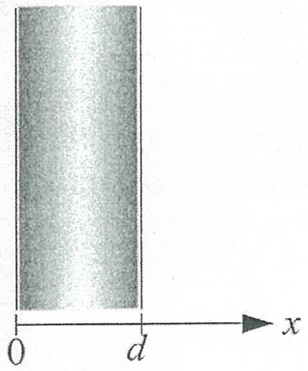
Kísérleti fizika 2. gyakorlat – 1. zh – 2014. 03. 20.

1. Egy síkkondenzátor fegyverzetei közötti teret inhomogén szigetelő anyaggal töltjük ki. A relatív permittivitás az $\varepsilon_r(x)=\dfrac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{3}\left(\frac{2x}{d}+\frac{1}{2}\right)\right)}$ függvénnyel írható le, ahol az x-koordináta tengely merőleges a kondenzátorlemezekre, a lemezek a 0 és d pozícióban helyezkednek el. A síkkondenzátort Q töltéssel töltjük fel. A fegyverzetek felülete legyen A.



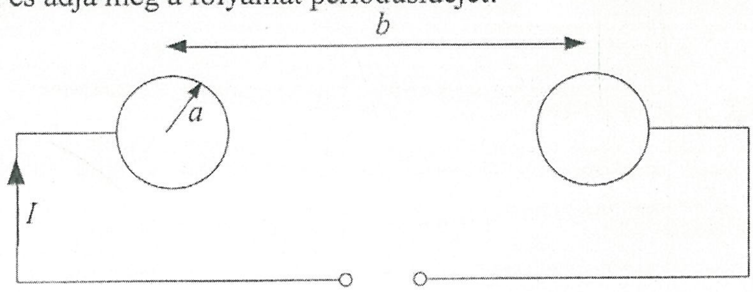
   a) Adja meg az elektromos térerősség és elektromos eltolás vektorok nagyságát és irányát az x-koordináta függvényében!
   b) Számolja ki a kondenzátor kapacitását!
   c) Mekkora a polarizációs töltések töltéssűrűsége a lemezek között?

2. Egy l hosszúságú hengerkondenzátor belsejét egy homogén ε_r relatív permittivitású anyaggal töltjük ki. A belső henger sugara legyen a, a külső hengeré pedig b ($l >> a, b$). Mekkora lesz az anyag kihúzása közben általunk végzett munka, ha
   a) a kondenzátor töltése Q = állandó?
   b) a kondenzátor feszültsége U = állandó?

3. Egy R sugarú szigetelő körgyűrűn a vonalmenti töltéssűrűség $\lambda(\varphi)=\lambda_0\sin(\varphi)$ szerint változik a középponti szög függvényében. Adja meg az elektromos térerősség vektor komponenseinek nagyságát a z-tengely mentén ($E_x(z)$, $E_y(z)$, $E_z(z)$), ha a körgyűrű az xy síkban fekszik és a $\varphi=0°$ egybeesik az x-tengellyel!

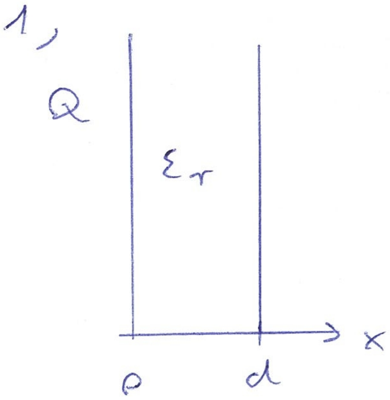
4. Két henger alakú, l hosszúságú vezetőt egymással párhuzamosan helyezünk el egy σ állandó vezetőképességű közegben. A hengerek sugara a, a középpontjaik távolsága b. Mekkora lesz a köztük lévő ellenállás? ($l>>b>>a$)

5. Két a sugarú fémgömböt egymástól $b>>a$ távolságra helyezünk el, köztük lévő anyag átütési szilárdsága E_{max}.
   a) Mekkora lesz az így kialakított kondenzátor kapacitása?
   b) Számolja ki azt a maximális feszültséget, amire feltöltve még éppen nem következik be az átütés!
   c) A gömböket I árammal töltjük. Egy bizonyos idő elteltével a térerősség eléri a kritikus értéket, és a kondenzátor kisül. Ekkor a gömöbkön lévő töltés ugrásszerűen 0-ra csökken, majd a feltöltődés újrakezdődik. Rajzolja fel az elektromos térerősség időfüggését, és adja meg a folyamat periódusidejét!



2014. 1. ZH

1)



$$\varepsilon_r = \frac{1}{\sin\left[\frac{\pi}{3}\left(\frac{2x}{d}+\frac{1}{2}\right)\right]}$$

$$D \text{ folyt} \quad ; \quad D = \frac{Q}{A} = \sigma$$

$$E = \frac{D}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \sin\left[\frac{\pi}{3}\left(\frac{2x}{d}+\frac{1}{2}\right)\right]$$

$$U = \int_0^d E\,dx = \int_0^d \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \sin\left[\frac{\pi}{3}\left(\frac{2x}{d}+\frac{1}{2}\right)\right] dx = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\left[\frac{-\cos\left[\frac{\pi}{3}\left(\frac{2x}{d}+\frac{1}{2}\right)\right]}{\frac{\pi}{3}\cdot\frac{2}{d}}\right]_0^d$$

$$\underline{\underline{U = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q\cdot d}{A}}}$$

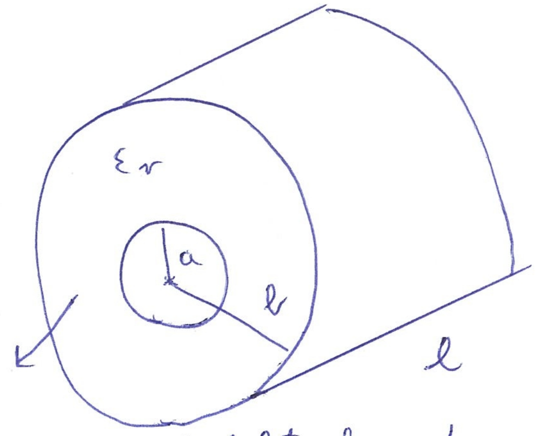
$$C = \frac{Q}{U} = \underline{\underline{\frac{2\pi A \varepsilon_0}{\sqrt{3}\cdot 3d}}}$$

$$\rho_p = -\nabla\cdot\underline{P} = -\nabla\cdot(\underline{D} - \varepsilon_0 \underline{E}) = -\nabla\cdot\left(\underline{D} - \underline{D}\cdot\frac{1}{\varepsilon_r}\right) = \nabla\cdot\left[\underline{D}\left(\frac{1}{\varepsilon_r}-1\right)\right]$$

$$\rho_p = \sigma \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{\varepsilon_r}-1\right) = \sigma\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{\varepsilon_r}\right) = \sigma\frac{d}{dx}\left\{\sin\left[\frac{\pi}{3}\left(\frac{2x}{d}+\frac{1}{2}\right)\right]\right\}$$

$$\underline{\underline{\rho_p = \frac{2\pi\sigma}{3d}\cos\left[\frac{\pi}{3}\left(\frac{2x}{d}+\frac{1}{2}\right)\right]}}$$

2,



a, $W = ?$

$Q = \text{áll.}$

b, $W = ?$

$U = \text{áll.}$

---

kihúzzuk a dielektrikumot

$$2\pi r L D = Q \qquad E_1 = \frac{D}{\varepsilon_r \varepsilon_0} = \frac{Q}{2\pi L r \varepsilon_0 \varepsilon_r}$$

$$D = \frac{Q}{2\pi L r} \qquad E_2 = \frac{D}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{2\pi L r \varepsilon_0}$$

$$U_1 = \frac{Q}{2\pi L \varepsilon_0 \varepsilon_r} \ln\frac{b}{a} \qquad U_2 = \frac{Q}{2\pi L \varepsilon_0} \ln\frac{b}{a}$$

$$C_1 = \frac{Q}{U_1} = \frac{2\pi L \varepsilon_0 \varepsilon_r}{\ln\frac{b}{a}} \qquad C_2 = \frac{Q}{U_2} = \frac{2\pi L \varepsilon_0}{\ln\frac{b}{a}}$$

---

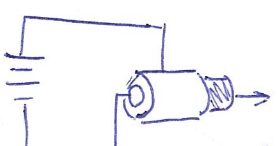
a, $\Delta W_{\text{kond.}} = \frac{Q^2}{2}\left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_1}\right) = \frac{Q^2}{2} \cdot \frac{\ln\frac{b}{a}}{2\pi L \varepsilon_0}\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r}\right) > 0$

$W_{\text{végzett}} = \Delta W_{\text{kond}} > 0$

b, $\Delta W_{\text{kond}} = \frac{U^2}{2}(C_2 - C_1) = \frac{U^2}{2} \cdot \frac{2\pi L \varepsilon_0}{\ln\frac{b}{a}}(1 - \varepsilon_r) < 0$

$\Delta W_{\text{telep}} = -\Delta W_{\text{kond.}}$

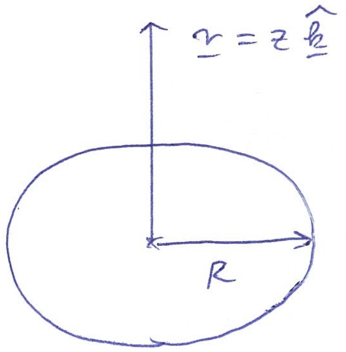
$W_{\text{végzett}} = \Delta W_{\text{telep}} > 0$



telepet töltjük

$U = \text{áll.}$

3,



$\lambda = \lambda_0 \sin\varphi$

$$\underline{r}' = \begin{pmatrix} R\cos\varphi \\ R\sin\varphi \end{pmatrix}$$

$$d\underline{r}' = \begin{pmatrix} -R\sin\varphi \\ R\cos\varphi \end{pmatrix} d\varphi$$

$$|d\underline{r}'| = R\,d\varphi$$

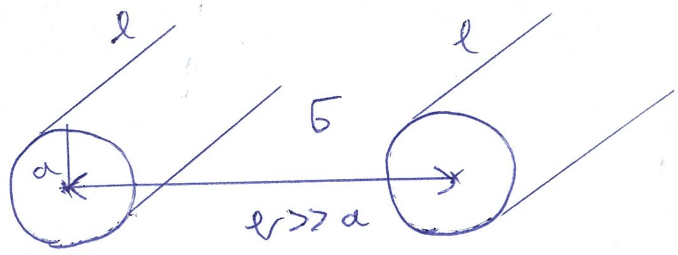
$$\underline{r} - \underline{r}' = \begin{pmatrix} -R\cos\varphi \\ -R\sin\varphi \\ -z \end{pmatrix} \; ; \; |\underline{r} - \underline{r}'| = \sqrt{R^2 + z^2}$$

$$\underline{E}(\underline{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_0^{2\pi} \frac{\lambda_0 \sin\varphi}{(R^2+z^2)^{3/2}} \begin{pmatrix} -R\cos\varphi \\ -R\sin\varphi \\ -z \end{pmatrix} R\,d\varphi =$$

$$= \frac{-1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\lambda_0 R^2}{(R^2+z^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi} \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\sin 2\varphi \\ \sin^2\varphi \\ z\sin\varphi \end{pmatrix} d\varphi =$$

$$= -\frac{\lambda_0 R^2}{4\varepsilon_0 (R^2+z^2)^{3/2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

4,

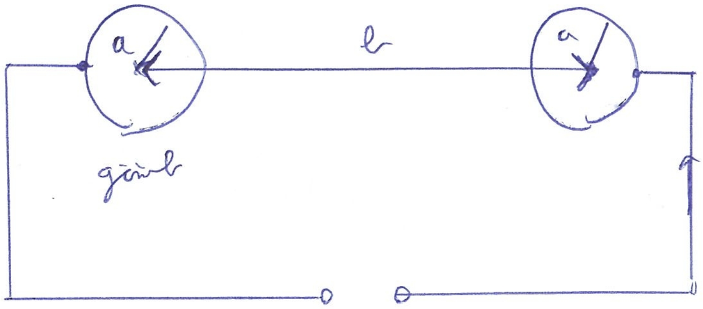


$$R = \oint \frac{ds}{A\sigma}$$

A ; ekvipotenciális felület

$$R = \int_a^{b-a} \frac{dr}{2\pi r l \sigma} - \int_{b-a}^{a} \frac{dr}{2\pi r l \sigma} = \int_a^{b-a} \frac{dr}{\pi l \sigma r} = \frac{1}{\pi l \sigma} \ln \frac{b-a}{a}$$

5,



$$U = \int_a^{b-a} \frac{Q\,dr}{4\pi\varepsilon_0 r^2} - \int_{b-a}^{a} \frac{Q\,dr}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \int_a^{b-a} \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b-a}\right)$$

a) $$C = \frac{Q}{U} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b-a}}$$

b) $$Q_{max} = 4\pi\varepsilon_0 a^2 E_{max}$$

$$U_{max} = 2a^2 E_{max}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b-a}\right)$$

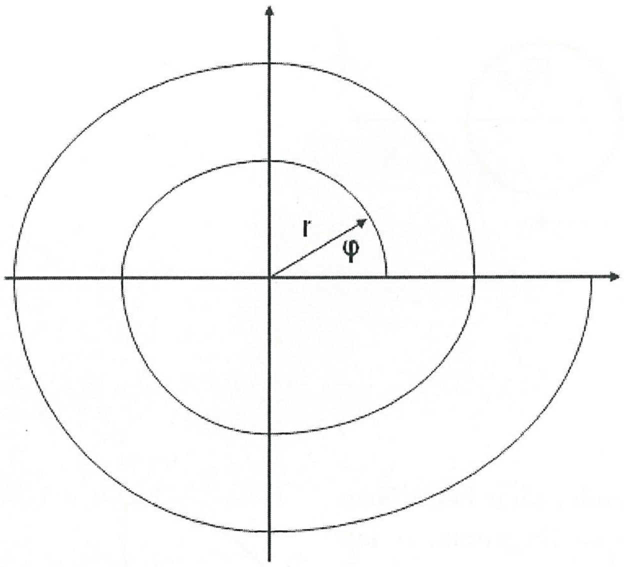
c) $$\left.\begin{aligned} I &= \text{áll.} \\ Q &= I \cdot t \end{aligned}\right\} \quad E = \frac{I \cdot t}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \Rightarrow E_{max} = \frac{I \cdot T}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$$

$$T = \frac{4\pi\varepsilon_0 a^2 E_{max}}{I} = \frac{Q_{max}}{I}$$

Kísérleti fizika gyakorlat
1. zárthelyi dolgozat (elektrosztatika)
2015. március 26.

1. Adott az ábrán látható végtelen spirál. A görbét az $r(\varphi) = r_0 \exp(\alpha\varphi)$ függvény írja le az $[r, \varphi]$ polárkoordináták szerint, ahol r_0 a görbe kezdőpontjának origótól mért távolsága, α pedig egy pozitív valós együttható.
A spirált inhomogén vonalmenti elektromos töltéssűrűséggel látjuk el. A töltéssűrűséget a $\lambda(\varphi) = \lambda_0 (\pi + \varphi)^{-2}$ összefüggés írja le a φ szögparaméter függvényében. Határozzuk meg az origóban a végtelen spirál által keltett U potenciált!

<u>SEGÍTSÉG:</u> Polárkoordinátákban felírt $r = r(\varphi)$ görbék $d\varphi$ kicsiny szög alatt látszódó dl ívhossza kiszámítható a $dl = d\varphi\sqrt{r^2 + \left(\frac{\partial r}{\partial \varphi}\right)^2}$ összefüggés segítségével.



2. Adott egy koncentrikus gömbkondenzátor, melynek belső fegyverzete R_1, külső fegyverzete pedig R_2 sugarú. A gömbök közötti teret inhomogén közeg tölti ki, melynek relatív dielektromos állandója az alábbi módon függ a gömb középpontjától mért r távolságtól: $\varepsilon_r = (r/R_1)^\alpha$ Ahol α egy rendszerre jellemző pozitív valós paraméter. A kondenzátort Q töltéssel töltjük fel.

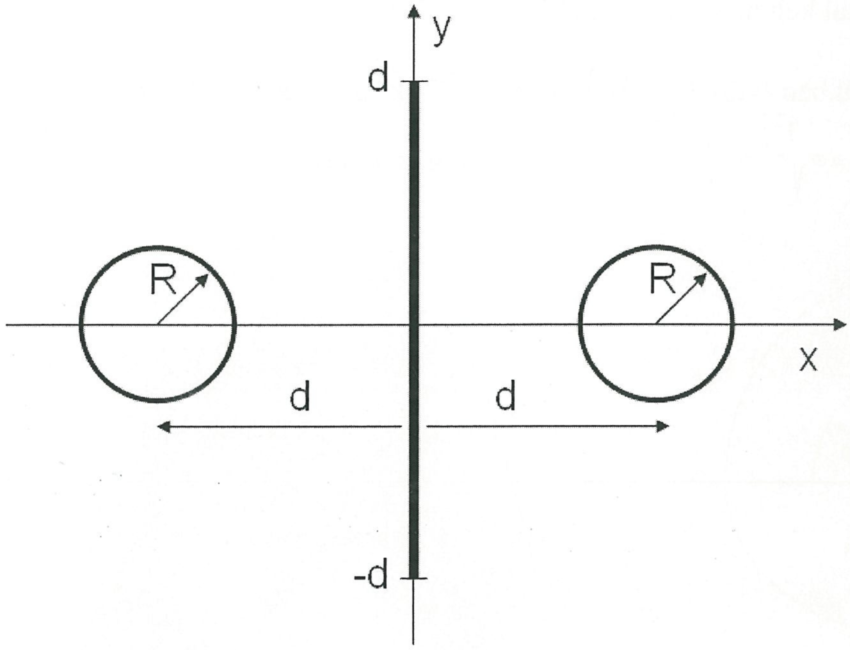
a) Határozzuk meg a fegyverzetek közti térrészben mérhető elektromos eltolásvektor nagyságát a gömb középpontjától mért távolság függvényében!
b) Határozzuk meg a fegyverzetek közti térrészben mérhető elektromos térerősség nagyságát a gömb középpontjától mért távolság függvényében!
c) Határozzuk meg a fegyverzetek közti potenciálkülönbséget!
d) Határozzuk meg a kondenzátor kapacitását!

3. Két l hosszúságú, R sugarú hengeres vezetőt párhuzamosan helyezünk el egymástól $2d$ távolságra. $(R << d << l)$ A vezetők körüli teret homogén σ vezetőképességű anyaggal töltjük ki. Az elrendezés $[x, y]$ síkban vett metszetét az ábra szemlélteti.

a) Mekkora a két rúd közt mérhető ellenállás értéke?

b) A rendszeren átfolyó áram hányad része folyik az $[y, z]$ sík $-d < y < d$ koordináták által határolt tartományán belül? (A tartományt az ábrán vastag fekete vonal jelöli.)

<u>SEGÍTSÉG:</u> $\int \frac{1}{y^2 + d^2} dy = \frac{1}{d} \arctan\left(\frac{y}{d}\right)$



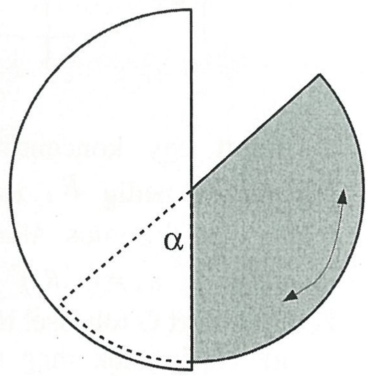
4. Az ábrán látható félkör alapterületű síkkondenzátor belsejében egy ε_r relatív permittivitású dielektrikum lapot forgatunk. A lap szintén félkör alapterületű, és a körök tengelyei megegyeznek. A kondenzátoron végig Q töltés van, a kondenzátor felülete A és a lemezek közötti távolság d.

a) Mekkora az elektromos térerősség a kondenzátor belsejében a középponti szög függvényében?

b) Mekkora a feszültség a kondenzátor lemezei között a középponti szög függvényében?

c) Mekkora a kondenzátor energiája a középponti szög függvényében?

A megoldás során a kondenzátor szórt terét hanyagoljuk el!



d

2015. 1. ZH.

1,

$$r(\varphi) = r_0 \exp(\alpha\varphi)$$

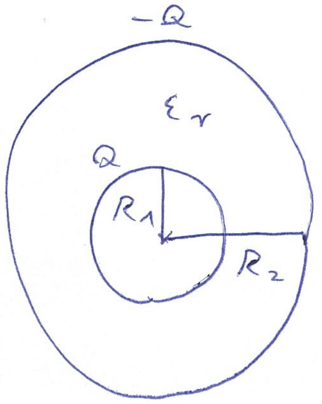
$$\lambda(\varphi) = \lambda_0 (\pi + \varphi)^{-2}$$

$$dl = d\varphi \sqrt{r^2 + \left(\frac{\partial r}{\partial \varphi}\right)^2} = r_0 e^{\alpha\varphi} \sqrt{1+\alpha^2}\, d\varphi$$

$$U(0) = \int_0^\infty \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\lambda(\varphi)\, dl}{r(\varphi)} = \frac{1 \cdot \lambda_0}{4\pi\varepsilon_0} \int_0^\infty \frac{(\pi+\varphi)^{-2} \cancel{r_0 e^{\alpha\varphi}} \sqrt{1+\alpha^2}\, d\varphi}{\cancel{r_0 e^{\alpha\varphi}}} =$$

$$= \frac{\sqrt{1+\alpha^2}\,\lambda_0}{4\pi\varepsilon_0} \left[-\frac{1}{\pi+\varphi} \right]_0^\infty = \underline{\underline{\frac{\sqrt{1+\alpha^2}\,\lambda_0}{4\pi^2\varepsilon_0}}}$$

2,



$$\varepsilon_r = \left(\frac{r}{R_1}\right)^\alpha$$

a, $4\pi r^2 D = Q$

$$D = \frac{Q}{4\pi r^2}$$

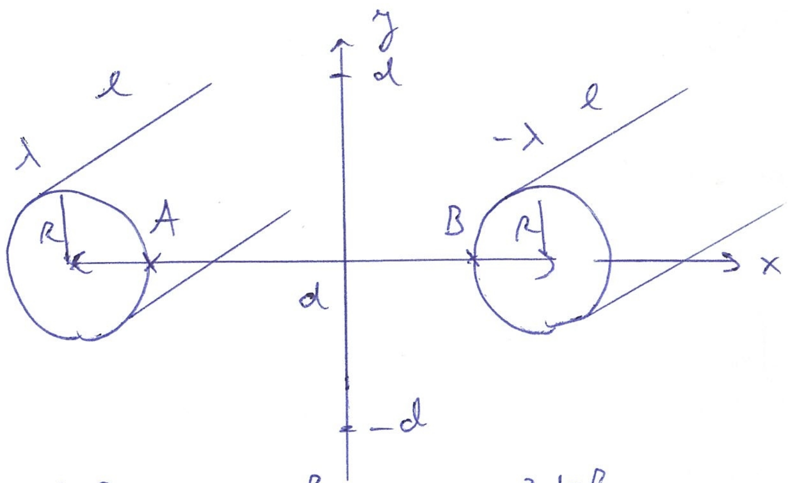
b, $$E = \frac{D}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} = \frac{Q R_1^\alpha}{4\pi\varepsilon_0 r^{\alpha+2}}$$

c, $$U = \int_{R_1}^{R_2} E\, dr = \frac{Q R_1^\alpha}{4\pi\varepsilon_0} \left[-\frac{1}{\alpha+1} \cdot \frac{1}{r^{\alpha+1}} \right]_{R_1}^{R_2} =$$

$$= \underline{\underline{\frac{Q R_1^\alpha}{4\pi\varepsilon_0(\alpha+1)} \left(\frac{1}{R_1^{\alpha+1}} - \frac{1}{R_2^{\alpha+1}} \right)}}$$

d, $$C = \frac{Q}{U} = \underline{\underline{\frac{4\pi\varepsilon_0(\alpha+1) R_1^{\alpha+1} R_2^{\alpha+1}}{R_1^\alpha (R_2^{\alpha+1} - R_1^{\alpha+1})}}}$$

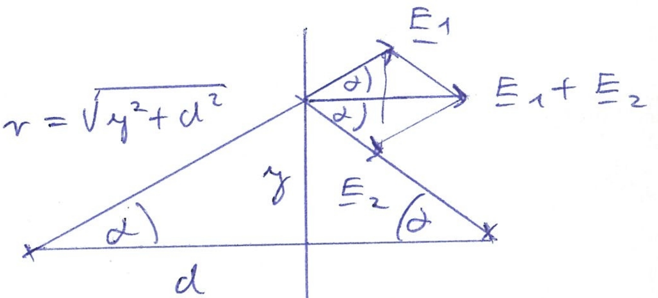
3,



$d \gg R$

$l \gg R, d$

$$U_{AB} = \int_R^{2d-R} \frac{\lambda\, dr}{2\pi\varepsilon_0 r} - \int_{2d-R}^{R} \frac{\lambda\, dr}{2\pi\varepsilon_0 r} = \int_R^{2d-R} \frac{\lambda\, dr}{\pi\varepsilon_0 r} = \underline{\underline{\frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0} \ln \frac{2d-R}{R}}}$$



$$|E_1| = \frac{\lambda}{2\pi r\varepsilon_0}$$

$$\cos\alpha = \frac{d}{r}$$

$$|E_1 + E_2| = 2|E_1|\cos\alpha = \frac{\lambda d}{\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \Rightarrow J_x = \frac{\sigma\lambda d}{\pi\varepsilon_0 (y^2+d^2)}$$

$$I = \int \vec{J}\, d\vec{S} = \int_0^{l}\int_{+y_1}^{+y_2} J_x\, dy\, dz = \frac{l\sigma\lambda d}{\pi\varepsilon_0} \int_{y_1}^{y_2} \frac{dy}{y^2+d^2}$$

$$I(y_1, y_2) = \frac{l\sigma\lambda}{\pi\varepsilon_0}\left(\operatorname{arctg}\frac{y_2}{d} - \operatorname{arctg}\frac{y_1}{d}\right)$$

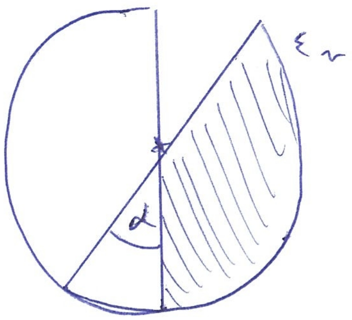
$$I(-d, d) = \frac{l\sigma\lambda}{\pi\varepsilon_0}\left(\frac{\pi}{4} - \left(-\frac{\pi}{4}\right)\right) = \frac{l\sigma\lambda}{2\varepsilon_0}$$

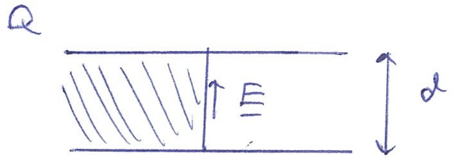
$$I(-\infty, \infty) = \frac{l\sigma\lambda}{\pi\varepsilon_0}\left(\frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2}\right)\right) = \frac{l\sigma\lambda}{\varepsilon_0}$$

$$R = \frac{U_{AB}}{I} = \frac{1}{\pi l \sigma} \ln \frac{2d-R}{R}$$

$$\frac{I(-d,d)}{I} = \frac{1}{2}$$

4)





E_t folyt. → E folyt

$$A_1 = \frac{\alpha}{\pi} A \quad ; \quad A_2 = \frac{\pi-\alpha}{\pi} A$$

$$D_1 = \varepsilon_0 \varepsilon_r E \quad ; \quad D_2 = \varepsilon_0 E$$

$$D_1 A_1 + D_2 A_2 = Q$$

$$A \varepsilon_0 E \left(\frac{\alpha \varepsilon_r}{\pi} + \frac{\pi-\alpha}{\pi} \right) = Q$$

a) $$E = \frac{Q\pi}{A\varepsilon_0 [\varepsilon_r \alpha + (\pi-\alpha)]}$$

b) $$U = E \cdot d$$

c) $$W = \frac{1}{2} Q \cdot U = \frac{1}{2} Q E d = \frac{Q^2 \pi d}{2A\varepsilon_0 [\varepsilon_r \alpha + (\pi-\alpha)]}$$

Kísérleti fizika 2. gyakorlat
1. zárthelyi dolgozat
(Elektrosztatika)
2017. március 24.

1. Egy elektromosan töltött R sugarú gömbben az inhomogén eloszlású töltéssűrűséget a $\rho(r)=\alpha r^2$ függvény adja meg, ahol r a gömb középpontjától mért távolság, α pedig egy konstans.

a) Vajon vezető, vagy szigetelő anyagból készült-e a gömb? (0,5) Mi α mértékegysége? (0,5)

b) Mennyi a gömb teljes töltése? (2)

c) Határozd meg az $E(r)$ elektromos térerősség nagyságát a gömb középpontjától mért r távolság függvényében a gömbön kívül! ($r>R$) (2)

d) Határozd meg a gömb felszínének potenciálját egy végtelen távoli ponthoz képest! (2)

e) Határozd meg az $E(r)$ elektromos térerősség nagyságát a gömb középpontjától mért r távolság függvényében a gömbön belül! ($r<R$) (3)

f) Határozd meg a gömb középpontja és felszíne közti potenciálkülönbséget! (2)

2.

a) Mekkora az elektromos térerősség nagysága egy R sugarú, homogén ω felületi töltéssűrűséggel ellátott korong tengelye mentén, a korong síkjától mért z távolságban? (6)

b) Adott egy végtelen síklap, mely homogén ω felületi töltéssűrűséggel van ellátva. A síklapból egy helyen kivágunk egy R sugarú korongot, így egy „lyukas, végtelen síkot” kapunk. Mekkora az elektromos térerősség nagysága a lyuk tengelye mentén, a síktól mért z távolságban? (4)

3. Adott egy síkkondenzátor, melynek fegyverzetei az yz síkkal párhuzamosak. Az egyik fegyverzet az $x=d$, a másik fegyverzet az $x=-d$ helyen metszi az x tengelyt. A fegyverzetek területe A. A kondenzátort inhomogén dielektrikum tölti ki, melynek relatív dielektromos állandója az alábbiak szerint változik az x helykoordináta függvényében: $\varepsilon(x)=\dfrac{1}{\cos\left(\dfrac{\pi x}{3d}\right)}$

a) A kondenzátort Q töltéssel látjuk el. Mekkora az elektromos eltolásvektor $D(x)$ nagysága a lemezek közti térben az x helykoordináta függvényében? (2)

b) Mekkora az elektromos tér $E(x)$ nagysága a lemezek közti térben az x helykoordináta függvényében? (2)

c) Mekkora a fegyverzetek közti potenciálkülönbség? (2)

d) Mekkora a kondenzátor kapacitása? (2)

4. Adott egy r_1 sugarú, ideális fém henger, melyet koaxiálisan egy r_2 sugarú, ideális fém hengerfelület vesz körül. A két vezetőfelület közti teret σ vezetőképességű anyag tölti ki.

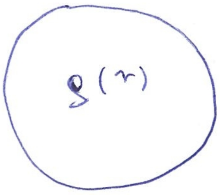
a) Mekkora a két hengerfelület közt mérhető R elektromos ellenállás értéke, a hengerpár hossza l? (6)

b) A két hengerpalástot, mint l hosszúságú vezetékpárt arra használjuk, hogy egy R_f ellenállású fogyasztót tápláljuk vele. Az egyik végén U feszültségű áramforrás pólusait kötjük a hengerpárra, a másik végére az R_f ellenállású fogyasztót kötjük. Határozzuk meg az így megvalósított energiaátvitel hatásfokát a hengerpár l hosszának függvényében! (4)

1. ZH.

2017. március 24.

1,



$$\rho(r) = \alpha r^2$$

$$[\alpha] = \frac{[\rho]}{[r^2]} = \frac{\frac{C}{m^3}}{m^2} = \frac{C}{m^5}$$

a, szigetelő

b, $Q = \int_0^R \alpha r^2 4\pi r^2 dr = 4\pi\alpha \frac{R^5}{5}$

c, $r > R$

$$\cancel{4\pi} r^2 E = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \cancel{4\pi}\alpha \frac{R^5}{5} \Rightarrow E_k = \frac{\alpha R^5}{5 r^2 \varepsilon_0}$$

d, $U = \int_R^\infty E_k dr = \frac{\alpha R^5}{5 R \varepsilon_0} = \frac{\alpha R^4}{5 \varepsilon_0}$

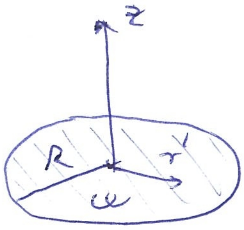
e, $r < R$

$$\cancel{4\pi r^2} E = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot \cancel{4\pi}\alpha \frac{r^{\cancel{5}\,3}}{5} \Rightarrow E_b = \frac{\alpha r^3}{5 \varepsilon_0}$$

f, $U_{0R} = \int_0^R E_b dr = \frac{\alpha}{5\varepsilon_0} \cdot \frac{R^4}{4} = \frac{\alpha R^4}{20 \varepsilon_0}$

2,

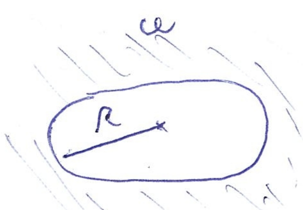
a,



$$E(z) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_0^R \frac{\omega 2\pi r dr \cdot z}{(r^2 + z^2)^{3/2}} = \frac{\omega}{2\varepsilon_0} \left[-\frac{z}{\sqrt{r^2 + z^2}} \right]_0^R =$$

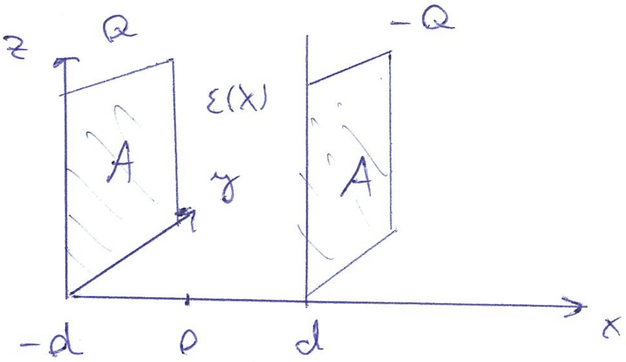
$$= \frac{\omega}{2\varepsilon_0} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right)$$

b,



$$E(z) = \frac{\omega}{2\varepsilon_0} \left[-\frac{z}{\sqrt{r^2 + z^2}} \right]_R^\infty = \frac{\omega}{2\varepsilon_0} \cdot \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}}$$

3,



$$\varepsilon(x) = \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi x}{3d}\right)}$$

a, $D = \dfrac{Q}{A}$

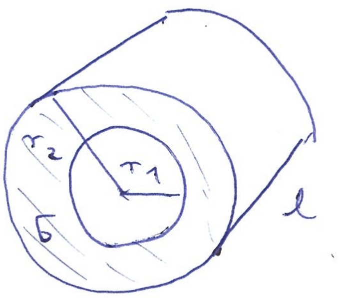
b, $E = \dfrac{D}{\varepsilon_0 \varepsilon} = \dfrac{Q}{\varepsilon_0 A} \cos\left(\dfrac{\pi x}{3d}\right)$

c, $$U = \int_{-d}^{d} E\,dx = \frac{Q}{\varepsilon_0 A}\left[\frac{\sin\left(\frac{\pi x}{3d}\right)}{\frac{\pi}{3d}}\right]_{-d}^{d} = \frac{3dQ}{\varepsilon_0 A \pi}\left(\underbrace{\sin\frac{\pi}{3}}_{\frac{\sqrt{3}}{2}} - \underbrace{\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)}_{-\frac{\sqrt{3}}{2}}\right)$$

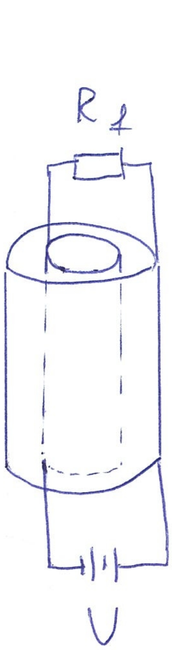
$$U = \frac{3\sqrt{3}\,Qd}{\pi \varepsilon_0 A}$$

d, $C = \dfrac{Q}{U} = \dfrac{\pi \varepsilon_0 A}{3\sqrt{3}\,d}$

4,



$$R = \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{\sigma 2\pi r l} = \frac{1}{2\pi l \sigma} \ln\frac{r_2}{r_1}$$



$$\left.\begin{aligned} P_{teljes} &= \frac{U^2}{R} + \frac{U^2}{R_f} \\ P_{hasznos} &= \frac{U^2}{R_f} \end{aligned}\right\} \quad \eta = \frac{P_{hasznos}}{P_{teljes}}$$

$$\eta = \frac{\frac{1}{R_f}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R_f}} = \frac{1}{1 + \frac{R_f}{R}} = \frac{1}{1 + \dfrac{2\pi l \sigma R_f}{\ln\frac{r_2}{r_1}}}$$