

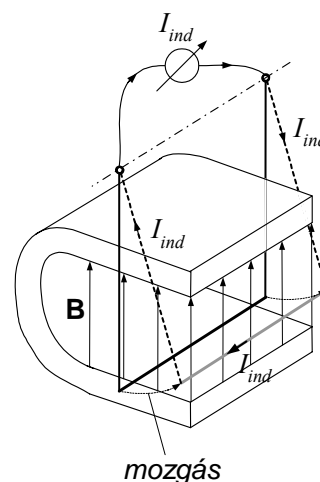
## Az elektromágneses indukció

Elektromágneses indukció néven azokat a jelenségeket szokás összefoglalni, amelyekben egy vezető hurokban mágneses erőtér jelenlétében, a szokásos telepek nélkül elektromos áram (elektromotoros erő) jön létre. A jelenségeket – létrejöttük körülményeinek megfelelően – két csoportra oszthatjuk: ha az elektromotoros erő mágneses erőtérben *mozgó* vezetőben keletkezik, akkor *mozgási indukcióról*-, ha pedig nyugvó vezetőben, változó mágneses erőtér hatására jön létre, akkor *nyugalmi indukcióról* beszélünk.

Az elektromágneses indukció mindkét esete egyszerű kísérletekkel bemutatható.

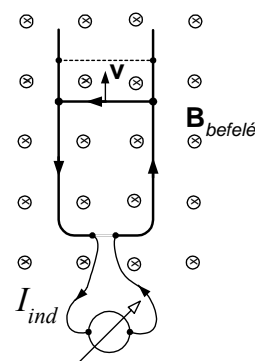
### KÍSÉRLET\_1:

- ◆ Áramkört állítunk össze, amelyben nincs telep csak egy érzékeny árammérő (galvanométer). Az áramkörnek van egy olyan U-alakú szakasza, ami szabadon lengeni tud (ábra). Az U-alakú vezető vízszintes részét egy patkó alakú mágnes két szára között helyezzük el, és kimozdítjuk az egyensúlyi állapotából (az U két szára eredetileg függőleges helyzetű). Ekkor az árammérő a vezető mozgásának ideje alatt áramot mutat. Ezt az ún. indukált áramot az ábrán  $I_{ind}$  szimbólummal jelöltük.
- ◆ Ha a kitérés irányát megfordítjuk, akkor az indukált áram ellenkező irányú lesz (a galvanométer ellenkező irányban tér ki).
- ◆ Az indukált áram nagysága függ a vezető kimozdításának sebességétől: a sebesség növelésekor  $I_{ind}$  növekszik.



### KÍSÉRLET\_2:

- ◆ Téglalap alakú áramkört állítunk össze, amelyben nincs telep csak egy érzékeny árammérő (galvanométer). Az áramkör-téglalap egyik oldala csúsztható a két merőleges oldal által képezett sínen (ábra). A vezető hurkot a síkjára merőleges mágneses erőtérbe (pl. egy patkómágnes rúdjai közé) helyezzük, majd a mozgatható oldalt gyorsan elmozdítjuk. Ekkor az áramkörben indukált áram ( $I_{ind}$ ) jön létre: az árammérő a vezető mozgásának ideje alatt áramot mutat.
- ◆ Ha a mozgás irányát megfordítjuk, akkor az indukált áram ellenkező irányú lesz (a galvanométer ellenkező irányban tér ki).
- ◆ Az indukált áram nagysága függ a vezető elmozdításának sebességétől: a sebesség növelésekor  $I_{ind}$  növekszik.



### KÍSÉRLET\_3:

- ◆ Hajlékony vezetőből készült hurokba bekötünk egy érzékeny árammérőt, és az áramhurokot a síkjára merőleges mágneses erőtérbe helyezzük. Ezután a hurok két átellenes pontját gyors mozdulattal széthúzva, a hurok által körülzárt felületet közel nullára csökkentjük. Ekkor az áramkörben indukált áram jön létre: az árammérő a vezető mozgásának ideje alatt áramot mutat.

#### **KÍSÉRLET\_4:**

- ◆ Sok menetet tartalmazó tekercshez érzékeny árammérőt kapcsolunk, majd a tekercset egy patkómágnes pólusai között forgatni kezdjük. Ekkor az árammérő a forgással azonos periódusú váltakozó irányú áramot jelez. Ez tulajdonképpen a váltóáramú generátor egyszerű modellje.

Ezek a kísérletek a mozgási indukció jelenségét mutatják be: mágneses erőterben mozgó vezetőben elektromotoros erő ébred, amely egy áramkörben indukált áramot hoz létre.

Indukált elektromos áram rögzített vezető hurokban is létrehozható, ha a vezető hurok környezetében változik a mágneses erőter. Ezt demonstrálják az alábbi kísérletek.

#### **KÍSÉRLET\_5:**

- ◆ Sok menetet tartalmazó tekercshez érzékeny árammérőt kapcsolunk, majd a tekercs közepén lévő hengeres üregbe erős mágnes egyik pólusát betoljuk. Az árammérő a mozgás ideje alatt áramot mutat, vagyis a mágnes mozgásával indukált áramot hoztunk létre.
- ◆ Ha a mágnesnek ugyanezt a pólusát kihúzzuk a tekercsből, akkor ellenkező irányú áram indukálódik.
- ◆ Itt is megfigyelhető, hogy az indukált áram nagysága a mágnes mozgásának sebességével nő.

#### **KÍSÉRLET\_6:**

- ◆ Sok menetet tartalmazó tekercshez érzékeny árammérőt kapcsolunk, majd a tekercs közepén lévő hengeres üregbe egy másik tekercset tolunk be, amelyet egy kapcsolón keresztül egy áramforráshoz kapcsolunk. Ezzel a tekercssel mágneses erőteret tudunk létrehozni a külső tekercs belsejében. Ha a belső tekercsben bekapcsoljuk az áramot, akkor a külső tekercshez kapcsolt árammérő rövid ideig áramot mutat, vagyis a mágneses erőter bekapcsolásával a külső tekercsben indukált áramot hoztunk létre.
- ◆ Ha a belső tekercsben az áram állandósul, akkor az indukált áram megszűnik. Ha most a belső tekercsben az áramot kikapcsoljuk, akkor a külső tekercsben ismét indukált áramlökés jön létre, amely ellentétes irányú, mint a bekapcsoláskor észlelt indukált áram.
- ◆ Itt azt figyelhetjük meg még meg, hogy az indukált áram annál nagyobb, minél nagyobb a kapcsoláskor létrejött áramváltozás.

Ezek a kísérletek azt mutatják, hogy ha egy vezető hurokban megváltozik a mágneses erőter, akkor abban indukált áram jön létre függetlenül attól, hogy a mágneses tér változását állandó mágnes mozgásával vagy elektromágnes áramának változtatásával értük el.

A kísérletekből az is látszik, hogy indukált áramot csak a mágneses erőter változása idején tapasztalunk, és az indukált áram annál nagyobb, minél gyorsabban változik a mágneses erőter.

Most megpróbáljuk a tapasztalt jelenségeket értelmezni, illetve az indukált áramot számszerűen jellemezni.

### **Mozgó vezető mágneses erőterben, a mozgási indukció**

Az indukált áram létrejötte egyszerűen értelmezhető mágneses erőterben mozgó vezetők esetén, ezért az elektromágneses indukció jelenségeinek tárgyalását a mozgási indukcióval kezdjük.

Ha elektromos töltés ( $q$ ) mágneses erőterben mozog, akkor arra erő hat, amely merőleges a mozgás sebességére ( $\mathbf{v}$ ) és a mágneses indukció-vektorra ( $\mathbf{B}$ ). Korábban megállapítottuk, hogy ezt az  $\mathbf{F}_m$  erőt – amelyet gyakran *Lorentz-erőnek* neveznek – az

$$\mathbf{F}_m = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

összefüggés adja meg. Ennek az erőnek a hatására a mozgó töltés eltérül eredeti mozgásirányától. Mivel az erő iránya pozitív- és negatív töltésekre ellentétes, a mágneses erőter a kétféle töltést egymással ellentétes irányban téríti el (baloldali ábra).



Ha egy vezetőt mágneses erőterben mozgatunk, akkor a benne lévő mozgásképes töltésekre is hat ez az erő, és az ellentétes előjelű töltéseket szétválasztja. A jobboldali ábrán ezt egy vezető rúd esetében mutatjuk be. A mágneses erőhatás következtében a vezető rúd átellenes oldalain ellentétes töltések halmozódnak fel, a vezetőben elektromos erőter keletkezik, és a rúd két vége között potenciálkülönbség jön létre. Az ábrán – pusztán a szemléltetés céljából – berajzoltunk néhány szaggatott elektromos térerősségvonalat.

A töltések felhalmozódása egészen addig folytatódik, amíg a létrejött elektromos erőter visszatérítő ereje (más szóval: a már felhalmozott töltések taszító hatása) egyenlő nem lesz a mágneses erőter által kifejtett erővel. Ekkor beáll az egyensúly, és kialakul a felhalmozódott egyensúlyi töltésmennyiségnek megfelelő egyensúlyi elektromos térerősség. Ennek az a feltétele, hogy a vezető adott pontjában lévő  $q$  töltésre ható  $\mathbf{F}_e = q\mathbf{E}$  elektromos erő és az  $\mathbf{F}_m = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  mágneses erő eredője nulla legyen:

$$\mathbf{F}_e + \mathbf{F}_m = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B} = 0.$$

Így a vezető adott helyén létrejött elektromos térerősség

$$\mathbf{E} = -\mathbf{v} \times \mathbf{B}.$$

Az ábrán látható egyszerű esetben a sebesség, a mágneses erőter és a mozgatott vezető rúd egymásra páronként merőlegesek, ezért az elektromos erőter párhuzamos a rúddal. Ekkor a vezető adott helyén létrejött elektromos térerősség nagysága:

$$E = vB,$$

irányát a mágneses erőre vagy a térerősségre vonatkozó vektori összefüggésből állapíthatjuk meg.

Ha még azt is feltételezzük, hogy a mágneses erőter homogén, vagyis a vezető minden pontjában ugyanaz, a rúddal párhuzamos, homogén elektromos térerősség jön létre, akkor könnyen kiszámíthatjuk a vezető végei között létrejött feszültséget (potenciálkülönbséget) is:

$$U = El = vBl,$$

ahol  $l$  a vezető rúd hossza.

Ezt a jelenséget, amelynek során a mozgó vezetőben elektromos feszültség lép fel, *mozgási indukciónak*, magát a feszültséget pedig *indukált feszültségnek* nevezik.

A rúdban kialakult elektrosztatikus feszültséget a mágneses erőter által kifejtett, nem elektrosztatikus jellegű „idegen erő” tartja fenn. Ez a töltésszétválasztó idegen hatás elektromotoros erőt hoz létre, amelyet az elektromos áramkörök tárgyalásánál egy fiktív elektromos térerősséggel jellemeztünk. Ezt a fiktív elektromos térerősséget „idegen térerősségnek” neveztük, és  $\mathbf{E}^*$ -gal jelöltük. Esetünkben ehelyett az  $\mathbf{E}_{ind}$  jelölést használjuk, mert az idegen térerősség oka a mozgási indukció. Mivel az egyensúly a két „térerősség” együttes fellépésének következménye, az *indukált térerősség*

$$\mathbf{E}_{ind} = -\mathbf{E} = \mathbf{v} \times \mathbf{B}.$$

A fenti ábra alapján könnyen kiszámíthatjuk az indukált térerősség által létrehozott  $\epsilon_{ind}$  indukált elektromotoros erőt. Ha a vezető negatív végétől a pozitívig haladunk, akkor

$$\epsilon_{ind} = \int_{-}^{+} \mathbf{E}_{ind} d\mathbf{r} = - \int_{-}^{+} \mathbf{E} d\mathbf{r} = U_{+} - U_{-}.$$

Ez azt jelenti, hogy *egyensúlyi helyzetben* az idegen hatás által keltett elektromotoros erő megegyezik a létrejött elektrosztatikus feszültséggel.

\*\*\*\*\*

Ha nem tételezzük fel, hogy a vezető sebessége, a mágneses erőter és a vezető rúd speciális helyzetű, akkor a tárgyalásnál a sebességvektor és a mágneses indukció vektor mellett a vezető rúd helyzetét is meg kell adnunk. Ennek érdekében vezettük be az ábrán látható  $\mathbf{u}_T$  egységvektort, amely a vezetővel párhuzamos.

Az egyensúlyi feltételét most is az

$$\mathbf{E} = -\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

összefüggés adja meg, de – amint az az ábrán is látható – a térerősség általában nem párhuzamos a vezető rúddal.

A rúd két vége közti potenciálkülönbséget az

$$U_{12} = - \int_1^2 \mathbf{E} d\mathbf{r} = \int_1^2 (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \mathbf{u}_T dr$$

kifejezés adja meg. Itt felhasználtuk, hogy  $\mathbf{u}_T \parallel d\mathbf{r}$ , ezért  $d\mathbf{r} = dr \mathbf{u}_T$ .

Ha a mágneses erőter homogén, a rúd- és a sebességének iránya is állandó, akkor

$$U_{12} = \int_1^l (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \mathbf{u}_T dr = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \mathbf{u}_T \int_1^l dr = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \mathbf{u}_T l,$$

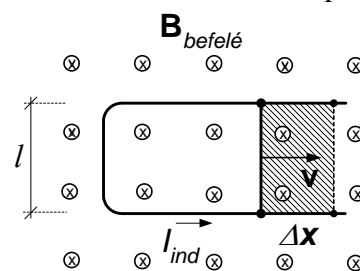
ahol  $l$  a vezető rúd hossza.

Ha a három irány (vezető, sebesség és mágneses erőter) egymásra merőleges, akkor  $(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \mathbf{u}_T = vB$ , és az általános tárgyalás speciális eseteként megkapjuk korábbi eredményünket:

$$U_{12} = vBl.$$

\*\*\*\*\*

A vezetőnek mágneses erőterben történő mozgásánál létrejött indukált feszültséget áram keltésére is felhasználhatjuk, az ábrán látható elrendezés segítségével. Párhuzamos vezető sín pár egyik végét vezetővel összekötjük, és a sín páron egy mozgatható vezető szakaszt fektetünk keresztbe. A sín párt a síkjára merőleges mágneses erőterbe tesszük (az erőteret jellemző  $\mathbf{B}$  mágneses indukció-vektor az ábrán a rajz síkjára merőlegesen befelé mutat), és a keresztbefektetett vezetődarabot mozgásba hozzuk. Ekkor a mozgó rúdban a töltésekre fellép a korábban már tárgyalt mágneses erő (Lorentz-erő) és az ellenkező előjelű töltések szétválnak. A mozgó rúd tehát olyan telepként működik, amelyben az „idegen” hatás a mágneses erőhatás, és az általa létrehozott elektromotoros erő az áramkörben az óramutató járásával ellentétes irányú indukált áramot ( $I_{ind}$ ) hoz létre.



Korábbi számításunkból tudjuk, hogy a rúdban létrejött indukált elektromotoros erő (illetve indukált feszültség) nagysága  $\epsilon_{ind} = Blv$ , a körben folyó áram pedig  $I = \frac{\epsilon_{ind}}{R} = \frac{Blv}{R}$ , ahol  $R$  a kör elektromos ellenállása.

Az indukált elektromotoros erő kifejezése egy kis átalakítással más alakba is átírható, ami a jelenség általánosabb leírására is lehetőséget ad. Az átalakításhoz használjuk fel, hogy  $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ , ahol

$\Delta x$  a rúd elmozdulása  $\Delta t$  idő alatt. Ezt beírva az indukált elektromotoros erő kifejezésébe, azt kapjuk, hogy

$$\varepsilon_{ind} = Blv = Bl \frac{\Delta x}{\Delta t} = B \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{\Delta(BA)}{\Delta t} = \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}.$$

Itt felhasználtuk, hogy  $\Delta A = l\Delta x$  az áramhurok területének megváltozása (a fenti ábrán a besatírozott rész), és állandó  $B$  mellett  $B\Delta A$  az áramhurok területére vett indukciófluxus megváltozása.

Az előjelek részletesebb vizsgálata azt mutatja, hogy a törvény előjelhelyes alakja:

$$\varepsilon_{ind} = -\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}.$$

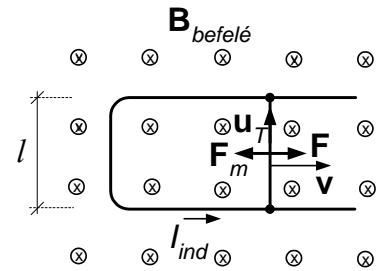
Vegyük észre, hogy az indukált elektromotoros erő itt a fluxus növekedésével van kapcsolatban, a keletkezett indukált áram mágneses erőtere viszont az eredeti erőterrel ellentétes irányú. Vagyis az indukált áram a hurokra vett fluxust csökkenti. Ezt a tapasztalatot általánosabban úgy fogalmazhatjuk meg, hogy az indukált feszültség mindig olyan, hogy az őt létrehozó hatást csökkenti igyekszik. Ez a *Lenz-törvény*, amivel később még találkozunk.

Ahhoz, hogy a körben áramot hozzunk létre, munkát kell végezni. A munkavégzés közvetlen oka pedig az, hogy a rúdban folyó indukált áramra a mágneses erőter

$$\mathbf{F}_m = I_{ind} l \mathbf{u}_T \times \mathbf{B}$$

erőt fejt ki (ábra), ahol  $\mathbf{u}_T$  az áram irányába mutató egységvektor. Ez az erő a rúd mozgásirányával ellentétes, ezért ahhoz, hogy a rudat egyenletes mozgásban tartsuk  $\mathbf{F} = -\mathbf{F}_m$  erőt kell kifejtenünk, vagyis munkát kell végeznünk.

Ez a jelenség szintén a Lenz-törvény megnyilvánulása: az indukált feszültség oka az, hogy a vezetőt mozgatjuk, ezért az indukált feszültség olyan áramot kelt, amire ható mágneses erőhatás fékezi a mozgást.



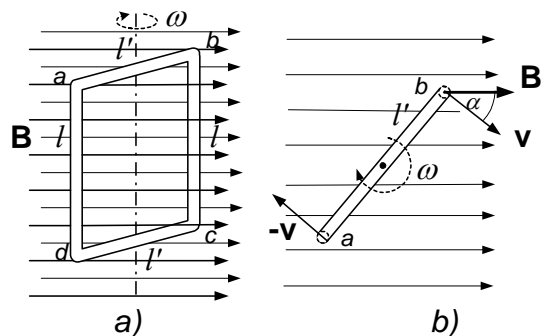
Láttuk, hogy a mozgási indukció segítségével a fenti módszerrel elektromotoros erőt lehet létrehozni, vagyis elvileg ezt a jelenséget feszültségforrásként lehet használni. Ez a módszer azonban praktikus nem nagyon használható, hiszen a feszültség fenntartásához igen hosszú sínre lenne szükség. Ezt a nehézséget úgy lehet kiküszöbölni, hogy egy vezető keretet forgatunk mágneses erőterben. Ekkor a keretben váltakozó irányú feszültség keletkezik, amely – megfelelő technikai megoldással – váltóáramú generátorként használható. A váltakozó feszültség létrejöttét, más szóval a generátor működési elvét, két módon is értelmezhetjük.

Az egyik értelmezés közvetlenül a Lorentz-erő töltésszétválasztó hatásán alapul, amellyel eddig is magyaráztuk a mozgási indukció jelenségét. Az *a)* ábrán a generátor egyszerű modellje látható: egy vezető keret (az egyszerűség kedvéért függőleges és vízszintes oldalakból álló, téglalap)  $\omega$  szögsebességgel forog a vízszintes irányú,  $\mathbf{B}$  mágneses indukciójú, homogén mágneses erőterben. A keletkező indukált feszültség kiszámításához ugyanezt a keretet a *b)* ábrán felülnézetben ábrázoltuk (felülről az  $l'$  hosszúságú, vízszintes,  $ab$  oldalt látjuk). A vezető keret egyes oldalain létrejött indukált elektromos térerősséget az

$$\mathbf{E}_{ind} = \mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

összefüggésből számíthatjuk ki.

Az  $l'$  hosszúságú, vízszintes szakaszokon ( $ab$  és  $cd$ ) ez az indukált térerősség merőleges a vezetőre, ezért az  $a$  és  $b$  pontok között, illetve a  $c$  és  $d$  pontok között nem lesz potenciálkülönbség. A mágneses indukcióra merőleges  $l$  hosszúságú szakaszokon ( $ad$  és  $bc$ ) a térerősség párhuzamos lesz a vezető szakaszokkal, ezért az  $a$  és  $d$  illetve a  $b$  és  $c$  pontok között lesz potenciálkülönbség. A fenti



képletből kiderül, hogy az  $ad$  szakaszon az indukált térerősség felfelé mutat, a  $bc$  szakaszon pedig lefelé. Emiatt a vezetőt körbejárva a két szakaszon fellépő potenciálkülönbség összeadódik. Ha a körbejárásnál a térerősséggel szemben haladunk, akkor a térerősség nagysága a keretnek az ábrán berajzolt helyzeténél

$$E_{ind} = vB \sin \alpha .$$

Így az elektromotoros erő nagysága az egyik függőleges szakaszon

$$\varepsilon_1 = El = vBl \sin \alpha ,$$

a két szakaszon, tehát a teljes keretben létrejött indukált elektromotoros erő pedig

$$\varepsilon_{ind} = 2\varepsilon_1 = 2vbl \sin \alpha .$$

Mivel a függőleges vezeték-szakaszok  $\omega$  szögsebességű körmozgást végeznek, a kerületi sebesség és a szögsebesség továbbá a szögelfordulás és szögsebesség összefüggését

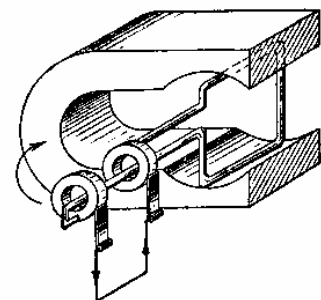
$$v = r\omega = \frac{l'}{2}\omega \quad \alpha = \omega t$$

felhasználva, az indukált feszültségre azt kapjuk, hogy

$$\varepsilon_{ind} = Bl'\omega \sin \omega t = BA\omega \sin \omega t ,$$

ahol  $A = ll'$  a keret felülete.

Látható, hogy a keretben időben szinuszosan változó feszültség jön létre. Ha a keretet megszakítjuk, és két kivezetését a keret tengelyére szerelt csúszó érintkezőkre visszük (ábra), akkor az indukált feszültség egy külső áramkörben váltóáramú generátorként hasznosítható.



Az indukált feszültség számításának másik módja az, hogy felhasználjuk az indukált feszültség és a fluxusváltozás között fennálló

$$\varepsilon_{ind} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

összefüggést.

Az ábrán látható helyzetben a keret felületére vonatkozó fluxus

$$\Phi_B = \int_A \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}_N dA = B \cos \alpha \int_A dA = BA \cos \alpha .$$

A változó  $\alpha$  szög időfüggését az  $\alpha = \omega t$  összefüggés adja meg, így a fluxus időbeli változása  $\Phi_B = BA \cos \omega t$ . Ezzel az indukált feszültség

$$\varepsilon_{ind} = \frac{d\Phi_B}{dt} = BA\omega \sin \omega t ,$$

ami megegyezik a Lorentz-erő felhasználásával kapott eredménnyel. Ez az eredmény megerősíti azt a feltevésünket, hogy az indukált elektromotoros erő a fluxusváltozással hozható kapcsolatba.

