznek, tehát az $R = 180 \Omega$ -os ellenálláson és a helipoton eső feszültségek összege. A helipot középre van állítva, az ellenállása $R_1 = R_H/2 = 1 \text{ k}\Omega / 2 = 0,5 \text{ k}\Omega = 500 \Omega$.

$$U_k = U_R + U_H = I (R + R_1) = 0,045 \text{ A} \cdot (180 + 500) \Omega = 30,6 \text{ V}.$$

2./ A telep által leadott feszültség kiszámolható az elektromotoros erejéből és belső ellenállásából.

A telep belső ellenállása $R_t = 120 \Omega$,

$$\text{tehát } U_k = E - I R_t = 36 \text{ V} - 0,045 \text{ A} \cdot 120 \Omega = 30,6 \text{ V}.$$

c) Mekkora a körben mérhető legnagyobb áram?

2 pont

Akkor folyik a legnagyobb áram a körben, ha a helipot nullára van állítva, ekkor a kör eredő ellenállása

$$R_e = R + R_t = 180 + 120 = 300 \Omega,$$

$$\rightarrow I_{\max} = E / (R + R_t) = 36 / 300 = 0,12 \text{ A} = 120 \text{ mA}.$$

d) Mekkora feszültség esik az ampermérőn?

1 pont

Ideális az ampermérő, tehát az ellenállása zérus, ezért nem esik rajta feszültség:

$$R_A = 0 \rightarrow U_A = I R_A = 0.$$

OPTIKA

O/1. Igaz-e, hogy a törési szög mindig nagyobb a beesési szögnél? Válaszát indokolja!

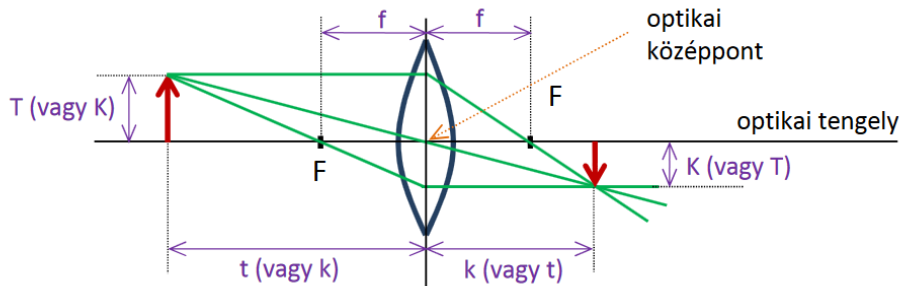
3 pont

Nem igaz. Attól függ, hogy sűrűbb közegből ritkább közegbe, vagy ritkább közegből sűrűbb közegbe megy a fénysugár. A Snellius-Descartes törvény szerint töréskor a beesési merőlegessel bezárt szög szinuszának és a közeg törésmutatójának szorzata állandó, vagyis kisebb törésmutatójú, optikailag ritkább közegben nagyobb a szög. Akkor lesz nagyobb a törési szög a beesési szögnél, ha a fénysugár sűrűbb közegből ritkább közegbe lép át.

O/2. Igaz-e, hogy a nagyítónak használt domború lencsével mindig nagyított kép keletkezik?
Indokolja a választát, lehetőleg egy vázlattal!

3 pont

Nem igaz, ld. például a mérésleíratban levő ábrát:

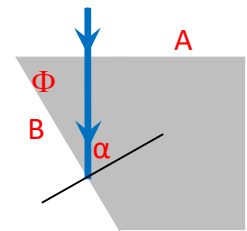


2. ábra: Példa domború lencse képalkotására

Ha a tárgy a kétszeres fókusz távolságon kívül van, akkor a kép kicsinyített lesz.
(Általános megközelítéssel is beláthatjuk, hogy mivel a fénysugár útja megfordítható, akkor ha kaphatunk nagyított képet, akkor a tárgy és a kép helyének megcserélésével kicsinyített képet kapunk.)

O/3. Ha az ábra szerint a prizma A lapjára merőlegesen érkezik a fény, akkor a B lapra éppen a teljes visszaverődés határszögével érkezik.

Mivel a fénysugár az A lapra merőlegesen érkezik és így törés nélkül halad tovább, ezért a B lapra érkező fény α beesési szöge éppen Φ -vel egyenlő (mivel merőleges szárú szögek); ez minden alkérdésnél igaz lesz.



a) Számolja ki a prizma anyagának törésmutatóját, ha a prizma törőszöge $\Phi = 39^\circ$!

Készítsen vázlatot is a sugármenetről!

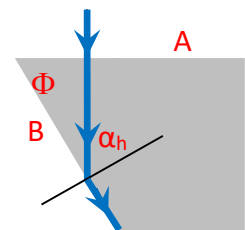
4 pont

Ebben az esetben a feladat szövege szerint a B élen a beesési szög éppen az α_h határszög: $\alpha_h = 39^\circ$. A törési szög most 90° , mivel nem lép ki a fénysugár a prizmából.

A Snellius-Descartes törvény:

$$n \cdot \sin \alpha_h = 1 \cdot \sin 90^\circ = 1$$

$$n = 1 / \sin \alpha_h = 1 / \sin 39^\circ = 1,589.$$



b) Mi történne, ha ugyanilyen anyagú prizmából $\Phi = 35^\circ$ törőszögű prizma érkezne ugyanígy (az A lapra merőlegesen) a fény? Készítsen vázlatot is a sugármenetről, és írja be a megjelölt szögek értékét!

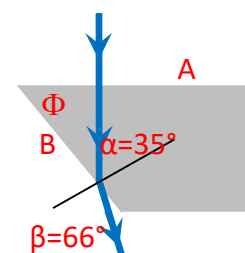
3 pont

$\alpha = 35^\circ$, tehát a B lapon a beesési szög most kisebb az α_h határszögnél

→ kilép a fénysugár β törési szöggel:

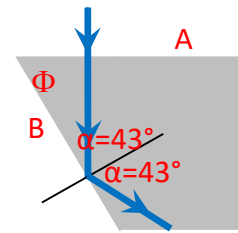
$$n \cdot \sin \alpha = 1 \cdot \sin \beta \quad \rightarrow \quad \sin \beta = 1,589 \cdot \sin 35^\circ = 0,9114$$

$$\rightarrow \quad \beta = 65,70^\circ.$$



c) Mi történne, ha ugyanilyen anyagú prizmából $\Phi = 43^\circ$ törőszögű prizma érne ugyanígy (az A lapra merőlegesen) a fény? Készítsen vázlatot is a sugármenetről, és írja be a megjelölt szögek értékét!

2 pont



$\alpha = 43^\circ$, tehát a B lapon a beesési szög most nagyobb az α_h határszögnél
 → visszaverődik a fénysugár a prizma belsejébe,
 a visszaverődés szöge megegyezik a beesési szöggel.

HŐMÉRSÉKLETMÉRÉS

H/1. Igaz-e, hogy ha egy hőmérőt jeges vízből meleg vízbe teszünk és annyi időt várunk, amennyi a hőmérő időállandója, akkor ennyi idő alatt a hőmérő Celsius fokban kifejezett hőmérséklete éppen az e-szeresére nő? Indokolja a választát! 3 pont

Nem igaz. Ennyi idő alatt a hőmérő és a meleg víz közötti hőmérsékletkülönbség csökken az e-edrészére. (Exponenciálisan nem a hőmérő hőmérséklete nő, hanem a különbség csökken.)

H/2. Egy 20°C -os ellenálláshőmérőt meleg vízbe teszünk. Az ellenállása 2 perc után $110\ \Omega$, 3 perc után $114\ \Omega$. Igaz-e, hogy 4 perc után $118\ \Omega$ lesz az ellenállása? 3 pont

Nem igaz. A hőmérsékletváltozási sebesség nem lineáris, hanem az elején gyorsabb, azután egyre lassabb. Az ellenállás a hőmérsékletnek lineáris függvénye, tehát 4 perc után az ellenállás kisebb lesz $118\ \Omega$ -nál.

H/3. Katinak $39,2^\circ\text{C}$ -os láza van. Meg akarja mérni a lázát egy higanyos hőmérővel. Kezdetben a hőmérő szobahőmérsékletű: $23,2^\circ\text{C}$ -os. A hőmérő időállandója $100\ \text{s}$.

a) Mennyit mutat a hőmérő a mérés kezdete után $50\ \text{s}$ -mal? 2 pont

$T_0 = 23,2^\circ\text{C}$; $T_K = 39,2^\circ\text{C}$; a kezdeti hőmérsékletkülönbség $\Delta T_0 = T_K - T_0 = 39,2 - 23,2 = 16,0^\circ\text{C}$;
 az időállandó $\tau = 100\ \text{s}$, tehát

$$\Delta T = \Delta T_0 \cdot e^{-t/\tau} : 39,2 - T(t) = 16,0 \cdot e^{-t/100} .$$

$$t_1 = 50\ \text{s} : 39,2 - T(50) = 16,0 \cdot e^{-50/100} \rightarrow T(50) = 29,5^\circ\text{C} .$$

b) Mennyit mutat a hőmérő a mérés kezdete után $100\ \text{s}$ -mal? 2 pont

$$t_1 = 100\ \text{s} : 39,2 - T(100) = 16,0 \cdot e^{-100/100} \rightarrow T(100) = 33,3^\circ\text{C} .$$

Ezt egyébként az időállandó definíciójából is kiszámolhatjuk, mivel a kérdéses idő éppen annyi, mint az időállandó, tehát a kezdeti $\Delta T_0 = 16,0^\circ\text{C}$ hőmérsékletkülönbség éppen az e-edrészére csökken, vagyis $\Delta T = 16,0/e = 5,9^\circ\text{C}$ lesz, a hőmérő hőmérséklete pedig $T(100) = T_K - \Delta T = 33,3^\circ\text{C}$.

c) Mikor mutatja a hőmérő pontosan Kati hőmérsékletét?

1 pont

Soha, csak exponenciálisan tart hozzá.

d) Ha a lázmérő skálája 0,1 °C pontossággal olvasható le, mikor éri el a hőmérő Kati hőmérsékletét a leolvasási pontossággal?

2 pont

$$\Delta T = 0,1 \text{ °C}: \quad 0,1 = 16,0 \cdot e^{-t/100} \quad \rightarrow \quad t = 507,5 \text{ s.}$$

e) Kati bevesz egy lázcsillapítót és egy óra múlva újra megméri a hőmérsékletét. Akkor 100 s után 32,0 °C-ot mutat a hőmérő. (A hőmérő most is 23,2 °C-ról indult.) Mennyi most Kati hőmérséklete?

2 pont

T_K ismeretlen, $T_0 = 23,2 \text{ °C}$; $\tau = 100 \text{ s}$.

$t = 100 \text{ s}$ -nál $T(100) = 32,0 \text{ °C}$:

$$T_K - 32,0 = (T_K - 23,2) \cdot e^{-100/100} = (T_K - 23,2)/e = 0,3679T_K - 8,535$$

$$T_K (1 - 0,3679) = 32,0 - 8,535 \quad \rightarrow \quad T_K = 37,1 \text{ °C} \quad (\text{már csak hőemelkedése van})$$