

félvezető: olyan anyag, melynek vezetőképessége nagyban

- függ - hőmérséklettől
 - adakéntől (dopálásból)
 - külső jell/áramtól (kapcsolás/gating)
 - közeli környezetben lévő félvezetőtől
 (diffúzió: PN-dióda
 transfer: GaAs-dióda)
 - fény (rezonancia)
 - mágnesesség (spintronika, mágneses félvezetők)

Félvezető anyagok

IV (főcsoport): Si, Ge, (Sn), C (grafén, kén-nanocsővek, gyémánt)

IV vegyületei: SiC

III - V -ös félvezetők: AlP, GaAs, InSb

II - VI félvez.: ZnS, ZnSe, ZnO, CuO, PbS₂, FeS₂

Alacsony dim. félvezetők

1D: kén-nanocsővek, nanodrótok: GaAs, InP

2D: grafén, ~~dic~~ dichalcogenidek: MoS₂, MoSe₂, WS₂

Molekuláris, réztes félvezetők

C₆₀ fullerén

Félvezetők korai története

Alapjelenségek:

1833, Faraday: AgS melegítve R csökken

1839, Becquerel: fotoelektrikus effektus

1873, Smith: fotovezetés Se-ben (R csökken fény hatására)

1874, Braun: egyenirányítás fém-szulfidokban

Schuster: CuO-ban egyenirányítás

1878, Hall: Hall-effektus

1900, Baedeker: CuI-ban Hall-effektus ellentétes előjellel $R_H = \frac{1}{n \cdot e}$

1910, Weiss: Halbleiter (= félvezető)

1928-38: félvezetők kvantumelmélete Bloch, Schottky, Mott

1940, Bardan: nem reprodukálható eredmények a tisztasággal függnek össze, 1 ppm (10^{-6}) nem elég!
Ma: 10^{-12} tisztaság

Eszközök

1880, Bell: hangátvitel fénnyel Se-vel

1883, ~~Fritts~~ & Fritts: Se + fém + vékony arany első napellen



1904, J. C. Bose: érzékeny rádiódetektor (cat's whiskers)
galena, PbSe + tűipontkontaktusdióda

1906, Round: első LED



1920, Höbben: CuO ~~elektro~~ + Se egyenirányító

1922, Losev: ZnO erősítő

1926, Lilienfeld: FET

1941, Ohl: Si p-n átmenet

Nobel - díjakok

1956	transzistor	Bardeen, Brattain, Shockley (1947)
1973	tunnel dióda	
1985	QHE	Klitzing
2000	Alferov, Kroemer, Kilby	félvezető lézer
2007	GMR	Fert, Grünberg
2009	CCD	Boyle, Smith
2010	grafén	Geim, Novoselov
2014	kek LED	Accun, Akasaki, Amano, Nakamura

Félvezető fizika helye

hell uozza: Kvantummech., szil. fiz., Stat. fiz., Anyagtud., (Opt.)

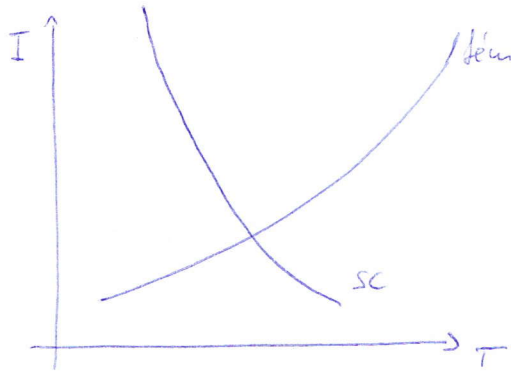
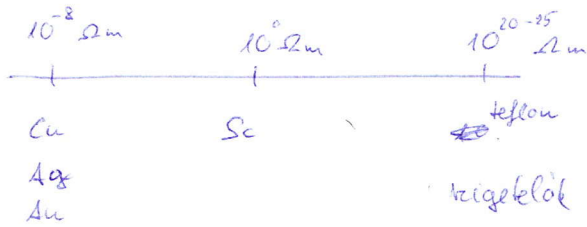
hijön helye: elektronika, spintronika, lézeroptika, lézerfizika

keutata'sak: alapkeutata's (új anyagok, alacsony dim., excitonok), alapvető jelenségek demo'ja (Bose-Einstein-kond., QHE, FQHE, ...)

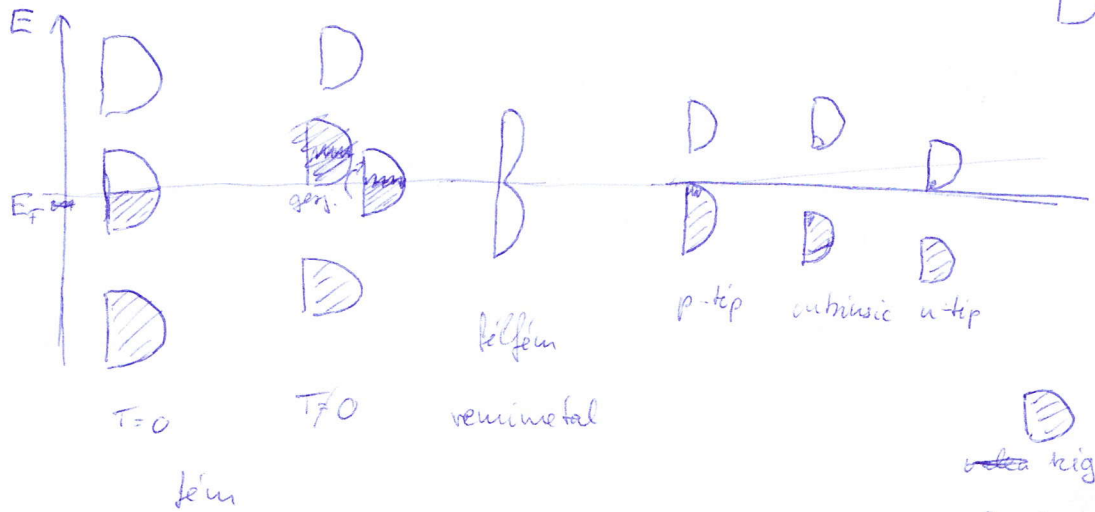
alkalmazott keutata'sak: új eszközök (pl. HEMT), méret, keutesség, loggan'ta's

alkalmazata'sak (hol nem) de hogy keut, hol?

Fizikai tulajdonságok



Sárviervezet



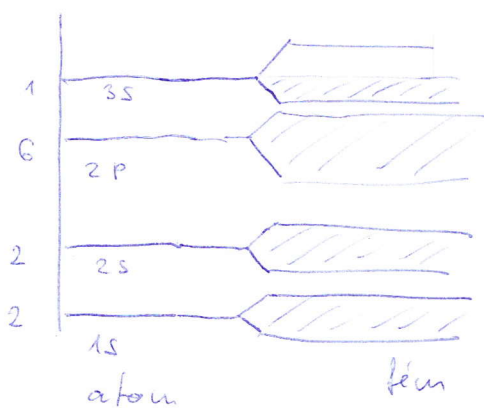
vezetési, c
conduction

D

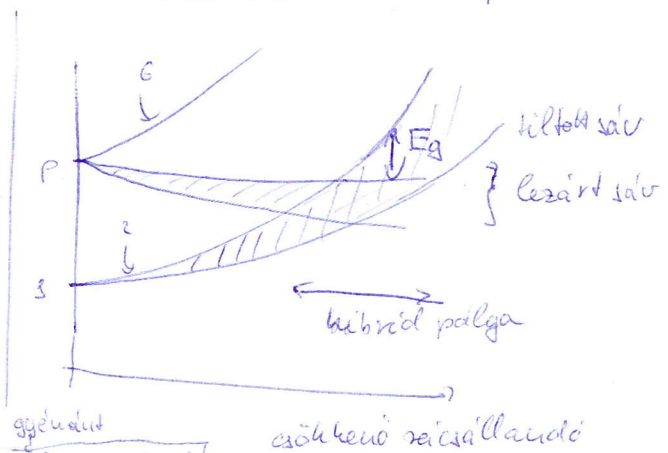
vegyes hig.

valencia, v
vezetési

1a atom fém



IV elemek C: 2s²2p²



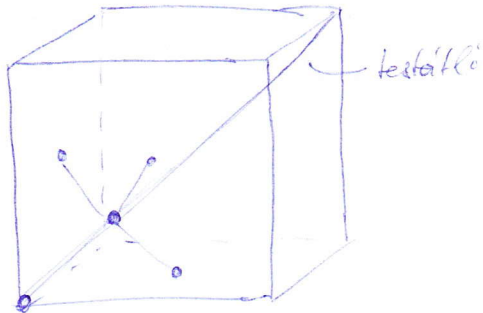
$$\Rightarrow E_g(C) > E_g(Si)$$

merkezt: gyémánttrács

ZnS (zinc - blende, cink-~~trá~~szulfid)

Bravais - rács : fcc

bázis : $(0,0,0) a$; $\frac{1a}{4} (1,1,1)$



zinc - blende :

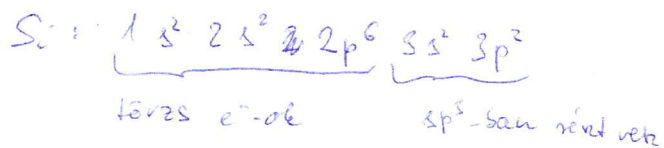
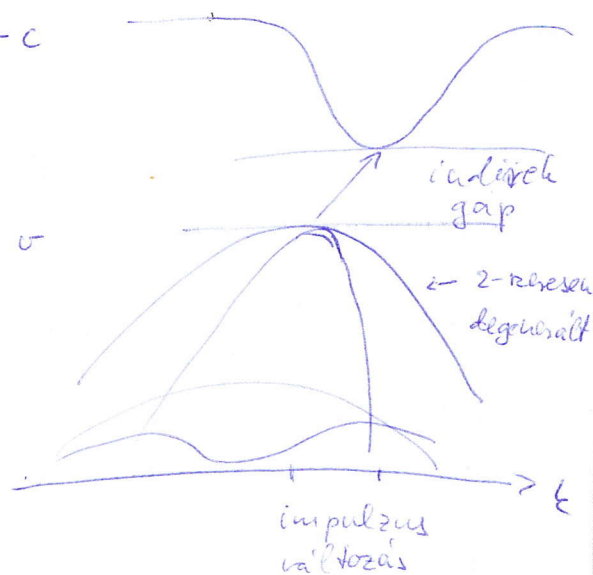
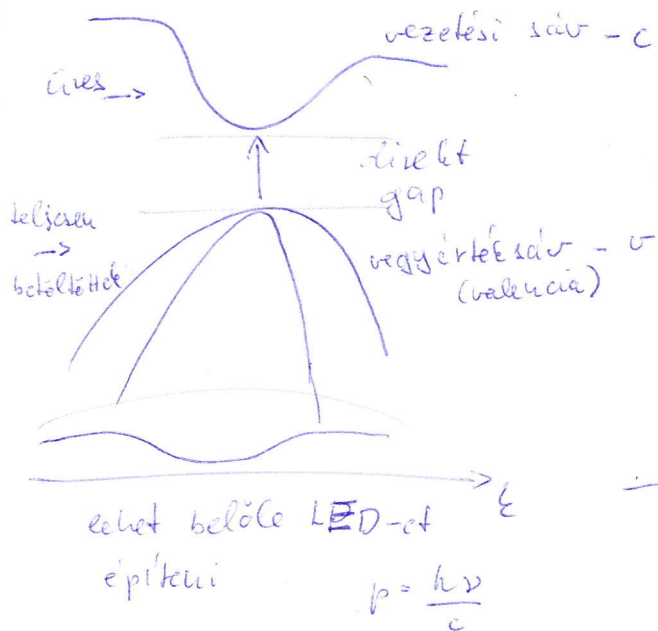
bázisatomok, mások :

$(0,0,0) a \rightarrow \text{Ga}$

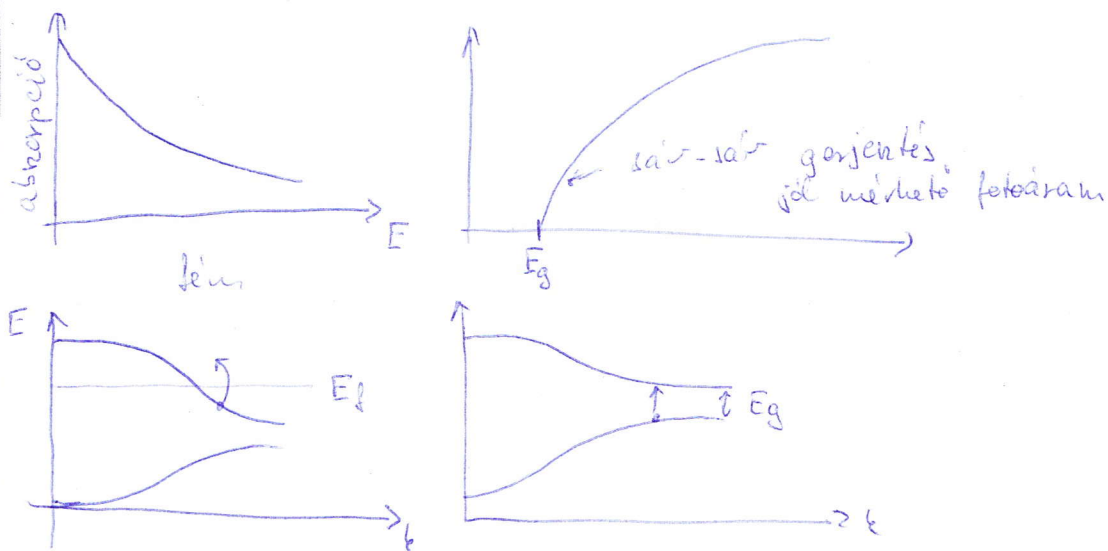
$\frac{1}{4} a (1,1,1) \rightarrow \text{As}$

Sávr szerkezet2.
előadás

GaAs

2 db Si-on 8 db külső e^- van

tiltott sáv	C	Si	Ge	GaAs	AlAs
	5	1,1	0,7	1,5	2,2 eV

Optikai tulajdonságok

~~Töltéshordozó~~

Töltéshordozók félvezetőkben

Fémekben $n = 10^{23} \frac{1}{\text{cm}^3}$

n : töltéshord. koncentráció

Ge esetében: $n = 10^{13} \frac{1}{\text{cm}^3}$

hozzáadunk 1 ppm (10^{-6} :1) e^- -t: $n = 2 \cdot 10^{18} \frac{1}{\text{cm}^3}$

vezetőképesség ~~is~~ nagyon
nagy

Drude-modell

$$ma = F = qE$$

elérzik „stacionaritást”: $\Rightarrow ma = 0 = qE - K\sigma$
 $\uparrow$
stac

relax. idő közelítésben $ma = qE - K\sigma$

$$a = \frac{q}{m} E - \frac{K}{m} \sigma$$

$$\frac{K}{m} = \frac{1}{\tau} \Rightarrow \text{stac: } \sigma = \frac{qE\tau}{m}$$

$\uparrow$
drift sebesség ($\sim \frac{\text{cm}}{\text{s}}$)

áramsűrűség: $\boxed{j = n \cdot e \cdot v_{\text{drift}}}$

adateköléssel n nő, de egy idő után τ csökken

Szilfizes alapok

1D elektron gáz
 $p = \hbar k$

$$\psi(k, x) = \frac{1}{\sqrt{L}} e^{ikx} \quad \text{cikkládások}$$

$$\mathcal{E}(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

periodikus határfeltétel

$$e^{ikL} = 1$$

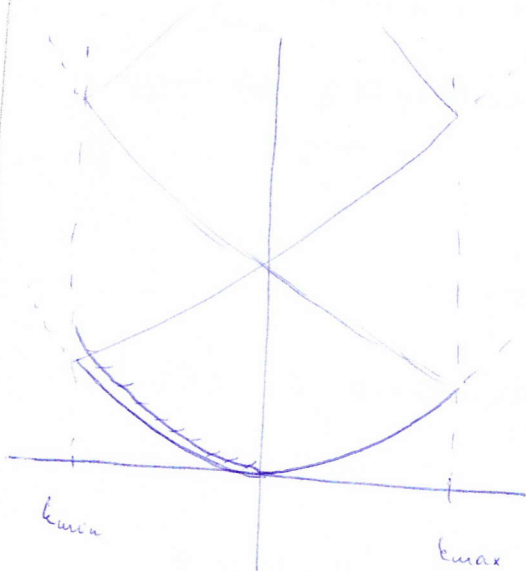
$$kL = 2\pi n$$

$$n = \frac{2\pi}{L} n \quad L = N \cdot a$$

$$k = \frac{2\pi}{a} \frac{n}{N} \rightarrow N \text{ db. kúl.}$$

$$k_{\min} = -\frac{\pi}{a}$$

$$k_{\max} = \frac{\pi}{a}$$



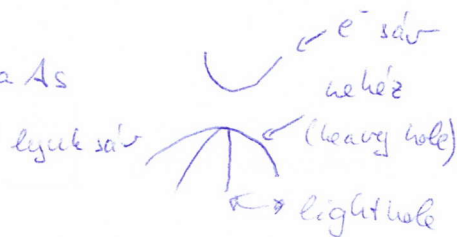
redukált zónahép
 (1m állandós)

$$v = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial k} = \frac{\hbar k}{m^*} = \frac{p}{m}$$

effektív tömeg

$$\frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial k^2} = (m^*)^{-1}$$

pl.: GaAs



tipikus: $m_e^* = 0,1 - 0,5 \cdot m_0$

$$m_h^* = -1 - -2 \cdot m_0$$

ha van periodikus
 potenciál

$$F = \hbar k$$

Állapotsűrűség (DOS)

$$1D\text{-ben: } \Delta k = \frac{2\pi}{L} \text{ sűrűség } 2 \text{ áll. közt}$$

állapotok sűrűsége

$$D(k) = \frac{L}{2\pi}$$

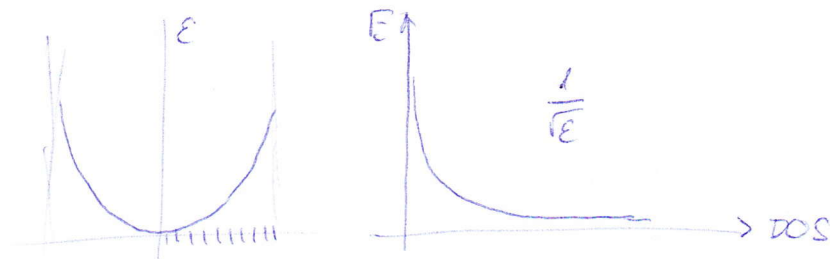
↑
állapotsűrűség

$$3D\text{-ben } \frac{V}{(2\pi)^3} \quad (\text{később } \times 2)$$

egyenletes!

$$\text{össes állapotok száma: } \int_{-\frac{\pi}{a}}^{\frac{\pi}{a}} \frac{L}{2\pi} dk = N$$

Energia állapotsűrűség



attól 3D-ben

$$E(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

$$D(k) 4\pi k^2 dk = D(E) dE$$

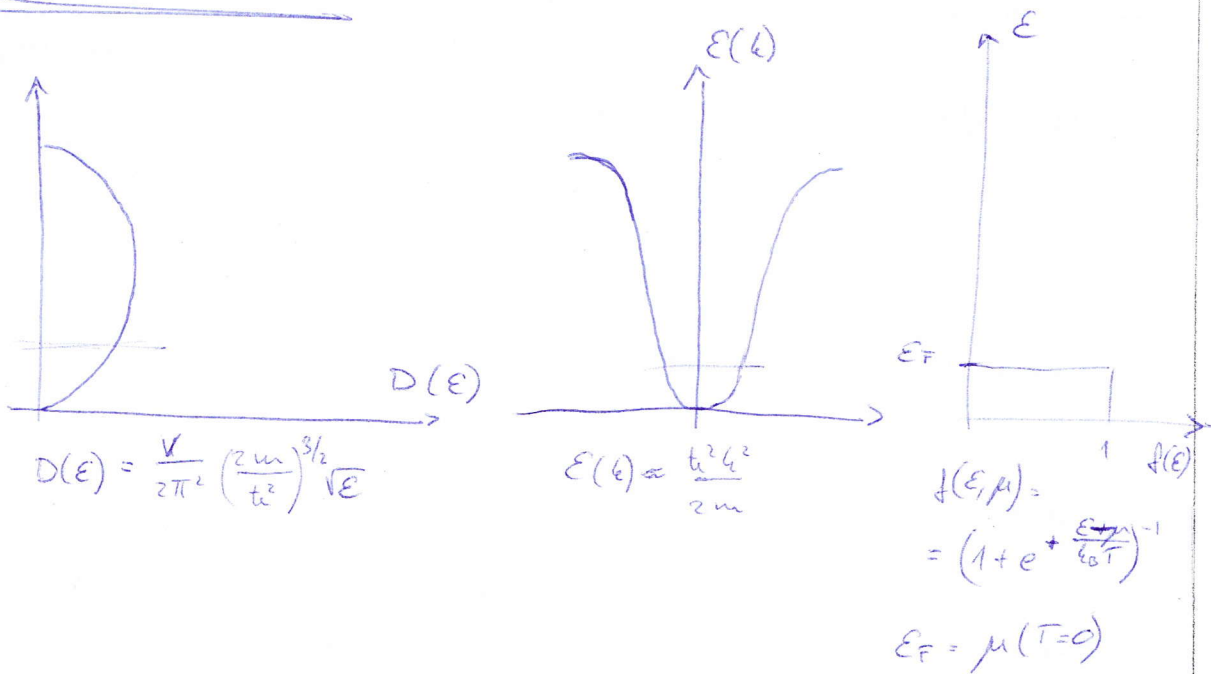
$$2 \cdot \frac{4\pi V}{8\pi^3} \cdot \frac{2mE}{\hbar^2} \frac{dk}{dE} = D(E)$$

spin

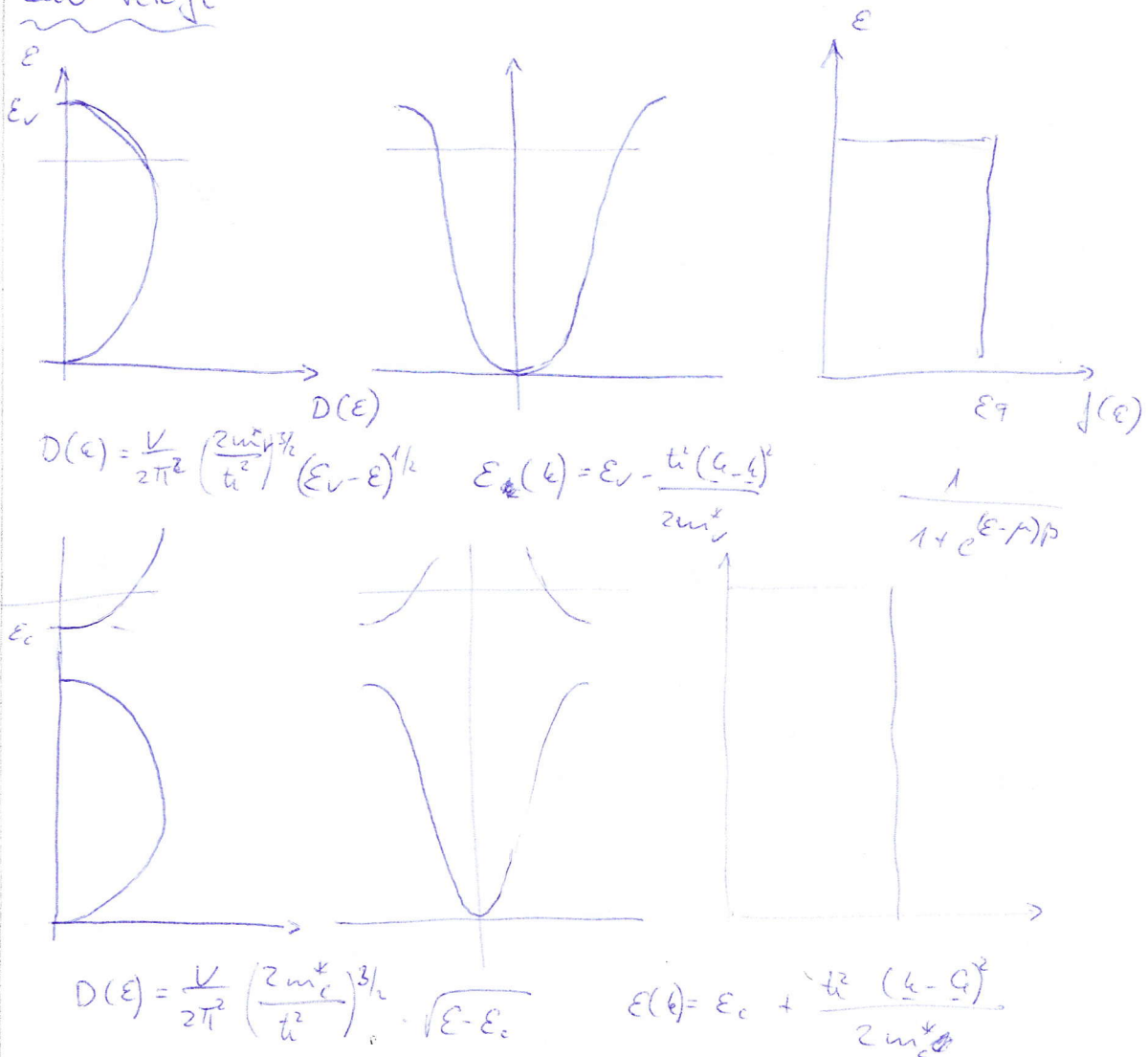
$$\frac{dk}{dE} = \left(\frac{dE}{dk} \right)^{-1} = \left(\frac{\hbar^2 k}{m} \right)^{-1} = \left(\frac{\hbar^2}{m} \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} \right)^{-1}$$

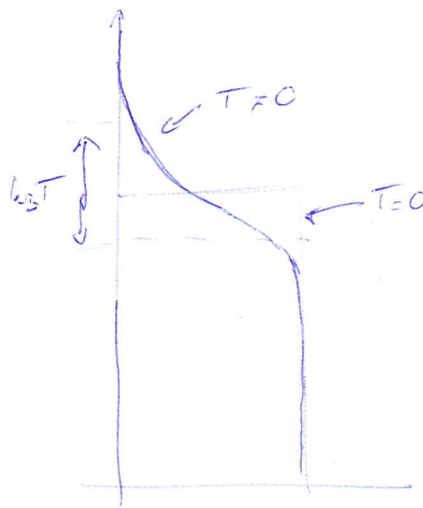
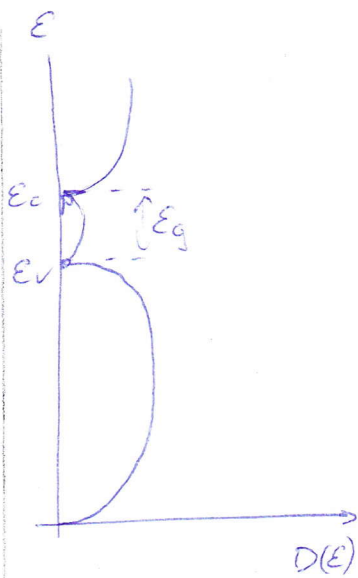
$$\frac{V}{2\pi^2} \cdot \sqrt{E} \cdot \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} = D(E)$$

Savak betöltése



Sáv határai





lyuk marad V -ben

e^- ben c -ben $f(E) \approx e^{-\frac{E-\mu}{k_B T}}$

közelítés $E_g \gg k_B T$ pl $T = 300 K \rightarrow k_B T = 26 \text{ meV}$

$$x = \beta(E - E_c) \quad e^{-\beta(E - E_c)} = e^{-\beta E} e^{\beta E_c}$$

e^- száma: $n = \int_{E_c}^{\infty} D_c(E) f(E) dE \approx A \int_0^{\infty} \sqrt{x} e^{-x} \frac{1}{\sqrt{\beta}} \frac{1}{\beta} dx e^{-\beta(E_c - \mu)}$

$$= A \int_0^{\infty} \sqrt{x} e^{-x} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} = \text{„véges”} \cdot e^{-\beta(E_c - \mu)} (k_B T)^{3/2}$$

$$n = 2 \left(\frac{m_c^* k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} e^{-\beta(E_c - \mu)}$$

lyukak száma: $p = 2 \left(\frac{m_v^* k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} e^{+\beta(E_v - \mu)}$

$n = p$ töltésemleked.

$$\mu = \frac{1}{2}(E_c + E_v) +$$

$$+ \frac{3}{4} k_B T \ln \frac{m_v^*}{m_c^*}$$

$n = p \Rightarrow \sqrt{np} = n = p = 2 \left(\frac{k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} (m_c^* m_v^*)^{3/4} \cdot e^{-\frac{E_g}{2k_B T}}$

$$+\beta E_c - (\beta E_c - \mu) + \ln m_c^* = (\beta E_v - \mu) + \ln m_v^*$$

$$\mu (\ln m_c^* + \ln m_v^*) = E_v \ln m_v^* + E_c \ln m_c^*$$

2017.09.19.

Ismétlés

3.
előadás

$$\text{DOS} \quad \mathcal{E}(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}, \quad D(\mathcal{E}) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{\mathcal{E}}$$

$$\left\{ \frac{V}{2\pi^2} \dots \right\} \rightarrow [D(\mathcal{E})] = m^3 \cdot \left[\frac{J s^2}{m^2 J^2 s^2} \right]^{3/2} \left[J \right] = \frac{1}{J}$$

$$n = \int_0^{\mathcal{E}_F} D(\mathcal{E}) f(\mathcal{E}) d\mathcal{E} \Rightarrow [n] = \text{"db"}$$

férfishordozó koncentráció: $n \sim 10^{21} \frac{1}{\text{cm}^3}$

pl.: Na atom: $1e^-/\text{cella}$

$$\frac{n}{V} = \frac{1}{2\pi^2} \cdot \left(\frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \cdot \frac{2}{3} \mathcal{E}_F^{3/2} \approx \frac{1}{10} \cdot \left(\frac{10^{-30} \text{ kg}}{10^{-68}} \right)^{3/2} \cdot (10^{-19})^{3/2} \approx$$

$$\approx 10^{28} \frac{1}{\text{m}^3} = 10^{22} \frac{1}{\text{cm}^3}$$

félvezetők (intrinsic)

$$n = p = 2 \left(\frac{k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} (m_e^* m_h^*)^{3/4} \exp \left\{ -\frac{E_g}{2k_B T} \right\}$$

$$\text{v.ö.: } \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \cdot \frac{2}{3} \mathcal{E}_F^{3/2} = n_{Fe'm}$$

$$\frac{n_{p.o.}}{n_{f.m.}} \approx \exp \left\{ -\frac{E_g}{2k_B T} \right\} \left(\frac{k_B T}{\mathcal{E}_F} \right)^{3/2} \Rightarrow e^{-20} \cdot \frac{1}{500} \approx 10^{-13}$$

tehát félvezetőkben: $n \approx 10^9 \dots 10^{11} \frac{1}{\text{cm}^3}$

Mobilitás

$$m a = -e E - k v \rightarrow \phi = -\frac{e}{m} E - \frac{1}{\tau} v$$

driftsebesség $v_{de} = -\frac{e E \tau_e}{m_e^*}$ elektron lyuk
 $v_{dh} = \frac{e E \tau_h}{m_h^*}$

vezetőképesség $\sigma_e = \frac{n e^2 \tau_e}{m_e^*}$ elektron
 $\sigma_h = \frac{p e^2 \tau_h}{m_h^*}$ lyuk
($j = \sigma E$)
($j = n e v_d$)

mobilitás $\mu_e = \frac{e \tau_e}{m_e^*}$ elektron
($|v_d| = \mu E$) $\mu_h = \frac{e \tau_h}{m_h^*}$ lyuk

$$\sigma = n e \mu_e + p e \mu_h$$

mobilitás: $[\mu] = \frac{m^2}{V s} = \frac{cm^2}{V s}$

tipikus értékek Si: $\mu_e \approx 1000 \frac{cm^2}{V s} \leftrightarrow e$ -ph nódus

$\mu_h \approx 100 \frac{cm^2}{V s}$

közeli sávok $\rightarrow$ interband scattering

GaAs: $\mu_e = 30000$

$\mu_h \approx 1000$

poli-Si: $\mu_e \approx 1$

organic-semi: $\mu_e \approx 10$

grafén: $\mu = 200000 - 2000000$

$|v_d| = \mu E \rightarrow$ optikai fonon-emissió

$$\hbar \omega_{opt} = \frac{1}{2} m v_d^2$$

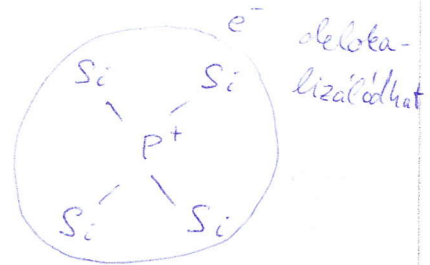
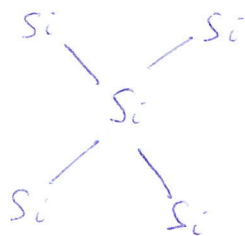
Döpolás

Féltvezető rácsta heteroatomokat építünk be

pl.: B : Si, As : Si III egyek döpoló

bárral
döpoló
szilícium

P : Si, Al : Si V e^- döpoló



Schrödinger - egy. Si - ra:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + U(r) \right] \psi(r) = E \psi(r)$$

↑
atomi potenciál



gondolatban

$1e^-$ -t hozzáadtunk
vezetési sávba kerül

P esetén nem csak
 $+1e^-$, hanem $+1p^+$

is $\Rightarrow$ belüli

H-atom nuclei potenciál
adok hozzá

$\rightarrow$ kötött állapot E_c -hez
képest

H-atom nuclei állapotok: Bohr - modell

$$m \frac{v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} \quad r = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{mv^2}$$

$$L = \hbar \quad \downarrow$$

$$mvr = \hbar$$

$$\frac{mv^2}{4\pi\epsilon_0 mv^2} = \hbar \rightarrow v = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar} = \frac{c}{137}$$

$$a_B = \frac{\hbar}{mc} \frac{1}{\alpha}$$

$$r_n = \frac{\hbar^2 \cdot n}{mc^2 \alpha^2} = \frac{\hbar}{mc} \frac{n}{\alpha}$$

$$E_n = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{1}{2} \frac{m c^2 \alpha^2}{n^2} \approx -13.6 \text{ eV}$$

képzetöketen: $m \rightarrow m^*$, $E_0 \rightarrow E_0 E_r$

↑
10-20

m^* : e^- helyett kvázirészecske van

E_r : árugyókódás, többi e^- hatása

$$a_B \rightarrow a_B^* = a_B E_r \cdot \frac{m}{m^*}$$

dipóló $\rightarrow$ Bloch sugara
atom

teljes $E \rightarrow E_1^* = E_1 \cdot \frac{1}{E_r} \frac{m^*}{m} \ll E_1$

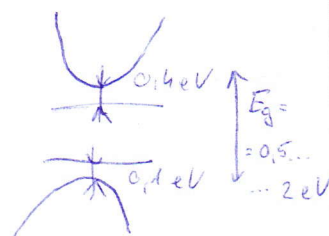
most $E_r = 10-20$
 $m^* = 0.1 \dots 0.5 m$

tipikusan $a_B^* = 30-100 \text{ \AA}$

$E_1^* = 10-100 \text{ meV}$

Energia - szerkezet

$E_c - \text{donor uivó (pl.: P, Si)}$
 $E_v - \text{akceptor uivó (pl.: B, Si)}$



Megj:

① $\left. \begin{matrix} 2p \\ 1s \end{matrix} \right\}$ Rydberg-sorozat

② $D(E)$
 $d = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^{1/3}$
donorok távolsága
 $a_B^* \ll d$

$a_B^* \approx d$
ah.: donorok
alakulhat ki

$D(\epsilon)$

$$a_B^* > d$$

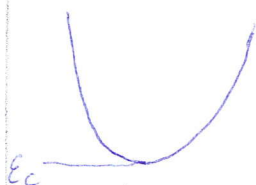


degenerált donor sáv $\Rightarrow$ fém - "rigetelő" átmenet

pl.: B:C bórral dőpolt gyémánt

fém $T_c = 10\text{ K}$ ("szupravezető") 1% - os dőpolás

Dőpolás hatása töltéshordozó koncentrációra



intrinsic
potencial
intrinsicre:

$$\mu = \frac{1}{2}(\epsilon_c + \epsilon_v)$$

$$T \rightarrow 0$$

μ : intuitívan $\mu = \frac{1}{2}(\epsilon_c + \epsilon_d)$

$$\langle n \rangle = \frac{\sum_n n e^{-\beta(\epsilon_n - \mu n)}}{Z}; \quad Z = \sum_n e^{-\beta(\epsilon_n - \mu n)}$$

$$\epsilon = \epsilon_0 + \epsilon_d$$

donor állapotok: $n = 0, 1, 2$

$\hookrightarrow$ nem valószínűség (Coulomb)

$\hookrightarrow$ 2-vezetés (spin) valószínűség

$$\text{donorstatistika: } f_d(\epsilon_d) = 2e^{-\beta(\epsilon_0 + \epsilon_d - \mu)} \cdot \frac{1}{e^{-\beta(\epsilon_0 - \mu)} + 2e^{-\beta(\epsilon_0 + \epsilon_d - \mu)}}$$

$$f_d(\epsilon_d) = \frac{1}{1 + \frac{1}{2}e^{\beta(\epsilon_d - \mu)}} \xleftrightarrow{\text{v.o.}} \frac{1}{1 + e^{\beta(\epsilon_d - \mu)}} = f(\epsilon_d)$$

$$\text{ionizáció valószínűsége: } f_d(\epsilon_d) = \frac{1}{1 + 2e^{\beta(\mu - \epsilon_d)}}$$

$$n = n_d \frac{1}{1 + 2e^{\beta(\mu - \epsilon_d)}} \quad \mu \approx \frac{1}{2}(\epsilon_c + \epsilon_d) \quad T \rightarrow 0 \quad n = 0$$

$$n = n_d \frac{1}{1 + 2 e^{\beta(\mu - E_d)}}$$

$$\rightarrow T \rightarrow 0 \quad n = 0$$

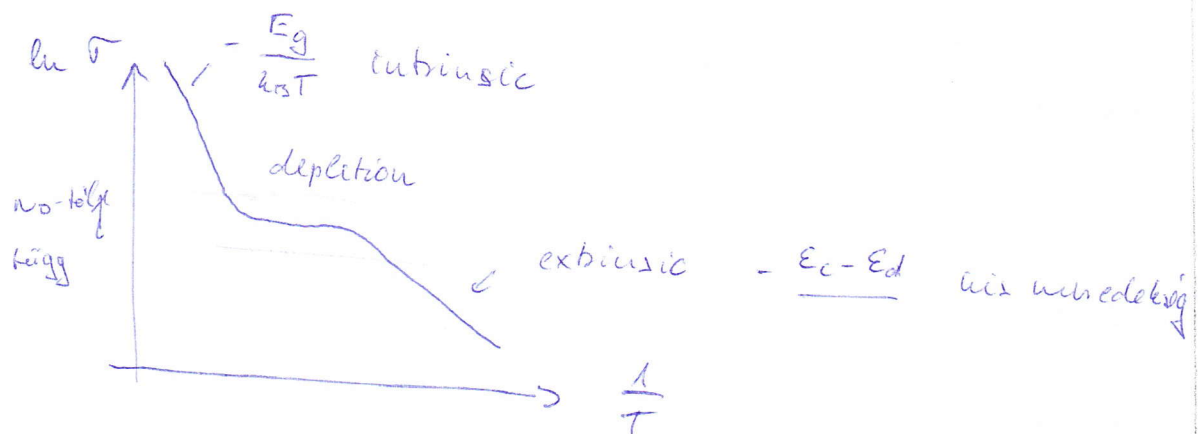
$$\rightarrow k_B T \approx E_c - E_d \Rightarrow n \propto n_d$$

intrinsic carrier concentration
depletion

donor ionized

→ a vezetési időben

$E_c - E_d < k_B T \approx E_g$ intrinsic carrier concentration
sárga-sárga gerjesztés



Sávkörkezet számítások félvezetőkben

4.

- Fontos:
- vezetési tulajdonságok (m^* , E_g)
 - optikai tulajdonságok (E_g)
 - intelligens tervezés (band-gap engineering)

Sávkörkezet számítások:

- kézenfogós (úrsík) modell
- kvázirabad elektron
- nemempirikus módszerek
(tight-binding, pseudopotenciaál)
- ab initio (első elvi pl.: DFT)
- kölcsönható modellek (széles e^- : GW módszer)

$$H\psi = E\psi$$

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + U(r), \text{ ahol } U(r) = \sum H_{at} + H_{e-e}$$

$$\psi(r) =$$

in egyelektron Hamiltoni:

ψ : N - e^- hullámfü.

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + U(r) \right] \psi(r) = E \psi(r)$$

ψ : $1e^-$ hullámfü.

Szilárdtestekben: $U(\underline{r} + \underline{R}) = U(\underline{r})$ (választási feltétel)

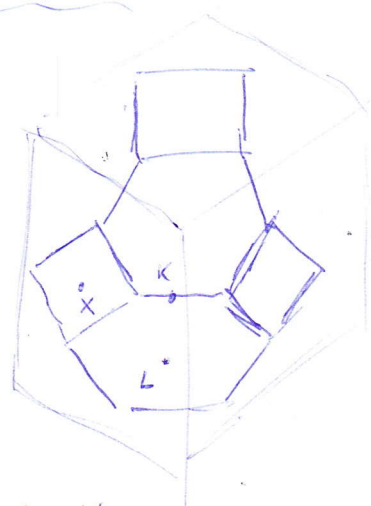
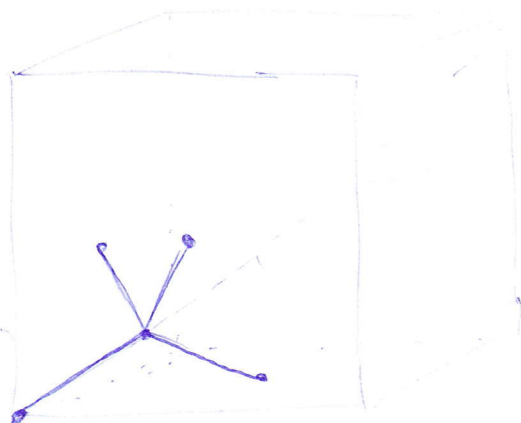
Bloch-tétel: $\psi_k(\underline{r}) = e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} u_k(\underline{r})$, ahol $u_k(\underline{r}) = u_k(\underline{r} + \underline{R})$

$e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$: síkhullám ($\mathbf{k} \in$ Brillouin-kör per. hat. felt. által megeng. értékek)

ha $\mathbf{k} = 0$, akkor $\psi_{\mathbf{k}=0}(\underline{r}) = u_{\mathbf{k}=0}(\underline{r})$

$\mathbf{k} = +\frac{\pi}{a}$ esetén $e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} = \pm 1$ előjelet vált a hullámfü.

Szerkezet való és reciprokrács térben



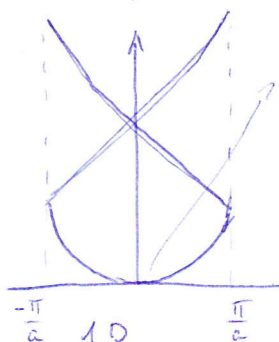
k-tér

vezető pontok:

- Γ : BZ közepe
- L : hatnég közepe
- X : négyzet közepe
- K : 2 hatnég közös elfekelője

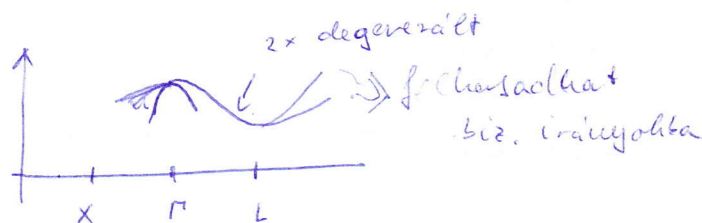
100 irány	$\Gamma \xrightarrow{\Delta} X$	Δ vonal
111 irány	$\Gamma \xrightarrow{\Lambda} L$	Λ vonal
110 irány	$\Gamma \xrightarrow{\Sigma} K$	Σ vonal

üressíma modell (empty lattice)

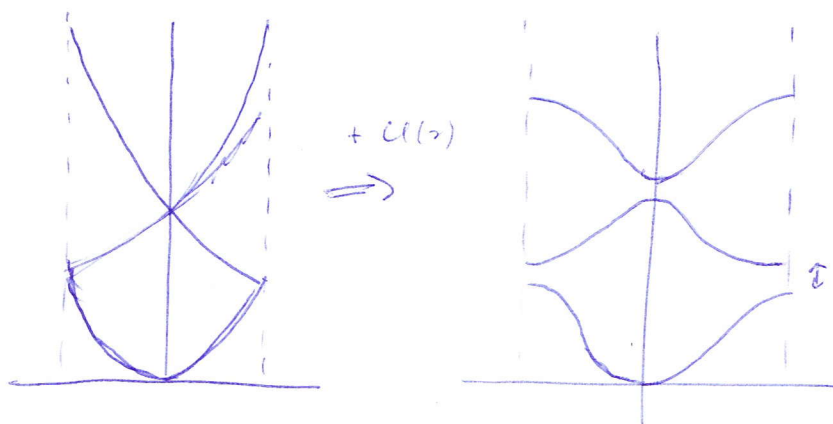


$$\frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

2D SD-ben degeneráció degeneráció



kvázimondó és közelítés (gyenge per. potenciál)



$$E_k = E_0 + \langle k, r | U | k, r \rangle ; \text{degenerált pontokban} \begin{pmatrix} U_{11} & U_{12} \\ U_{21} & U_{22} \end{pmatrix}$$

$$U \xrightarrow{FT} U(q) \quad \text{felhasználás: } 2U(q); q = \frac{2\pi}{a}$$

Soros kötésű közelítés (tight-binding, TB)

$$1D, 1 \text{ atomos rács}, H\psi = E\psi; H = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + U(r)$$

$$U(r) = \sum_R V_{\text{atom}}(r-R)$$

$$H\psi_a = E_a \psi_a \quad (\text{ismert, atomi megoldás})$$

$$\text{Ansatz: } \psi_k(r) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_n e^{ikna} \psi_a(r-na)$$

Block-tétel ✓

$$\psi_k(r) = \sum_n e^{ikna} |n\rangle$$

$$H\psi = \sum_n e^{ikna} \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + \sum_{n'} V_{\text{atom}}(r-n'a) \right] |n\rangle = E \sum_n e^{ikna} |n\rangle$$

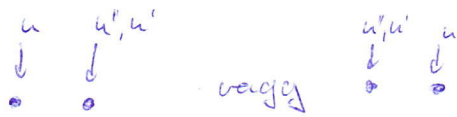
$$\text{projektáljuk!} \quad \langle n'' | n \rangle = \delta_{n''n}$$

$$\sum_{n'} V_{\text{at}}(r-n'a) = V_{\text{at}}(r-na) + \sum_{n' \neq n} V_{\text{at}}(r-n'a)$$

$$\sum_n e^{ikna} \left[E_a \delta_{n''n} + \sum_{n' \neq n} \langle n'' | V_{\text{at}}(r-n'a) | n \rangle \right] = E \sum_n e^{ikna} \delta_{n''n}$$

$$E_k(k) = E_a + \sum_{n' \neq n} e^{ik(n-n')a} \langle n'' | V_{\text{at}}(r-n'a) | n \rangle$$

Nearest neighbour TB (1. nearest)



$$u' = u + 1$$

$$u'' = u + 1$$

$$u' = u - 1$$

$$u'' = u - 1$$

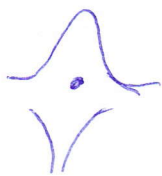
Legyen: $\langle u-1 | V_{at} (r - (u-1)a) | u \rangle = -|t|$ hopping integral
 negative $V(r)$: Coulomb attractive integral

$$= \langle u+1 | V_{at} (r - (u+1)a) | u \rangle$$

$$E_{\text{ittel}} : E(k) = \varepsilon_a + (e^{ika} + e^{-ika}) \cdot (-2|t|)$$

$$|t| := - \int \psi_{at}(r-a) V(r-a) \psi_{at}(r) d^3r$$

$$\rightarrow \boxed{E(k) = \varepsilon_a - 2|t| \cos(ka)}$$



$\Leftrightarrow$ s-sigma modell

ψ_{at} : p típusú



$$\Rightarrow E(k) = \varepsilon_a + 2t \cos(ka) \quad \text{pp } \pi \text{ modell}$$

pl.: pp π

1D, 2. nearest kosh.

$$\sum_{u, u' \neq u} e^{ika(u-u')} \langle u'' | V_{at}(r-u'a) | u \rangle \quad E(k) = \varepsilon_a - 2|t_1| \cos(ka) - 2|t_2| \cos(2ka)$$

2D TB:



$$E(k) = \varepsilon_a - 2|t_a| \cos k_x a - 2|t_b| \cos k_y b$$

anizotróp

effektív tömeg: $(m^*)^{-1} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E(k)}{\partial k^2}$

1D NNTB

$$E_a = 2|t| \cos ka$$

$k=0$ körül

$$\Rightarrow -2|t| \left(1 - \frac{k^2 a^2}{2} \right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{m^*} = \frac{2ta^2}{\hbar^2}}$$

semi-empirikus modell

t : input, vagy méréshez fittelhető

k·p modell

jó semiempirikus modell a sávok extrémumainál
(FÉLVEZETŐK!!! $\leftarrow$ sávok alján/tetején zajlik a fizika)

- transport
- kisennergias optika

$$H\psi = E\psi \quad ; \quad \boxed{\psi_{nk}(r) = e^{ikr} u_{nk}(r)} \quad n: \text{pálya/sáv indexe}$$

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + U(r)$$

$$\Delta \psi_{nk}(r) = (ik)^2 e^{ikr} u_{nk}(r) + 2(ik) \nabla u_{nk}(r) e^{ikr} + e^{ikr} \Delta u_{nk}(r)$$

$$\left[\frac{\hbar^2 k^2}{2m} - \frac{i\hbar^2 k}{m} \nabla - \frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V(r) \right] u_{nk}(r) = E u_{nk}(r)$$

$-i\hbar \nabla = p$ kan. imp. operátor $\longleftrightarrow \hbar k$ kristályimpulzus

$$\left[\frac{p^2}{2m} + \frac{\hbar^2(k \cdot p)}{m} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + V \right] u_{nk}(r) = E_{nk} u_{nk}(r)$$

$$k=0\text{-ra} : \left[\frac{p^2}{2m} + V \right] u_{n0} = E_{n0} u_{n0} \quad \text{sáv extrémumain}$$

ezen a bázison a $\frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \frac{\hbar k \cdot p}{m}$ perturbáció

1. rendű pert. nívó. $\psi_n(x) = \sum_n C_n(u) \psi_{n0}(x)$

$\uparrow$ $\uparrow$
 Ansatz együtthatók

általában $H|u\rangle = E_u|u\rangle$ megoldása

$$(H + V) \psi = E \psi$$

$$\psi_u = |u\rangle + \sum_{u' \neq u} \frac{\langle u' | V | u \rangle}{E_u - E_{u'}} |u'\rangle$$

$$E_u = E_u + \langle u | V | u \rangle + \sum_{u' \neq u} \frac{|\langle u' | V | u \rangle|^2}{E_{u'} - E_u}$$

5.

Árészrész modell

$$\frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \varepsilon_0(k)$$

TB

$$\varepsilon(k) = \varepsilon_0(k) - 2|t| \cos(ka)$$

Gyenge per. pot. gap = $2U(0)$

kvázi-degenerált per. rácsok

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 & U(k-\underline{G}) \\ U^*(k-\underline{G}) & \varepsilon_2 \end{bmatrix} \quad \text{HF:} \quad \begin{bmatrix} \frac{\hbar^2 k^2}{2m} & U \\ U & \frac{\hbar^2 \left(\frac{2\pi}{a} - k\right)^2}{2m} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{matrix} \varepsilon_1(k) \\ \varepsilon_2(k) \end{matrix}$$

k·p modell

$$H\psi = E\psi \quad \psi_{nk} = e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} u_{nk}(\mathbf{r})$$

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V(\mathbf{r}) \quad V(\mathbf{r}): \text{rács potenciál}$$

$$\left[\frac{p^2}{2m} + \frac{\hbar^2 \mathbf{k} \cdot \mathbf{p}}{m} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + V \right] u_{nk}(\mathbf{r}) = E_{nk} u_{nk}(\mathbf{r})$$

 $k=0$ perturbációndát, az:

$$\left[\frac{p^2}{2m} + V \right] u_{n0} = E_{n0} u_{n0} \quad \text{sárgán megoldottuk}$$

(kemiempirikus módszer)

ezen a bázison $\frac{\hbar^2 \mathbf{k} \cdot \mathbf{p}}{m} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ perturbáció

Eredmény általában: $H|u\rangle = E_u|u\rangle$

$$(H + V)|\Psi\rangle = E|\Psi\rangle$$

$$E_n^{(1)} = E_n + \langle u|V|u\rangle$$

$$\Psi_n^{(1)} = |u\rangle$$

$$E_n^{(2)} = E_n + \langle u|V|u\rangle + \sum_{u' \neq u} \frac{|\langle u'|V|u\rangle|^2}{E_n - E_{u'}}$$

$$\Psi_n^{(2)} = |u\rangle + \sum_{u' \neq u} \frac{\langle u'|V|u\rangle}{E_n - E_{u'}} \cdot |u'\rangle$$

Feltétel: E_{u0} nélsőérték k -ban lin. tagok nincsenek

$$u_k(x) = \sum_n c_n(k) u_{n0}(x)$$

$$\text{Eredmény: } u_k = u_{u0} + \frac{\hbar}{m} \sum_{u' \neq u} \frac{\langle u_{u0} | k \cdot p | u_{u'0} \rangle}{E_{u'0} - E_{u0}} u_{u'0}$$

$$\langle u_{u0} | \frac{\hbar^2 k^2}{2m} | u_{u0} \rangle = 0 \quad u_{u0} \text{ ONR}$$

$$E_k = E_{u0} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \frac{\hbar^2}{m^2} \sum_{u' \neq u} \frac{|\langle u_{u0} | k \cdot p | u_{u'0} \rangle|^2}{E_{u'0} - E_{u0}}$$

Effektív tömeg közelítés

$$E_k = E_{u0} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$$

$$\text{innen: } \frac{1}{m^*} = \frac{1}{m} + \frac{2}{m^2 k^2} \sum_{u' \neq u} \frac{k u_{u0} | k \cdot p | u_{u'0} |^2}{E_{u'0} - E_{u0}}$$

domináns járuléka $E_{u0} - E_{u'0} = E_g$

$$\text{és } \frac{1}{k^2} |\langle u_{c0} | k \cdot p | u_{v0} \rangle|^2 = p^2$$

↑ ↑
conduction valencia

Ezzel

$$\frac{1}{m^*} = \frac{1}{m} + \frac{2p^2}{m^2 E_g}$$

$$\frac{2p^2}{m} \approx 20 \text{ eV} \quad \text{egyetéb} \quad \text{IV, III-V, stb félvezetőkre}$$

így kapott m^* néhány %-on belül egyezik kísérleti értékekkel! Ezért remi-empirikus

$$m^* = m^*(P, E_g)$$

EFA: Envelope function approximation (burkolófu)

Miért: külső teret (elektromos, mágneses, heterostruktur $|p|u|p|u|$)
vagy ún. band-gap engineering;
optikai, dipólközelítés)

Mind ezek hatása: térben lassan változó perturbáció

$$H_0 \psi(x) = E_0 \psi(x)$$

$E_0: E_{nk}$ külső tér nélküli
félvezető megoldása

$$\psi_{nk}(x) = e^{ikx} u_{nk}(x)$$

Perturbált probléma

$$H = H_0 + V(x)$$

$$H \Phi = E \Phi$$

↑
térben lassan
változik

Ansatz: $\Phi(x) = \sum_{n,k} \overset{\substack{\uparrow \\ \text{burkolófu}}}{F_n(k)} \psi_{nk}(x)$

Behelye Héseltve :

$$\sum_{u_k} \psi_{u_k}(\mathbf{r}) \left[E_{u_k}(\mathbf{r}) - E + V(\mathbf{r}) \right] \cdot \bar{\psi}_u(\mathbf{k}) = 0$$

$$\sum_{u_k} \left[(E_u(\mathbf{k}) - E) \delta_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} + \langle \psi_{u_k} | V(\mathbf{r}) | \psi_{u_k} \rangle \right] \bar{\psi}_u(\mathbf{k}) = 0$$

megparallato: EFA közelités miatt

$$V_{u_k u_k} = \int u_{u_k}^*(\mathbf{r}) u_{u_k}(\mathbf{r}) \cdot e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\mathbf{r}} V(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r} =$$

$$= \underbrace{\int d^3\mathbf{r} u_{u_k}^*(\mathbf{r}) u_{u_k}(\mathbf{r})}_{\delta_{u_k u_k}} \underbrace{\int e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\mathbf{r}} V(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r}}_{V(\mathbf{k}-\mathbf{k}') \leftarrow \text{FT}}$$

$$\text{visszatérve: } \sum_{\mathbf{k}} \left[(E_u(\mathbf{k}) - E) \delta_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} + V(\mathbf{k}-\mathbf{k}') \right] \bar{\psi}_u(\mathbf{k}) = 0$$

olyan, mint egy Sch.-egy az eredeti problémában

Eredeti problémából:

$$E_u(\mathbf{k}) = E_c + \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2m^*}$$

↑
vez seb. alga $u' = c$

$$\text{így } \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2m_c^*} \bar{\psi}_c(\mathbf{k}') + \sum_{\mathbf{k}} V(\mathbf{k}-\mathbf{k}') \bar{\psi}_c(\mathbf{k}) = (E - E_c) \bar{\psi}_c(\mathbf{k}')$$

Állítás: $\mathbf{k} \rightarrow \nabla$ cserével ebből operátor egyenletet kapunk

$$\left[-\frac{\hbar^2 \Delta}{2m_c^*} + E_c + V(\mathbf{r}) \right] \bar{\psi}_c(\mathbf{r}) = E \bar{\psi}_c(\mathbf{r})$$

Sch.-eggy.

$\bar{\psi}_c(\mathbf{r})$ - re

am $V(\mathbf{r})$ ismert

Ha $F_c(r)$ ismert (pl.: ~~re~~ megerőző atom)

pl.: töltéssűrűség:

m^*, E_c, E_v -rel

$$V(r) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{e^2}{r}$$

$$n(r) = \sum_i |u(r)|^2 f(E_i) = n_{co} \sum_i |F_c(r)|^2 f(E_i)$$

Fermi-függvény

eredeti töltéshordozó
koncentráció

ad egy modulációt

pl.: megerőzőre: $V(r)$ Coulomb, ide lokalizált
 $F(r)$ -et kapunk

Transport folyamatok félvezetőkben

$\bar{j}$, $\bar{j}_q$, Hall, ~~te~~ mágneses ellenállás, frekvenciafüggő vezetési, Seebeck, Peltier

Méretskálák

töltéshordozó diffúziós hossz:

töltéshordozó keletkezése és rekombinációja között megtett út

$$10 \mu\text{m} - \text{mm v. cm} \\ (\text{napelenek})$$

$$\bar{j} = -D \nabla n$$

$$\delta_{\text{töltés}} \approx \sqrt{Dt}$$

+ rekombinációs idő

Spin diffúzió: ~~τ_s : spin élettartam~~ $\delta_{\text{spin}} = \sqrt{D\tau_s}$

$$1 - 100 \mu\text{m}$$

τ_s : spin élettartam

$$\delta_{\text{spin}} = \sqrt{D\tau_s}$$

* fázis koherencia - hossz:

$$100 \text{ nm} - 1 \mu\text{m}$$

$e^{\pm}$



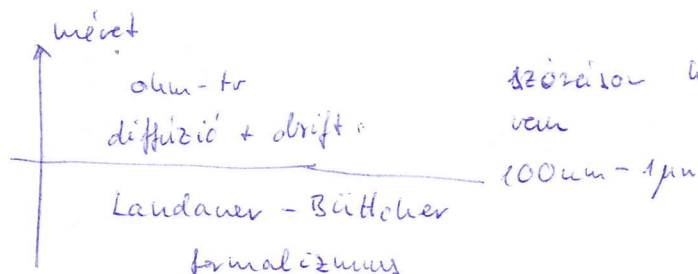
gyenge lokalizáció

ballisztikus transzport $\leftarrow$ ezek mérete $< 100 \text{ nm}$
(mágneses ellenállás, de nem nupravezetés)

Momentum szabad úthossza

$$1 \text{ nm} - 100 \text{ nm}$$

$\ell = v_F \cdot \tau \leftarrow$ momentum relax. idő



szórások mentül lokális egyensúly van

100 nm - 1 μm

Leírás (Ohm - tv.)

	Sommerfeld - el (szabad)	Block - elektron
Q.-szám	$k \in \mathbb{Z}$ per. hat. felt.	$k \in \mathbb{Z}$ per. hat. felt., n : sávindex
diszperzió	$\mathcal{E}(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$	$\mathcal{E}_n(k) = \mathcal{E}_n(k + G)$ G : rec. rács ut. (modul. zonatip)
sebesség	$\underline{v} = \frac{\hbar k}{m} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial k}$	$\underline{v} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial \mathcal{E}_n(k)}{\partial k}$
hullámf. f.	$\Psi_k(r) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i k \cdot r}$	$\Psi_{nk}(r) = e^{i k \cdot r} u_{nk}(r)$ $u_{nk}(r) = u_{nk}(r + B)$ B rácsvektor
hőmérséklet	$m^* = m$	$m^{*-1} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial k^2}$ grafikura $m^{*-1} = \infty \Rightarrow$ kváziklasszikus din. nem érvényes

Kváziklasszikus (nemiklasszikus) dinamika

Elektron ~~hullám~~ hullámformában kiterjedt, mégis néha csak helyet kezelhető (erős állítás, csak motiváljuk)

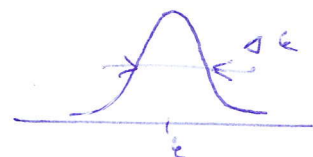
Mozgásegyenlete: $\underline{v} = \frac{\hbar k}{m^*}$, $\hbar \frac{dk}{dt} = \underline{F} = -e(\underline{E} + \underline{v} \times \underline{B})$

Korrespondencia - elv

Motiváció: hullámcsomag

$$\Psi_n(r, t) = \int_{k'} g(k') \underbrace{\Psi_{nk'}(r)}_{\text{Block-funkció}} e^{-\frac{i}{\hbar} \mathcal{E}_n(k') t}$$

k -körben
lokalizált



ahol $g(k') \approx 0$ ha $|k' - k| > \Delta k$

- időben fejlődik $\Psi_n(r, t) = \left(\int_{k'} \dots e^{-\frac{i}{\hbar} [\mathcal{E}_n(k') - \mathcal{E}_n(k)] t} \right) e^{-\frac{i}{\hbar} \mathcal{E}_n(k) t}$

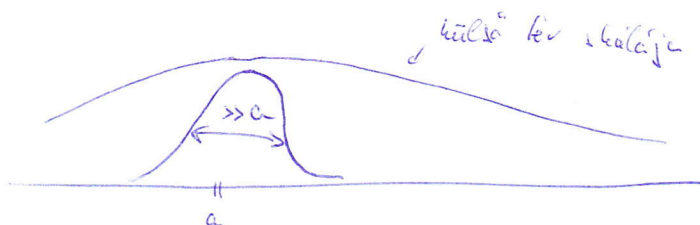
- térbeli lokalizáció: $\Delta r \Delta p \approx \hbar$

$$\Delta r \hbar \Delta k \approx \hbar$$

$$\Delta r \Delta k \approx 1 \quad \text{ha} \quad \Delta k \ll G \approx \frac{1}{a}$$

$$\boxed{\Delta r \gg a}$$

Művelet:



Feltételek: $e E a$, $\hbar \omega_c \ll \frac{E_G^2}{E_F}$ ← nincs sáv-sáv átlépés

↓
felvett energia



$$\omega_c = \frac{eB}{m^*}; \quad m^* \omega_c^2 r = + e \omega_c r B \quad \omega = \frac{eB}{m^*}$$

a változó frekvenciájú tér: $E_0 e^{i\omega t}$ ha $\omega \ll E_g$

$$\lambda \gg a \quad \left(\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{2\pi}{\omega} \right)$$

Megjegyzések

- Drude-modell: átkötés ionokkal → vezeték
- Bloch: ha csak ionok vannak, tökéletes period. rácska → $\sigma \rightarrow \infty$

$$\hbar \underline{k} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial \underline{k}}$$

- kristálymomentum $\neq$ momentum (p)

$$\hbar \underline{k} = \underline{F}_{\text{külső}} \quad \text{csak külső erők}$$

szabad elektronra $\boxed{k = \frac{p}{\hbar}}$! CSAK SZABAD !

impulzusmegmaradás: folytonos térbeli transzláció
szimmetria következménye

kristályban nem transzláció ~~szimmetria~~ van

helyesen $p = \frac{\hbar}{i} \nabla$

$$\psi_{nk} = e^{ikr} u_{nk}(r)$$

$$p \psi_{nk}(r) = \frac{\hbar}{i} \nabla \psi_{nk}(r) = \frac{\hbar}{i} e^{ikr} \nabla u_{nk}(r)$$

$$p \neq \frac{\hbar}{i} k$$

$\psi_{nk}(r)$ nem impulzus sajátállapot

Lezárt sáv járuléka a vezetékhez

$$\underline{j} = e \int \frac{d^3k}{4\pi^3} \frac{1}{\hbar} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \underline{k}} = 0$$

vez. sáv

biz: Ashcroft - Mermin

termel: $\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \underline{k}}$ páratlan per.

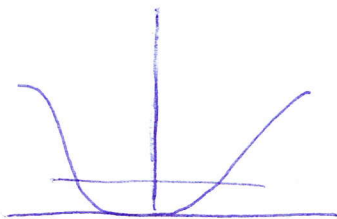
Ligetek koncepciója:

$$0 = \int \frac{d^3k}{4\pi^3} \underline{v}(\underline{k}) = \int \frac{d^3k}{4\pi^3} \underline{v}(\underline{k}) + \int \frac{d^3k}{4\pi^3} \underline{v}(\underline{k})$$

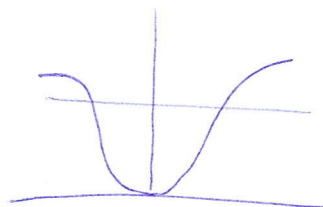
vez. sáv üres sáv betöltött sáv

$$-e \int \frac{d^3k}{4\pi^3} \underline{v}(\underline{k}) = +e \int \frac{d^3k}{4\pi^3} \underline{v}(\underline{k})$$

alsó felső



$\bar{e}$ létezik
 $m^* > 0$



egyenlítő a liget létezik
 $m^* < 0$

Boltzmann - egyenlet

$f(\mathbf{k}, \mathbf{r}, t)$ eloszlásfüggvény minden $\mathbf{k}$ és $\mathbf{r}$ mellett

$$f^0(\mathbf{k}) = \frac{1}{e^{\frac{\epsilon(\mathbf{k}) - \mu}{k_B T}} + 1} \quad \text{hely és időfüggvény}$$

~~az~~ mérhető fizikai mennyiségek:

$$\underline{j} = -e \int \underbrace{v(\mathbf{k}) D(\mathbf{k})}_{\frac{1}{4\pi^3}} f(\mathbf{k}) d^3k$$

A Boltzmann - egyenlet:

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \underbrace{\mathbf{k} \cdot \nabla_{\mathbf{k}} f}_{\text{erőtag}} + \underbrace{\mathbf{r} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} f}_{\text{diffúziós tag}} - \underbrace{\left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{\text{collision}}}_{\text{korrekciós tag}} = 0$$

$$f(\mathbf{k}, t) = f^0(\mathbf{k}) + g(\mathbf{k}, t) \quad \text{egyensúlytól eltérés}$$

$$\text{közelítés} \quad \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{\text{coll}} = -\frac{g}{\tau}$$

↑
első állítás m.: relax. idő közelítés

Boltzmann-egyenlet

7.

$$f = f(\underline{k}, \underline{r}, t) \quad \text{elaklásfu.}$$

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \underline{k} \cdot \nabla_{\underline{k}} f + \underline{r} \cdot \nabla_{\underline{r}} f - \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{\text{coll}} = 0$$

• diffúziós tag legyen most zérus: $\underline{r} \cdot \nabla_{\underline{r}} f = 0$

• legyen $f(\underline{k}, t) = f^0(\underline{k}) + g(\underline{k}, t)$ (egyensúlyi + eltérés)

innen: $\frac{\partial g}{\partial t} + \underline{k} \cdot \nabla_{\underline{k}} f = \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{\text{coll}} = -\frac{g}{\tau}$ relax. idő közelítés

$\frac{1}{\tau}$: fotocemixzióból mérhető; adott $\underline{k}$ állapotból időegység alatt kiördülés valószínűsége. Aft.: $\tau = \tau(\underline{k})$

Miért relax. idő?

ha $\underline{k} \cdot \nabla_{\underline{k}} f = 0$ (erőtag zérus): τ relax. idővel tér vissza az egyensúlyi f^0 állapotba:

$$\frac{\partial g}{\partial t} = -\frac{g}{\tau} \rightarrow g(t) = g_0(t=0) e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Stacionárius állapot:

$$\frac{\partial g}{\partial t} = 0 \rightarrow \underline{k} \cdot \frac{\partial f}{\partial \underline{k}} = -\frac{g}{\tau} \quad \frac{\partial f}{\partial \underline{k}} = \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \underline{k}} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathcal{E}}$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \underline{k}} = \hbar \underline{v}(\underline{k}) \leftarrow \underline{v}(\underline{k}) = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \underline{k}}$$

$$f^0 = \frac{1}{e^{\beta(\mathcal{E} - \mu)} + 1}$$

$$\hbar \underline{k} = \underline{p}_{\text{Fermi}} = -e \underline{E}$$

$$\underline{k} \cdot \nabla_{\underline{k}} f = -e \underline{E} \cdot \underline{v}(\underline{k}) \frac{\partial f}{\partial \mathcal{E}} = -\frac{g}{\tau} \rightarrow g = e \underline{E} \underline{v}(\underline{k}) \frac{\partial f}{\partial \mathcal{E}} \tau$$

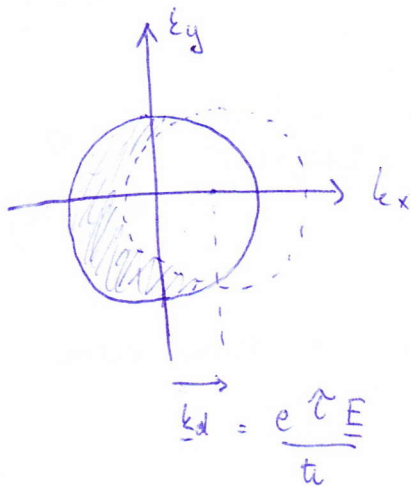
$$f = f^0 + e \underline{E} \underline{v} \frac{\partial f}{\partial \mathcal{E}} \tau \leftarrow \text{mintha } f^0\left(\underline{k} + \frac{e \underline{E} \tau}{\hbar}\right) \text{ lenne}$$

sorfelvetve $\underline{k}$ körül

feltéve, hogy: $f \approx f^0(k + \frac{eE\tau}{\hbar}) \approx f^0(k) + \nabla_k f \cdot (\frac{eE\tau}{\hbar})$

$\Rightarrow f^0(k + \frac{eE\tau}{\hbar})$ a k -terbeli eltoltság $f^0(k)$ -nak

pl. $\underline{E} = (E_x, 0, 0)$



$$v_d = \frac{\hbar k_d}{m^*} = -\frac{eE\tau}{m^*}$$

$$|v_d| = \mu E \rightarrow \boxed{\mu = \frac{e\tau}{m^*}}$$

hasábolva: $j = ne v_d$

$$j = \sigma E$$

$$\boxed{\sigma = \frac{ne^2\tau}{m^*}}$$

Drude modell

Bloch (Boltzmann)

- sok lassú e^- van

- kevés, gyors e^-

- önkis e^- v_d sebesség-
gel mozog

- csak a Fermi-felület közelében
lévő e^- -ok

$$v = v_d; j = ne v_d$$

$$v = v_F$$

$$j = e v_F \frac{n v_d}{v_F}$$

τ okai:

- üzengetők

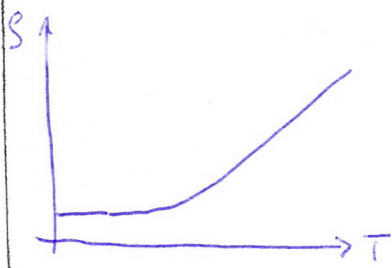
- fononok

- e^- - e^- ücsk, stb.

Mathiessen - szabály

Hogyan adódik össze a kül. hatások járulékai?

$$L_s \text{ ráta adódna össze: } \frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_{e-e}} + \frac{1}{\tau_{e-f}} + \frac{1}{\tau_{se}}$$

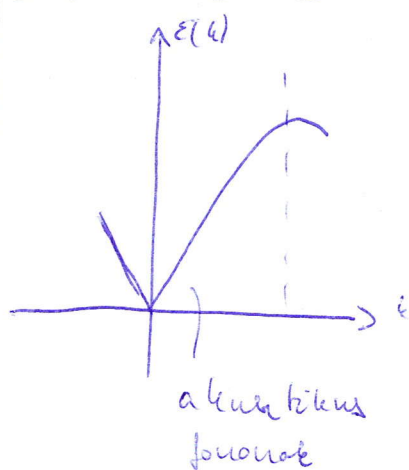


$$\bullet 1/\tau_{se} \approx \text{const.}$$

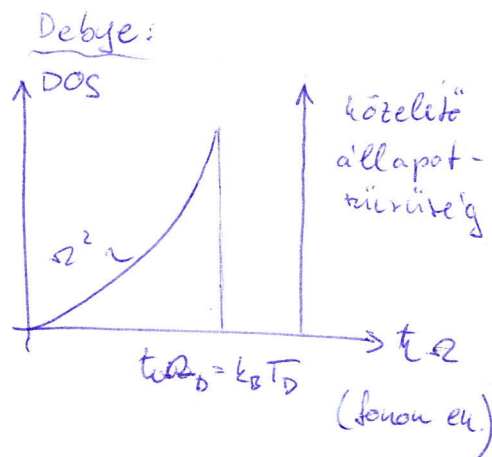
$$\bullet 1/\tau_{e-e} \sim (k_B T)^2$$

$$\bullet 1/\tau_{e-f} \sim \begin{cases} T^5 & T < T^D \\ T & T > T^D \end{cases}$$

T_D - Debye-hőmérséklet



$$\left| \sin\left(\frac{k a}{2}\right) \right|$$



Debye - Einstein: optikai fononok leírása + Dirac-delta

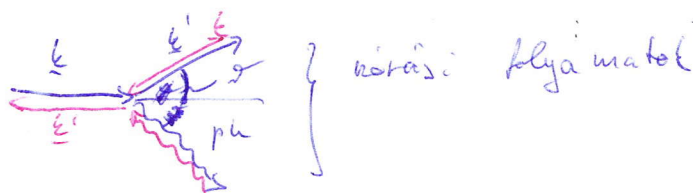
magas hőm. limit: $T \gg T_D$

$$\frac{\hbar}{\tau} = 2\pi k_B T \cdot \lambda \quad (\text{körési sebesség}) \quad \lambda: e-f \text{ csatolási konst}$$

$$\lambda = 0, 1, \dots, 1$$

$$\lambda = 2 \int_0^\infty \frac{d\Omega}{\Omega} \Omega^2 F(\Omega) \quad F(\Omega): \text{fonon DOS}$$

Eliashberg - fo.



előreterelési járuléka: zérus $\vartheta=0$, $1 - \cos \vartheta = 0$

hátsóterelési — " — max $\vartheta=\pi$, $1 - \cos \vartheta = 2$

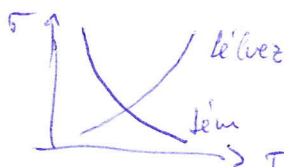
Bloch - Grüneisen - fo

$$\frac{\hbar}{\tau} = 2\pi \lambda k_B T \int_0^{\omega_D} \frac{d\Omega}{\Omega} \left(\frac{\Omega}{\omega_D} \right)^4 \left[\frac{\frac{\hbar \Omega}{k_B T}}{2 \sinh\left(\frac{\hbar \Omega}{k_B T}\right)} \right]^2$$

$$T \rightarrow \infty \quad \int \dots = 1$$

$$T \rightarrow 0 \quad \int \dots \propto T^4 \Rightarrow \frac{1}{\tau} \sim T^5$$

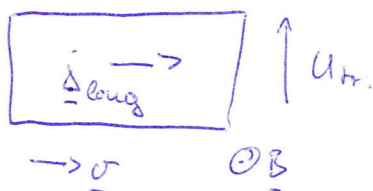
lívez: $\sigma = \frac{ne^2 \tau}{m^*}$



Hall - effektus (klassikus)

61

A



$\vec{F}_{tr}$: Lorentz - erő

$$\vec{F}_{tr} = e \vec{v} \times \vec{B}$$

- belső elektromotikus tér alakul ki

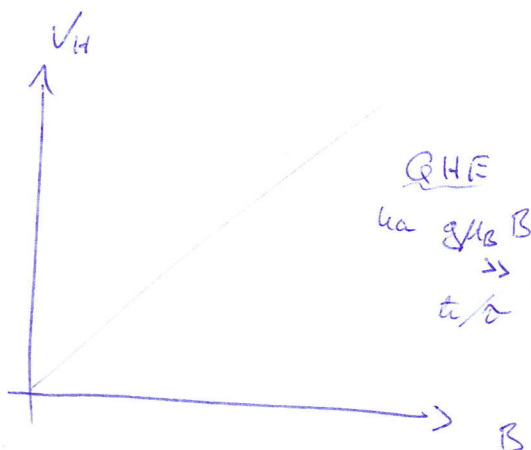
$$\vec{F}_{sz} = -\vec{F}_{tr} = -e \nabla \varphi$$

- Drude - modell

$$\vec{v}_d = \frac{e E \tau}{m^*} \approx \mu E$$

- Hall - fenültség:

$$V_H = \frac{de E \tau}{m^*} \cdot B$$

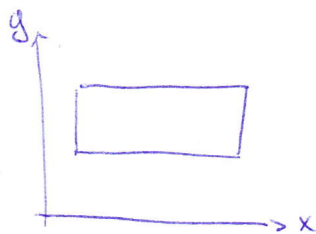


- Hall - ellenállás:

$$R_H := \frac{E_{tr}}{j_{long}} = \frac{v_d \cdot B}{ne v_d} = R_H \cdot B \quad \boxed{R_H = \frac{1}{ne}}$$

- n - töl függ
- előjel

B) Precízebben



$$\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{xx} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} \quad \leftarrow \text{izotop anyagra}$$

$$S_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2} = \frac{m^*}{ne \tau^2} = \frac{1}{npe}$$

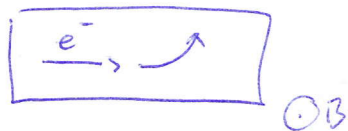
$$S_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2} = \frac{B}{|e| \cdot n}$$

S_{xy} minimál:

$$n = \frac{1}{|e| \cdot \left(\frac{\partial S_{xy}}{\partial B} \right)_{B=0}}$$

$$\mu = \left(\frac{\partial S_{xy}}{\partial B} \right)_{B=0} \cdot \frac{1}{S_{xx}}$$

Hágyeres ellenállás



- e^- -nek τ ideje van, de B elgörsít a pályáját

• sebesség: $\underline{v} = \underbrace{\mu(\underline{v} \times \underline{B})}_{\text{Lorentz}} + \underbrace{\underline{E}}_{\text{statikus}}$

$$\underline{v} = \frac{\mu}{1 + \mu^2 B^2} \left[\underline{E} + \mu \underline{E} \times \underline{B} + \mu^2 \underline{B}(\underline{E} \cdot \underline{B}) \right]$$

ellenállás:

$$R(\sigma) = \frac{R(B=0)}{1 + (\mu B)^2}$$

megj.: $\underline{v} = \dots$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} \mu(\underline{v} \times \underline{B} + \underline{E}) \times \underline{B} \\ \mu(\underline{v} \times \underline{B} + \underline{E}) \cdot \underline{B} \end{cases}$$

Elektronen transport

2017.11.08.

8.

$$\underline{j} = -e \int \frac{d^3k}{4\pi^3} f(\underline{k}) \underline{v}(\underline{k})$$

$f(\underline{k})$: Boltzmann-gleichgewicht
istwert

$$\underline{j} = -e^2 \int \frac{d^3k}{4\pi^3} \left(\frac{\partial f^0}{\partial \epsilon} \right) \tau(\underline{k}) (\underline{v}(\underline{k}) \underline{E}) \underline{v}(\underline{k}) =$$

$$f = f^0 + e \frac{\partial f^0}{\partial \epsilon} \underline{v} \cdot \underline{E} \tau$$

$$= -e^2 \int \frac{d^3k}{4\pi^3} \frac{\partial f^0}{\partial \epsilon} \tau(\underline{k}) (\underline{v}(\underline{k}) \underline{E}) \underline{v}(\underline{k}) \int d\epsilon \delta(\epsilon - \epsilon(\underline{k})) =$$

$$= e^2 \int d\epsilon \left(-\frac{\partial f^0}{\partial \epsilon} \right) \int \frac{d^3k}{4\pi^3} \delta(\epsilon - \epsilon(\underline{k})) \tau(\underline{k}) (\underline{v}(\underline{k}) \circ \underline{v}(\underline{k})) \underline{E}$$

$$\frac{1}{e^2} \underline{\sigma}(\epsilon)$$

$$\underline{j} = \int d\epsilon \left(-\frac{\partial f^0}{\partial \epsilon} \right) \underline{\sigma}(\epsilon) \underline{E}$$

Drucke: $\sigma = \frac{ne^2 \tau}{m}$

Isotherm eset: $\underline{v}_x \circ \underline{v}_x$ ergeben elem: $\sigma_x^2 = \frac{1}{3} \sigma_k^2$

erzel $\sigma = e^2 \int \frac{d^3k}{4\pi^3} \left(-\frac{\partial f^0}{\partial \epsilon_k} \right) \tau(\underline{k}) \frac{1}{3} \sigma_k^2 =$

$$\int \frac{d^3k}{4\pi^3} \rightarrow \int d\epsilon D(\epsilon) = \frac{2e^2}{3m^*} \int_{\epsilon_c}^{\infty} \tau(\epsilon) \left(-\frac{\partial f^0}{\partial \epsilon} \right) (\epsilon - \epsilon_c) D_c(\epsilon) d\epsilon$$

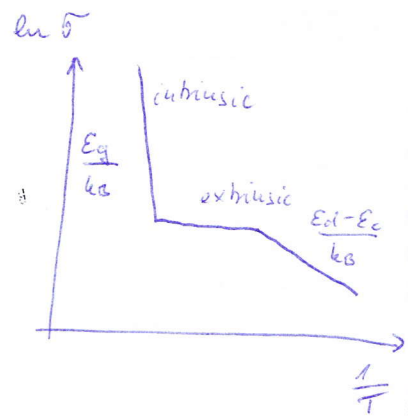
$$D_c(\epsilon) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{\epsilon - \epsilon_c}$$

$$f^0(\epsilon) = \frac{1}{e^{\beta(\epsilon - \mu)} + 1} \approx e^{-\beta(\epsilon - \mu)} = e^{-\beta(\epsilon_c - \mu)} e^{-\beta(\epsilon - \epsilon_c)}$$

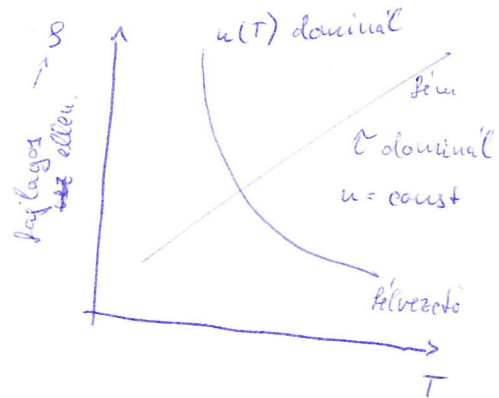
ϵ_c —
 μ - - -
 ϵ_d —
 ϵ_v —

$$\sigma = \frac{e^2 4k(T)}{3m^* \sqrt{\pi}} (k_B T)^{-5/2} \int_{\epsilon_c}^{\infty} e^{-\frac{\epsilon - \epsilon_c}{k_B T}} \tau(\epsilon) (\epsilon - \epsilon_c)^{3/2} d\epsilon$$

$$n(T) = \frac{1}{4} \left(\frac{2m^* k_B T}{\pi \hbar^2} \right)^{3/2} e^{-\beta(\epsilon_c - \mu)}$$



VÖ:



Termoelektromos jelenségek

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \underbrace{\vec{k} \cdot \nabla_k f}_{\text{hálózati}} + \underbrace{\vec{r} \cdot \nabla_r f}_{\text{diffúzió}} = - \frac{g}{\tau}$$

Tapasztalat szerint: ∇T áramot hoz létre (Seebeck-eff)

$\vec{j} \rightarrow \vec{j}_q$ hőáramot hoz létre (Peltier-eff)

megoldás volt: $f = f^0 + e^{\tau} \sigma(k) E \left(\frac{\partial f^0}{\partial \epsilon} \right)$

$f = f(k, r, t)$ helyett: $f = f(k, r, t, \mu, T)$

ha μ és T hely függő, és a diffúziót elhanyagoljuk

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \vec{k} \cdot \nabla_k f + \mu \frac{\partial f}{\partial \mu} + \vec{r} \cdot \nabla_r f = \frac{\partial f}{\partial t} + \vec{k} \cdot \nabla_k f + \vec{r} \cdot \nabla_r f$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{k} \cdot \nabla_k f + \vec{r} \cdot \nabla_r f = \vec{r} \cdot \nabla_r f$$

$$= \frac{\partial f}{\partial t} + \vec{k} \cdot \nabla_k f + \vec{r} \cdot \nabla_r f + \vec{r} \cdot \nabla_r f \frac{\partial f}{\partial T}$$

$$x = \frac{\epsilon - \mu}{k_B T}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \mu} = - \frac{\partial f}{\partial \epsilon} ; \quad \frac{\partial f}{\partial T} = \frac{\partial f}{\partial \epsilon} \cdot \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial T} = \frac{\partial f}{\partial \epsilon} \cdot k_B T \left(- \frac{\epsilon - \mu}{k_B T^2} \right) = - \frac{\partial f}{\partial \epsilon} \cdot \frac{\epsilon - \mu}{T}$$

A teljes megoldás:

$$f = f^0 + \tau \left(-\frac{\partial f^0}{\partial \epsilon} \right) \underbrace{\psi(\underline{k})}_{\text{ero}} \left[-e \underline{E} - \underline{\nabla} \mu + \frac{\epsilon - \mu}{T} (-\underline{\nabla} T) \right]$$

következő: $\underline{\nabla} T$ is csinal áramot ($\underline{j}_T$)

$-e \underline{E} - \underline{\nabla} \mu$ is csinal hőáramot ($\underline{j}_q$)

rétegszámla: $\underline{j}_n = \int \frac{d^3 k}{4\pi^3} \psi(\underline{k}) f(\underline{k})$

töltésáram: $\underline{j} = -e \int \frac{d^3 k}{4\pi^3} \psi(\underline{k}) f(\underline{k})$

energiaáram: $\underline{j}_E = \int \frac{d^3 k}{4\pi^3} \epsilon(\underline{k}) \psi(\underline{k}) f(\underline{k})$

hőáram: $T dS = dE - \mu dn$

entropia áram: $T \underline{j}_S = \underline{j}_E - \mu \underline{j}_n$

$$\underline{j}_q = \int \frac{d^3 k}{4\pi^3} [\epsilon(\underline{k}) - \mu] \psi(\underline{k}) f(\underline{k})$$

f -et beírva $\underline{j}$ az áramokba:

$$\underline{j} = K_0 \left(\underline{E} + \underline{\nabla} \mu \frac{1}{e} \right) + K_1 \left(-\frac{\underline{\nabla} T}{T} \right)$$

$$\underline{j}_q = -K_1 \left(\underline{E} + \frac{\underline{\nabla} \mu}{e} \right) + K_2 \left(-\frac{\underline{\nabla} T}{T} \right)$$

$$K_0 = \sigma = e^2 \int \frac{d^3 k}{4\pi^3} \left(-\frac{\partial f^0}{\partial \epsilon} \right) \psi(\underline{k}) \frac{1}{3} v_k^2$$

$$K_1 = \frac{1}{e} \int d\epsilon \left(-\frac{\partial f^0}{\partial \epsilon} \right) \psi(\epsilon) (\epsilon - \mu)$$

Onsager - relációk

Példák:

Fourier tör. hővezetése: $\underline{j}_q = -\kappa \underline{\nabla} T$
 $\underline{j} = 0$

B.E.: $\kappa_0 \left(\underline{E} + \frac{\underline{\nabla} \mu}{e} \right) = \kappa_1 \left(-\frac{\underline{\nabla} T}{T} \right)$

innen: $\kappa = -\frac{\kappa_1^2}{\kappa_0 T} - \frac{\kappa_2}{T}$

Seebeck-eff.: $\underline{E} \neq 0$ $\underline{\nabla} T \neq 0 \rightarrow \underline{j} \neq 0$

vagy ha $\underline{j} = 0$, $\underline{\nabla} T \neq 0 \rightarrow \underline{E} \neq 0$
 nem folyik áram (termopár)

$\left(\underline{E} + \frac{\underline{\nabla} \mu}{e} \right) = S \underline{\nabla} T$
 $\uparrow$ Seebeck-ef.

$\underline{j} = 0 \rightarrow S = -\frac{1}{eT} \frac{\kappa_1}{\kappa_0}$

Peltier-eff.: $\underline{j} \neq 0$, $\underline{\nabla} T = 0 \rightarrow \underline{j}_q \neq 0$

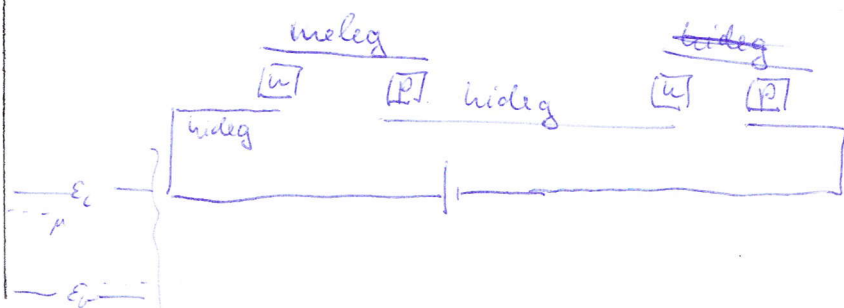
$\underline{j}_q = \pi \underline{j}$ π -re Peltier-ef. egyenlet

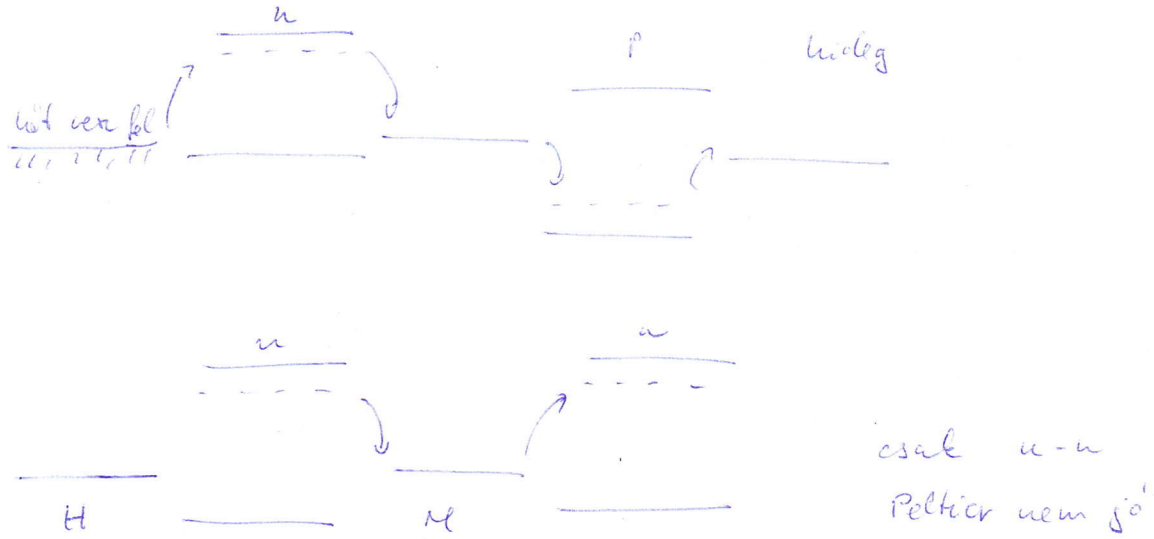
$\underline{j}_q = -\frac{\kappa_1}{\kappa_0} \underline{j}$

kijön: $\pi = S \cdot T$
 kelvin öf
 (ousagen)

Peltier - effektus

nagy $\underline{\nabla} \mu$ his hővezetése





jósági tényező maximális ha áram nem pontfaktól
sorosan, hőáram nem pontfaktól párhuzamosan

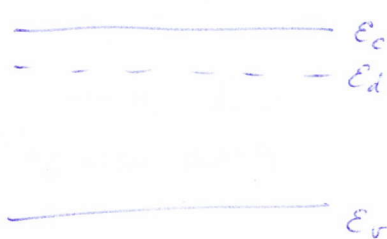
csak I_p v. I_n is mutat Peltier-t

2017. 11. 14.

Diffúziós jelenségek

3.

töltéshordozó keltés : termikusán, fényes
rekombináció : R (ráta)



n típusú félvezető

többségi }
kisebbségi } töltéshordozó

$$n: n_0, p_0 : n_0 \gg p_0 \neq 0$$

$$p: n_0, p_0 : p_0 \gg n_0 \neq 0$$

intrinsic esetben: $n = p$ (töltésemlegesség)

$$n = p = n_i(T) = 2 \left(\frac{k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} (m_e^* m_h^*)^{3/4} \exp \left\{ - \frac{E_g}{2k_B T} \right\}$$

$n \cdot p = n_i^2(T)$ tömeghatás tör. (Mass law action)

igaz extrinsic esetben is

ha nemegyensúlyi n és p van, τ_n és τ_p (é- és lyuk)
rekombinációs élettartam

$$(\tau_n, \tau_p) \gg \tau_{momentum}$$

Kontinuitási egyenletek

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} - \frac{1}{e} \nabla \cdot \underline{j}_n &= + \frac{p - p_0}{\tau_p} \\ \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{e} \nabla \cdot \underline{j}_p &= - \frac{p - p_0}{\tau_p} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &n \text{ típusú félvezető} \\ &n \text{ és } p \text{ kontinuitási egyenlete} \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{e} \nabla \cdot \underline{j}_p &= + \frac{n - n_0}{\tau_n} \\ \frac{\partial n}{\partial t} - \frac{1}{e} \nabla \cdot \underline{j}_n &= - \frac{n - n_0}{\tau_n} \end{aligned} \right\} \text{ p típusú félvezető}$$

Térbeli egyenlőség:

Drift

$$\underline{j} = n e \mu \underline{E} = n e \mu \underline{E}$$

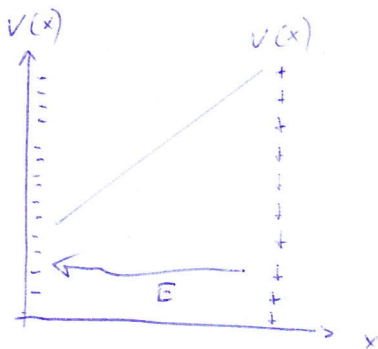
$$\underline{j}_{\text{drift}} = n e \mu \nabla V$$

Diffúziós áram

$$\underline{j}_n = -D \nabla n \quad \text{elektronáram}$$

$$\underline{j}_{\text{diff}} = -e \underline{j}_n = e D \nabla n$$

diffúziós áram



stac. esetben:

$$\underline{j}_{\text{drift}} + \underline{j}_{\text{diff}} = 0$$

$$0 = -n e \mu \nabla V + e D \nabla n$$

$$n(x) = n_0 \exp \left\{ \frac{E_0 - \mu - e V(x)}{k_B T} \right\}$$

$$\nabla n = \frac{\partial n}{\partial V} \nabla V = n(x) \cdot \frac{e}{k_B T} \cdot \nabla V$$

összeírva:

$$\mu_n = \frac{e}{k_B T} D$$

Einstein-reláció

Diffúziós hossz:

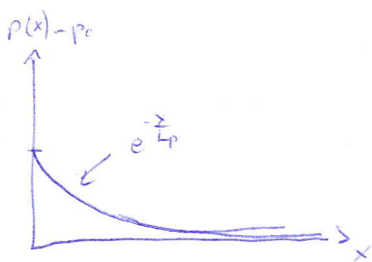
p-típusú anyagba n-típusú félvezetőbe
statisztikus eset

hosszabb régió $\rightarrow \frac{1}{e} \nabla \dot{p} = - \frac{p - p_0}{\tau_p}$
teljesen hirtelen

$$\dot{p} = -e D_p \nabla p$$

$$\Delta p = \frac{1}{D_p \tau_p} (p - p_0)$$

$$p(x) = p_0 + [p(x=0) - p_0] e^{-\frac{x}{L_p}} \quad L_p = \sqrt{D_p \tau_p}$$

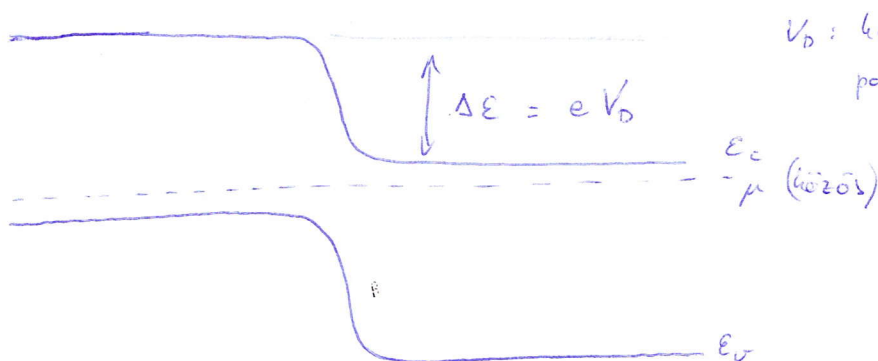
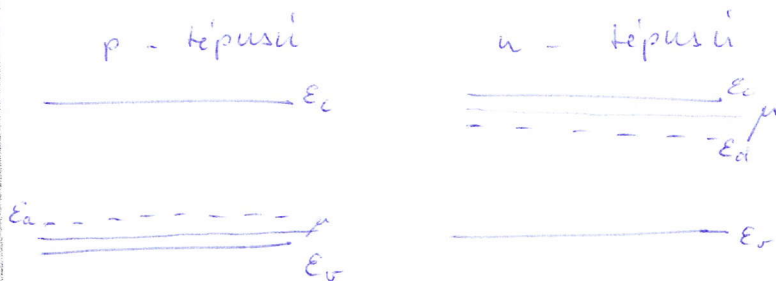


L_p : rekombinációs hossz

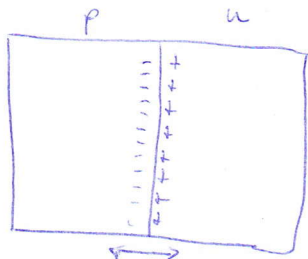
$L_p \approx 10 - 100 \mu\text{m}$ (de akár

1mm is lehet nagyon tiszta,
enyhén doped félvezetőben)

p-n átmenet



V_0 : kontakt- (diffúziós)
potenciál



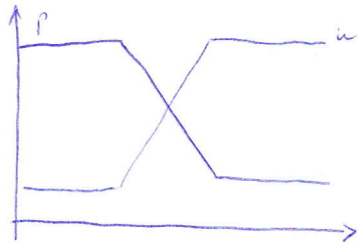
kiürített
réteg (minél nagyobb töltéshordozó)

$\leftarrow E$ felépített el. tér

kiürített réteg magyarázata:

$$-en \mu_n E + e D \nabla n = 0$$

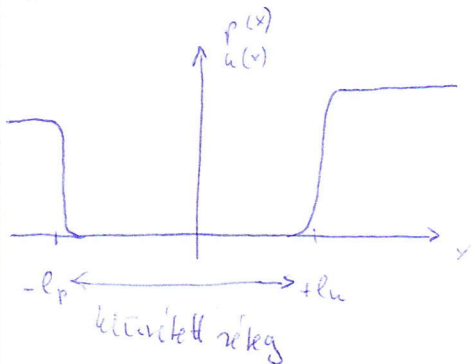
térbeli eloszlás:



elektromos tér:

$$E \approx 10^4 \dots 10^6 \frac{V}{cm} \approx 10^6 \dots 10^8 \frac{V}{m}$$

Schottky közelítés

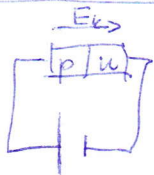


$$\text{semilegesség: } p \bar{n} = n \bar{p}$$

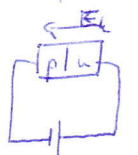
$p \approx n_a$, $n \approx n_d$ ionizált
adatközlők

$e \approx$ néhány 10^{10} cm^{-3} (semleges közeg
 $L_0 - k_{02}$)

p-n átmenet feszültség alatt



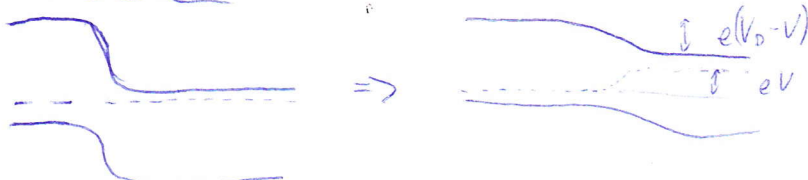
csökken a kiürített réteg mivel E_k ellentétes
a külső E_k térrel nyitó



zárt

E_k tovább építi a kiürített réteget

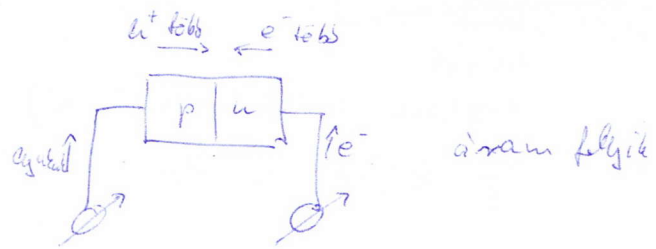
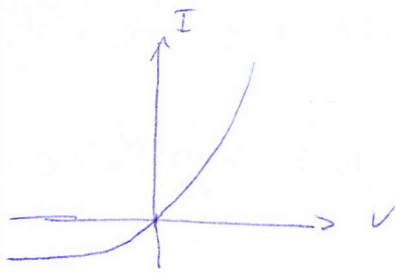
energiaséma



lezárási irányba $-I_c$ áram, teljes karakteristika

$$I(V) = I_c \left(e^{\frac{eV}{k_B T}} - 1 \right)$$

Schockley - eff.



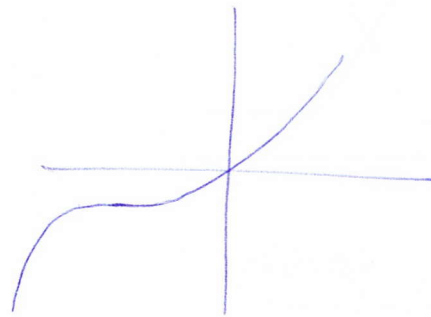
lavinás letörés

zártkörnyezetben nagy E

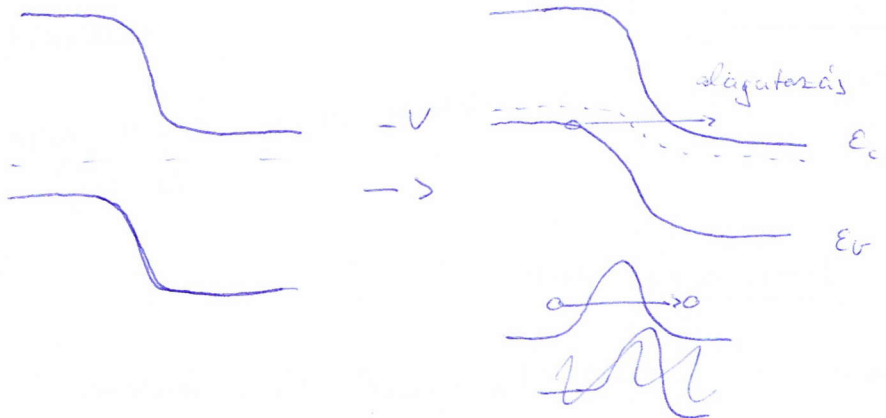
termikususan gerj. sebességi

költségek $\rightarrow$ nagy energiájú

$\rightarrow$ további sebességi növekedés



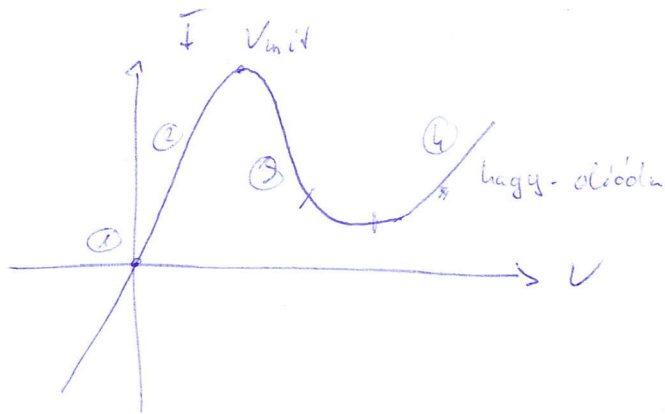
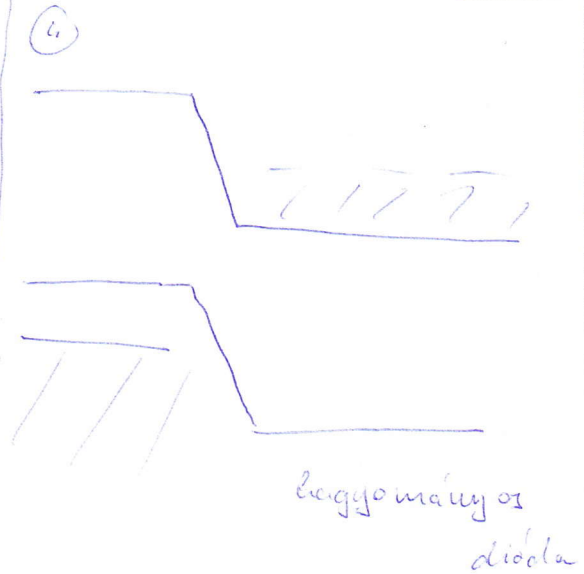
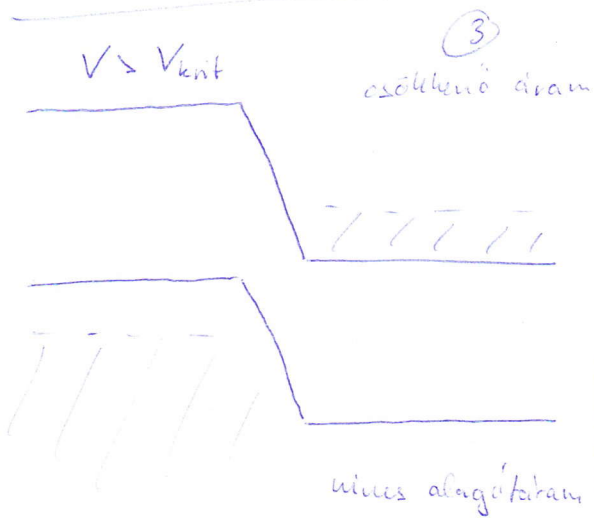
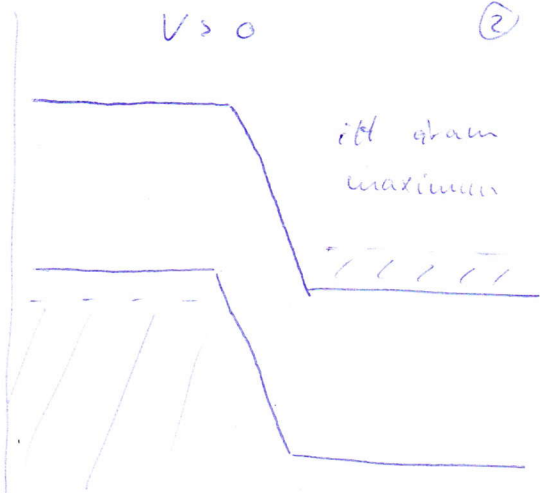
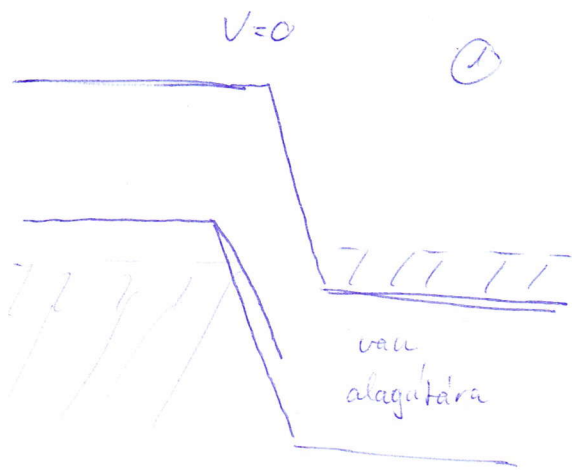
Zener - effektus



Alagút dióda (Esaki)

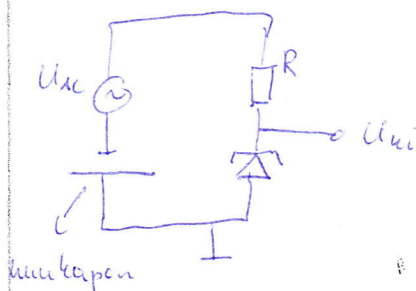
deg. félvezető (μ a szilikonban van)





for. erősítés (oscillator)

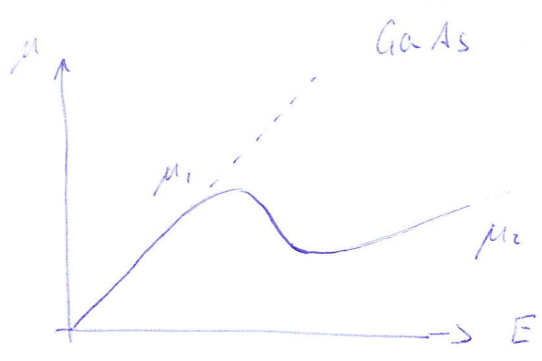
$$\frac{dI}{dV} = -\frac{1}{r}$$



$$U_{ac} = U_{ac} \cdot \frac{-r}{R-r} = U_{ac} \cdot \frac{r}{r-R} > U_{ac}$$

$$U_{ac} R < r$$

Gunn - dióda



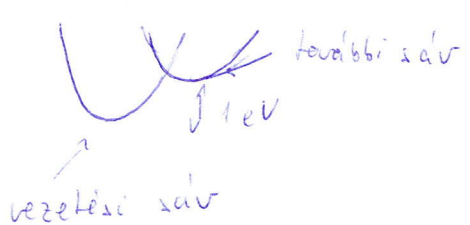
$$j = n E v$$

$$\sigma = \mu E$$

ke több sávra

$$j = (n_1 e \mu_1 + n_2 e \mu_2) E$$

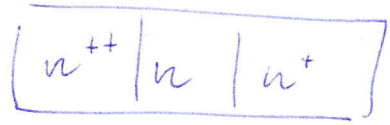
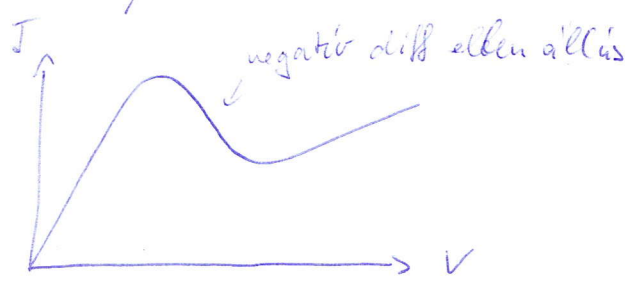
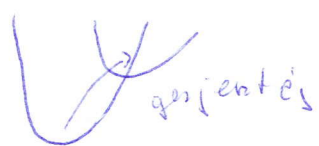
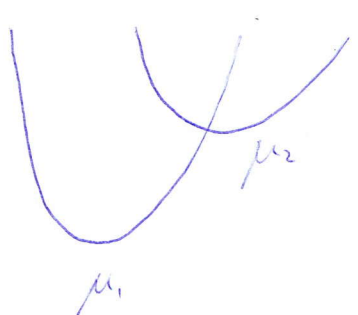
Sávkészlet



kis elektronos töre

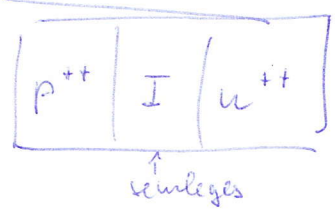


nagy el. töre



nem junction miatti
effektus

PIN dióda



$$\sigma \approx \Rightarrow [p | n]$$

nagyobb letézési f. (f. = frekvencia)

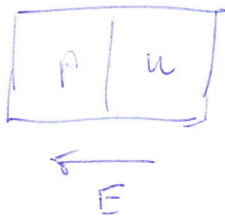
nagyobb egyenirányító

alacsony kapacitás => nagy sebességű kapcsoló (mikrohallám)

Varaktor dióda



zárvány



töltések, kapacitás

nagy záróir. ten.:
kis kapacitás

kis záróir. ten.:

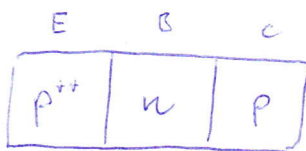
nagy kapacitás

ten. vezérelt kondenzátor

$$C \sim \frac{1}{\sqrt{V_{záró}}}$$

Bipoláris tranzistor

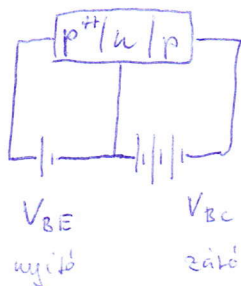
BST: bipolar junction transistor



Emitter

Base

Collector



V_{BE}

vez.

V_{BC}

záró

$$bázis < L_{diff}$$

diff. hossz

$$BST \neq p_n + n_p !$$

B-ban kisebbségi töltéskondenzáció

B-ban kis rekombináció

lyuk típusú áram

$n_{pn} = \text{töltés felfűtött}$

$E \rightarrow B$ áram: V_{BE} -től függ (kisebbségi rekombináció)

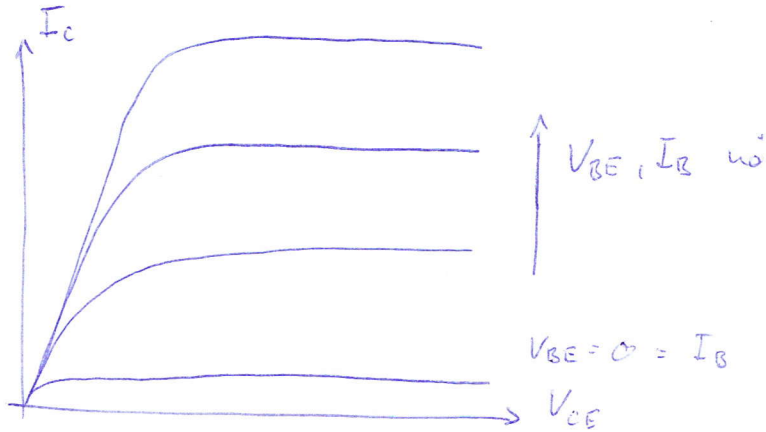
$$I_{EC} \gg I_B$$

n_p záróirányú: lehetetlen nagy E + V_{BC}

nagy E ártópr. a p töltéseket C-ba

I_C függ V_{BE} , de $V_{BE} \sim I_B$

$\frac{I_C}{I_B} = \beta \sim 10 \dots 100$ áramerősítési tényező
 ami van optimalitása a tranzistor

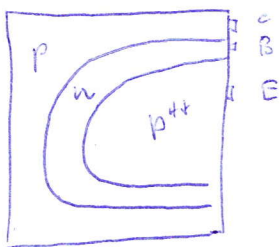


telítés $\rightarrow$ el. „átöprés” eredménye

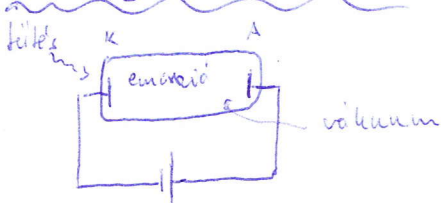
két viselkedés: kapcsoló: TTL (tranzistor-logika)

, erősítő: V_{CE} adott értéknél nagyobb $I_C \sim I_B$

megvalósítás:

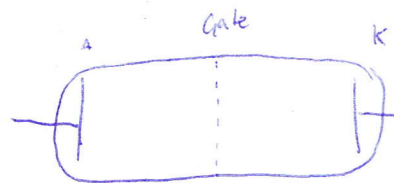


Analógia: e⁻ csövek



dióda 1904

egyenirányító

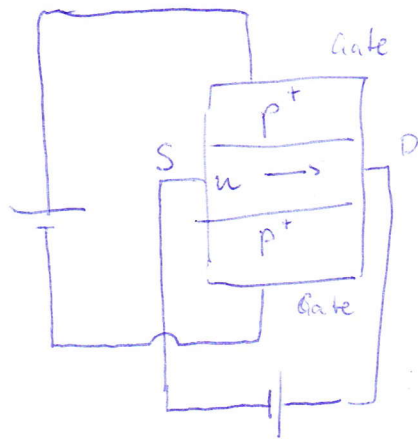


dióda
1906

gate - kC lehet vezérelni
az áram

gate: kicsi áramot vesz fel
 $\Rightarrow$ nagy áramerősítés

JFET junction field effect transistor



Source
Drain

létszámú töltéshordozó

vezérlés a negatív

tér $\rightarrow$ terelés

vezetési csatorna

$V_{GS} < 0$

JFET

nagy vezérlő imped.

$I_G = 0$

digitális

kapcsolásra (nem folyik áram)

BJT

kis vez. imp.

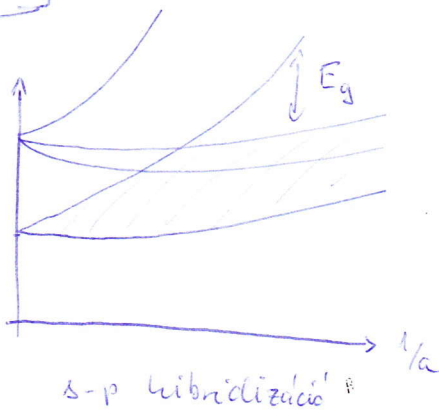
analóg erősítőnek jó

nem jó digitális alkalmazásra

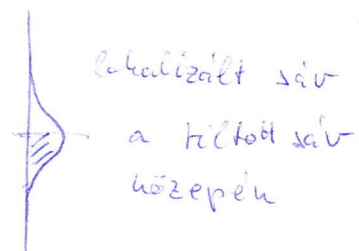
Felületi állapotok

SC

valószínű hullámok változik $\leftarrow$ ugrik a potenciál

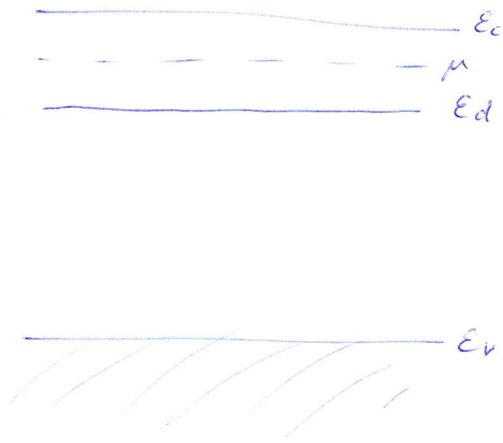


$\longleftrightarrow$

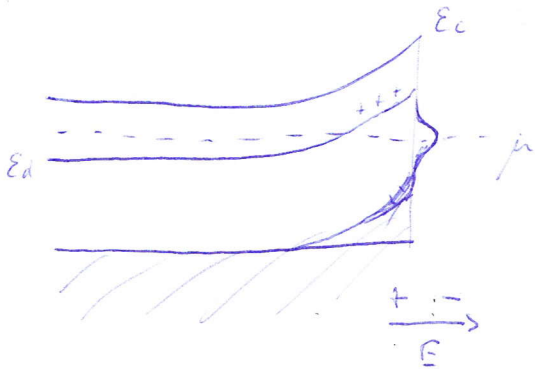
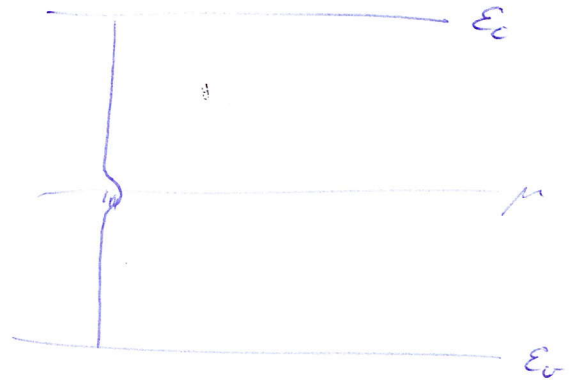


atomi állapot a felületen

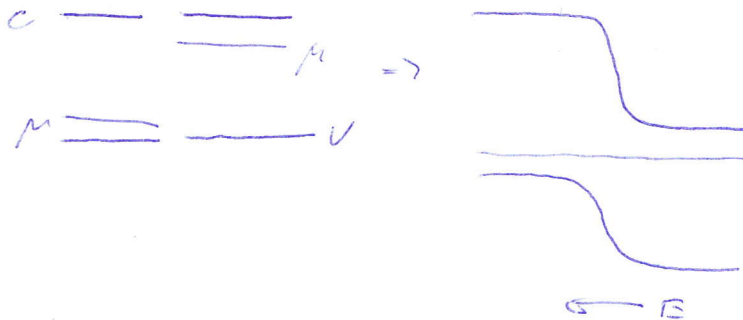
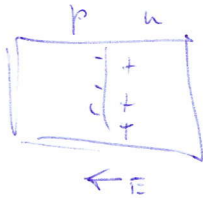
bulk (törési)



felület

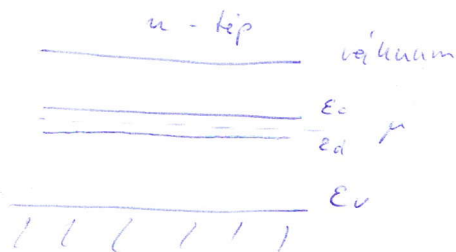
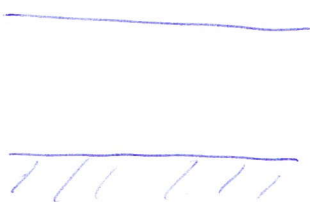


ionos utólag felületénél
konzentrált
felületi töltés

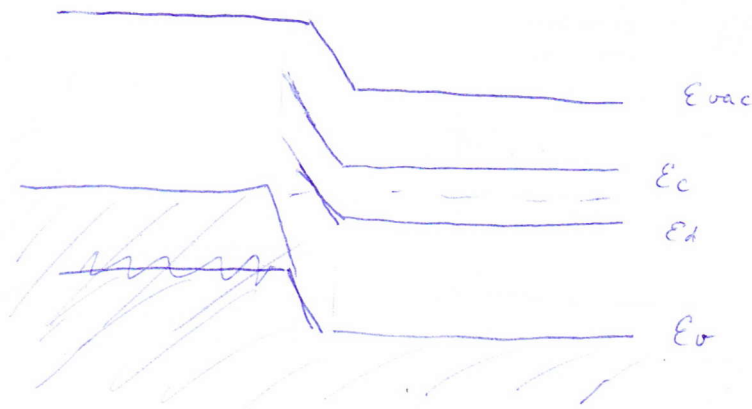


Schottky gát

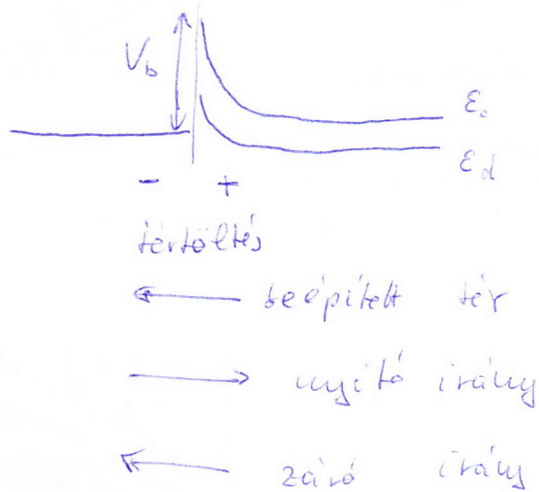
film



inverzákven

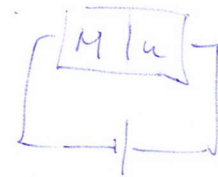
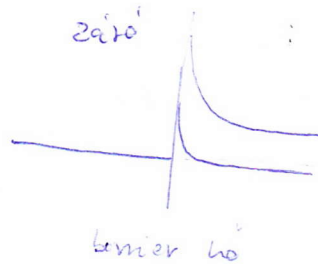
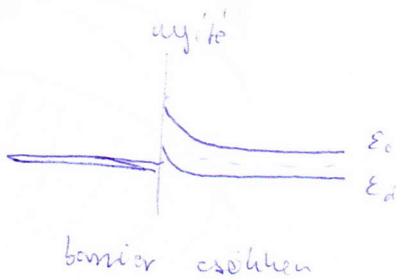


Schottky



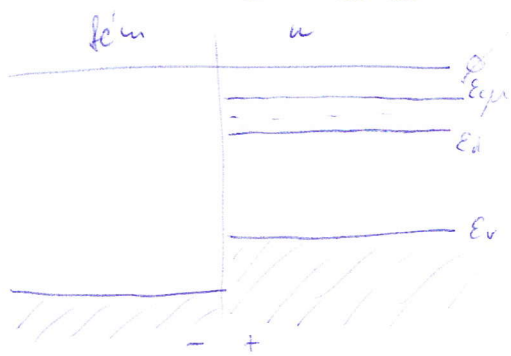
V_b : barrier, hangolható
hőmtől függ

$\uparrow \Phi$ kilépési munka
ezzel hangolható

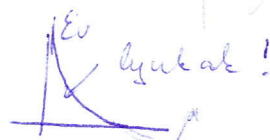
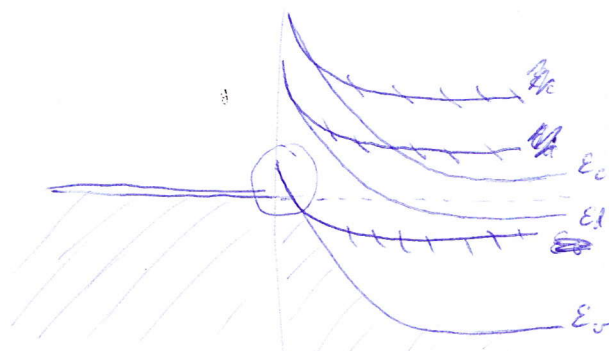


- Schottky barrier előnye:
- hangolható
 - kicsi terjedelmi
 - többségi töltésh.
 - gyorsabb (többségi töltésh.)
 - kisebb ~~ter~~ fogyasztás

ha Φ nagy a félben



sárelhajlás

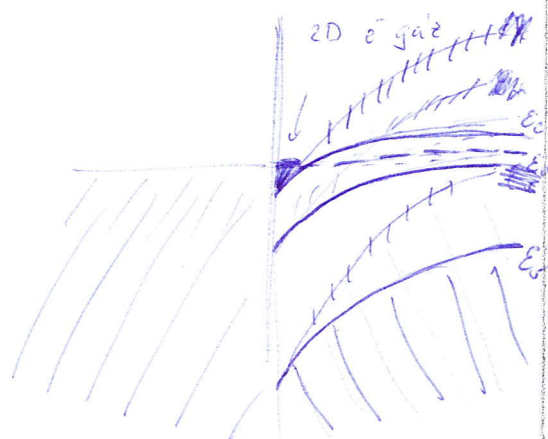
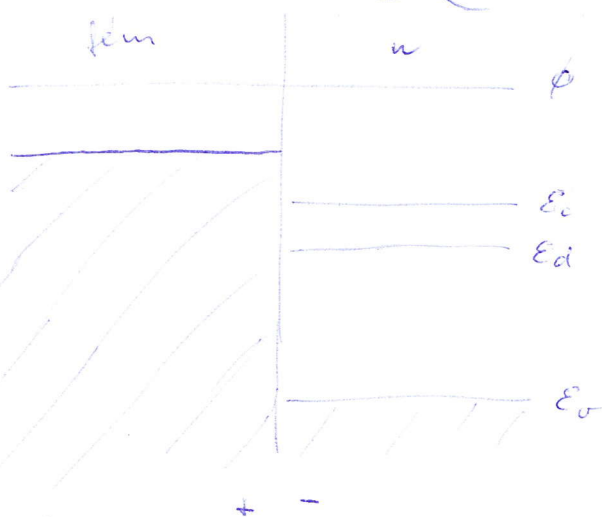


javítás:
 E_c, E_i, E_v
 egyjegy ködölle
 a közös
 szinten
 kell legyen!

2D lyuk gáz n típusú félvezetőben

inverziós réteg

ha Φ kicsi a félben



exzitációs réteg

Általános érintkezés: erős dipolár

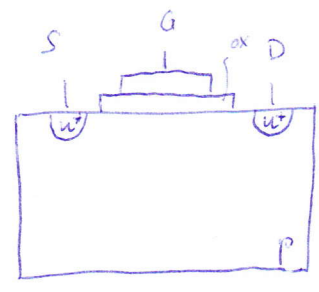
$$N_d \cdot e = \text{térföldés}$$

↑
 átmenet vastagsága

ha N_d nagy e kicsi

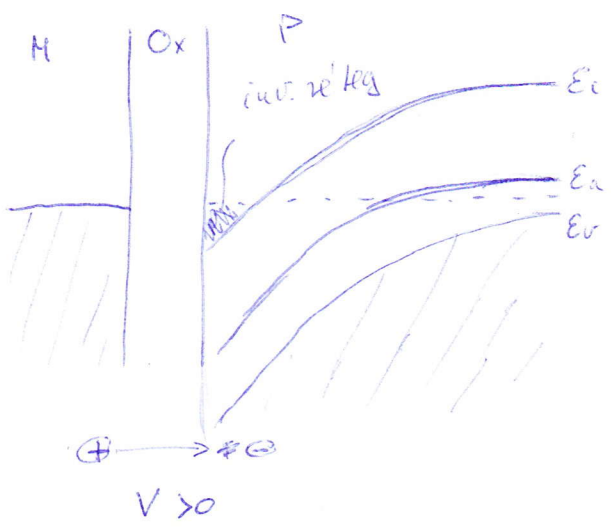
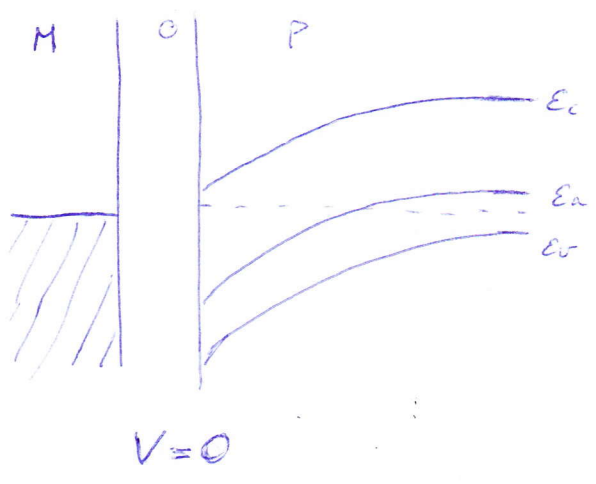
MOSFET (metal - oxide - field effect transistor)

11.

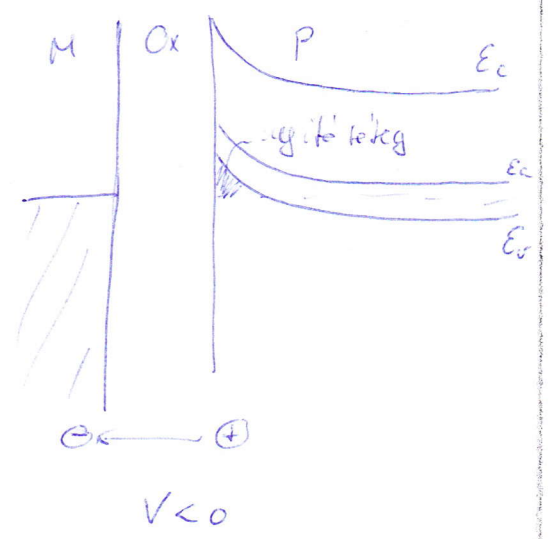


$V_G > 0 \rightarrow$ lyukak felrakása $\rightarrow e^-$ csatorna alakul ki $\rightarrow I_{SD} > 0$

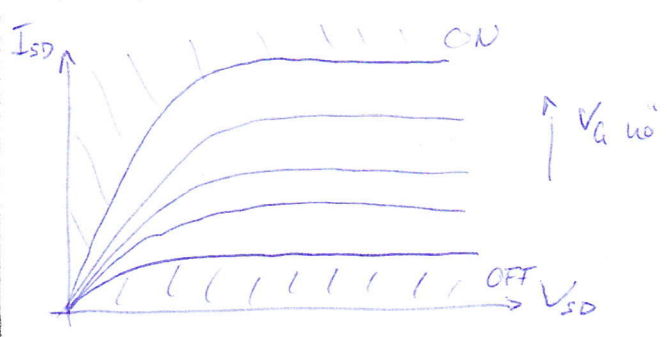
$V_G < 0 \rightarrow e^-$ -ek felrakása $\rightarrow$ semmi lyukak töltés $\rightarrow I_{SD} = 0$



e^- típusú vez. csatorna
n. tip. felrakódás közt



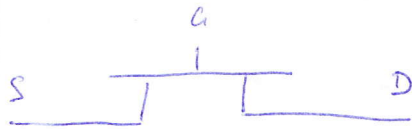
e^- típusú vez. p. tip. vez.
ak. n. tip. felrakódás közt



$I_{SD} \sim V_G$: erősítő
nagy impedanciája

$\frac{ON}{OFF} \sim V_G$ - től függ.

CMOS (complementary MOS)



nagy fogvatás

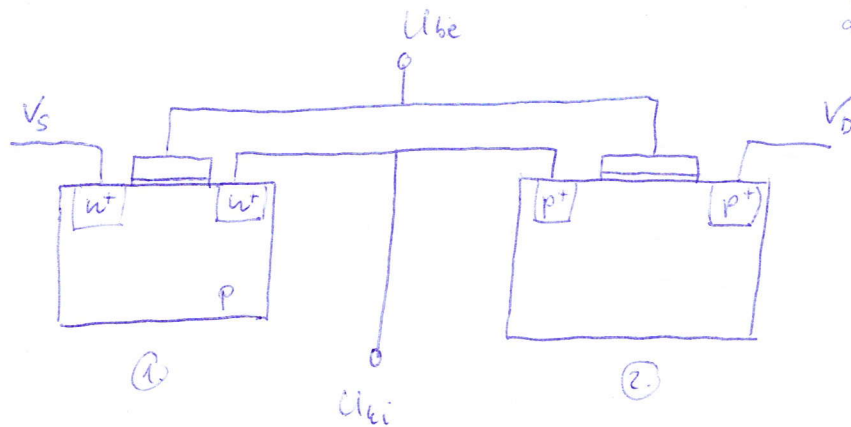
megoldás: p, n típus

MOSFET egymás

mellett

mindig zár, de

állapota ismét



$U_{be} > 0$ (magas) : ① nyitva, ② zárva $U_{ui} = V_S$

$U_{be} < 0$ (alacsony) : $U_{ui} = V_D$

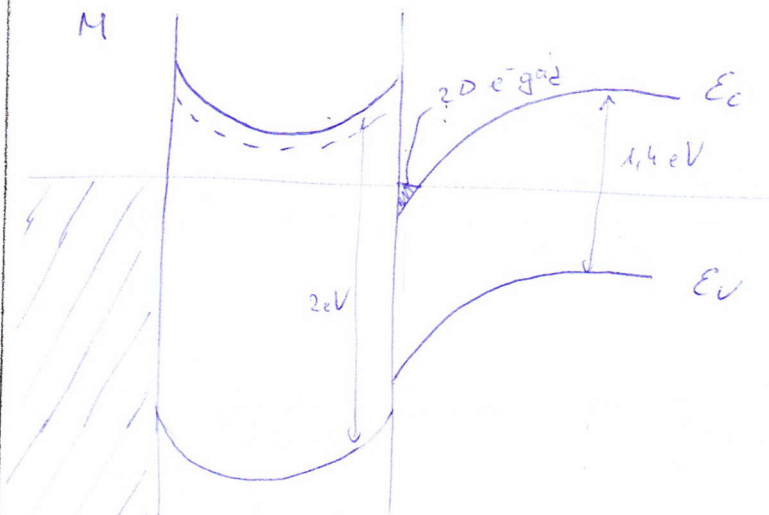
inverter = egyidejűleg

áram csak kapcsoláskor folyik

Heterostructure, modulation doping, band-gap engineering

1. töltéslendelőző jelleg: $n-p$
2. heterostructure $sem - sem$
3. Field-effect
4. Heterostructure $\rightarrow$ kaszuli rácsáll. félvez.; külön gap

$Al_{0.4}Ga_{0.6}As$ 2 eV } rácsáll. eltérés 1%
 $GaAs$ 1.4 eV



• vezeték mobilitása
nagy GaAs-ban
(nagy τ , mincsenél
koncentráció)

• HEMT: high
electron mobility
transistor

Si dopant
 $Al_{0.4}Ga_{0.6}As$
gyenge donorimpuritás

híres GaAs • $\sigma = \frac{n e^2 \tau}{m^*}$

n nagy τ nagy

ellentmond általánosan

Férfezető optikai tulajdonságai

DC Drude

$$m^* \dot{v} = -eE - \frac{m^* v}{\tau} \rightarrow j = n e v_D = \sigma E \quad v = \mu E$$

$$\sigma_{DC} = \frac{n e^2 \tau}{m^*}$$

AC Drude

$$m^* \dot{v} = -eE - \frac{m^* v}{\tau} \quad E = E_0 e^{-i\omega t}$$

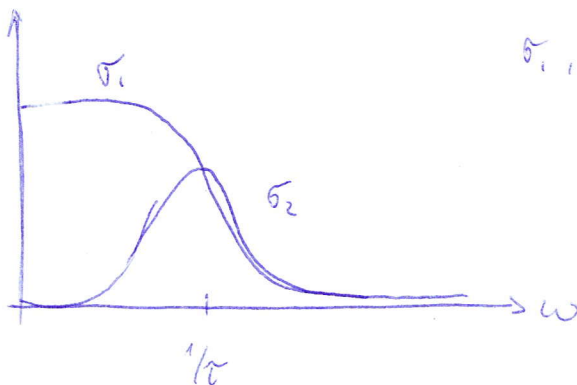
Ansatz: $v = v_0 e^{-i\omega t}$

$$m^* v_0 (-i\omega) = -eE_0 - \frac{m^* v_0}{\tau}$$

$$\sigma_{AC}(\omega) = \frac{n e^2 \tau}{m^*} \frac{1}{1 - i\omega\tau} = \sigma_1(\omega) + i\sigma_2(\omega)$$

$$\frac{1}{1 - i\omega\tau} = \frac{1 + i\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2} \rightarrow \sigma_1(\omega) = \sigma_{DC} \cdot \frac{1}{1 + \omega^2\tau^2}$$

$$\sigma_2(\omega) = \sigma_{DC} \frac{\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2}$$

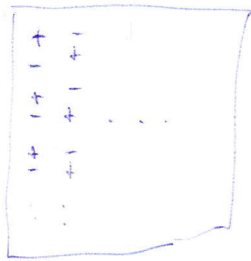


σ_1, σ_2 (Hilbert transformiert)
Kramers - Kronig

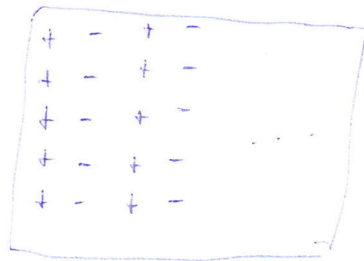
$$\sigma_1(\omega) = -\frac{1}{\pi} P \int \frac{\sigma_2(\omega')}{\omega - \omega'} d\omega'$$

$$\sigma_2(\omega) = +\frac{1}{\pi} P \int \frac{\sigma_1(\omega')}{\omega - \omega'} d\omega'$$

Plasma oscil·lació



un val, ha



rembeles
plasma

$\longleftrightarrow$
 x
separació

$$\begin{array}{c} + \\ + \\ + \\ + \end{array} \begin{array}{c} - \\ - \\ - \\ - \end{array} \rightarrow \int E dA = \frac{Q}{\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{Q}{A\epsilon_0}$$

$$Q = \rho V = e \cdot n_e \cdot A \cdot x \quad [n_e] = \frac{1}{m^3}$$

$$E = \frac{e n_e x}{\epsilon_0}$$

$$F = -eE = -\frac{n_e e^2 x}{\epsilon_0}$$

e^- na l'atò en

$$m \ddot{x} = -\frac{n_e e^2}{\epsilon_0} x \rightarrow \boxed{\omega_p^2 = \frac{n_e e^2}{\epsilon_0 m}} \quad \text{plasma-freqüència}$$

plasma oscil·lació
moza. eggeuete

$$\omega_{pe}^2 = \frac{n e^2}{m \epsilon_0} \quad \left[\frac{A^2 s^2 m^2 V m}{m^3 V A s s^2 A s} = \frac{1}{s^2} \right]$$

$$\sigma_{DC} = \epsilon_0 \omega_{pe}^2 \tau$$

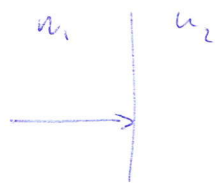
$$\text{all: } \sigma_{AC} = \sigma_{DC} \left(\frac{1}{\omega^2 \tau^2 + 1} + \frac{i \omega \tau}{\omega^2 \tau^2 + 1} \right)$$

$$\frac{1}{\tau} \sim 100 \text{ THz} \quad (\text{la l'atò l'eny: } 300 \text{ THz})$$

$$\tau \sim 10^{-14} \text{ s} \quad h \omega_{pe} \sim 1..100 \text{ eV} \rightarrow 100..1000 \text{ THz}$$

ket l'atòu skala!

Fresnel formula



$$R = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2$$

impedancia illesztés

$$\Gamma = \frac{Z_e - Z_0}{Z_e + Z_0}$$

$$D(\omega) = n(\omega) + i k(\omega)$$

$\hookrightarrow$ extinkciós együttható

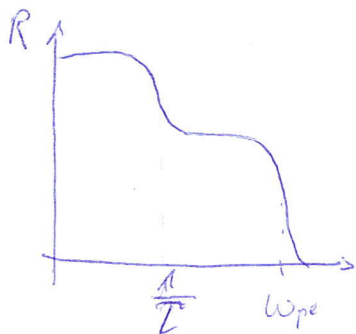
$$R = \frac{(n-1)^2 + k^2}{(n+1)^2 + k^2}$$

harmonikus tér $E = E_0 e^{-i\omega t}$

$$\nabla \times \underline{H} = \underline{j} + \frac{\partial D}{\partial t} = \sigma \underline{E} + \epsilon_0 \frac{\partial \underline{E}}{\partial t} = \epsilon_0 \frac{\partial \underline{E}}{\partial t} \left(1 + \frac{\sigma}{-i\omega \epsilon_0} \right)$$

$$\nabla \cdot \underline{E} = \epsilon_0 \frac{\partial \underline{E}}{\partial t} \left(1 + \frac{i\sigma}{\epsilon_0 \omega} \right) \Rightarrow \boxed{\epsilon_r(\omega) = 1 + \frac{i\sigma}{\epsilon_0 \omega}}$$

$$\epsilon_r(\omega) = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 + i\frac{\omega}{\tau}} \quad \leftarrow \quad \omega_{pe} \text{ és } \frac{1}{\tau} \text{ is megjelenik}$$



$$\omega_{pe}^2 = \frac{n e^2}{m^*}$$

n alacsony

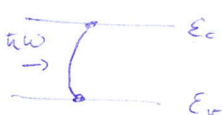
$$\omega_{pe}(SC) < \omega_{pe}(M)$$

$$\text{ha } \frac{1}{\tau} < \omega_{pe}$$

IR fölött a félvezetőt átlátszóak (mintha sáv-sáv átmenetek)

Félfelvezetés

sáv-sáv gerjesztés



$$\Delta n_i = \Delta p \sim I : \text{intenzitás}$$

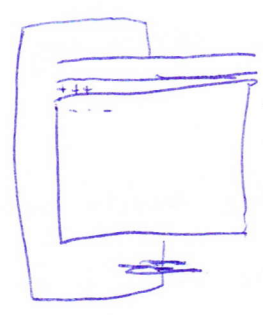
$$\sigma = n e \mu_{pe} + p e \mu_{pv}$$

$$\Delta \sigma = \sigma_0 \left(\frac{1 + \mu_{pe}/\mu_{pv}}{n_0 \mu_{pe}/\mu_{pv} + p_0} \right) \cdot \Delta n \sim I$$

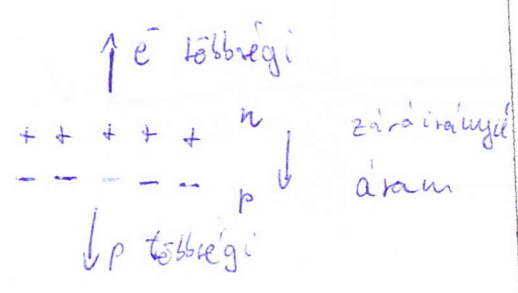
erőteljes
bejövő
fényre

μ -PCD

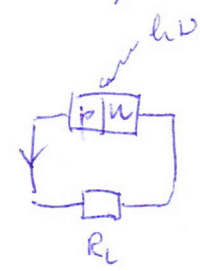
Vapelem



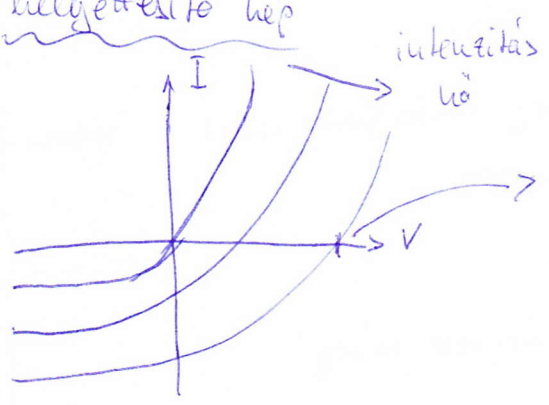
elektroda (átlató)
n-típus
p-típus



- absorpció a p-n átmenetben történik
- $e \ll L$ (átmenet $\ll$ rekombinációs hossz)
- ↑ vastagság ↑ diffúziós hossz



húlygettesítő lép

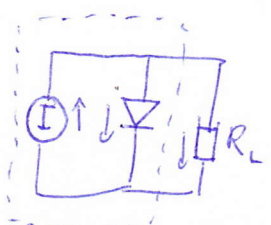


intenzitás $h\nu$ → sötét áram lefelé fordít

V_{oc} : open circuit voltage
(teljes terhelés nélküli fesz.)

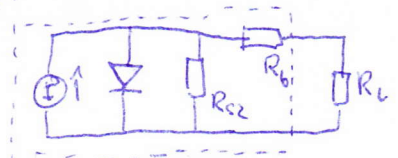
$$I = \underbrace{I_s (e^{\frac{eV}{kT}} - 1)}_{\text{dióda karakterisztika}} - \underbrace{I_{ph}}_{\text{fotóáram}} = 0 \quad \text{rövidre zárva}$$

$$\Rightarrow V_{oc} = \frac{k_B T}{e} \ln \left(\frac{I_{ph}}{I_s} + 1 \right) \approx \frac{k_B T}{e} \ln \left(\frac{I_{ph}}{I_s} \right)$$



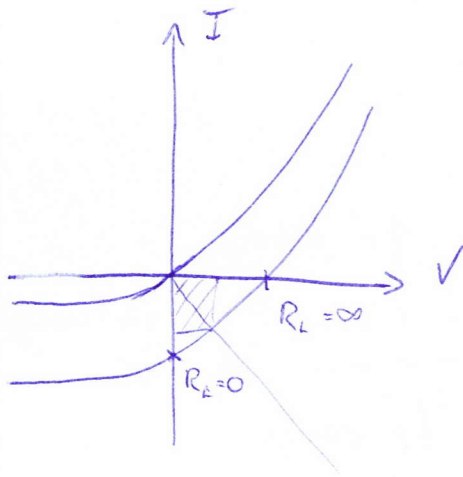
R_L : hasznos teljesítmény, terhelő ellenállás

nincs áram $\Rightarrow V$ a dióda helyén el



R_{s2} : rövidítés

R_L : teljes ellenállás



$R_L = \infty$ nem folyik áram

$R_L = 0$ nem esik teljesítmény

gyakorlatban: U_{oc} kevésbé változik

I_{oc} változik, I
főnyfüggő

$\Rightarrow$ inverter $\rightarrow U_{in} \sim 220V$

$I_{in} \sim I_{főny}$
 $\uparrow$
főnyintenzitás

LED

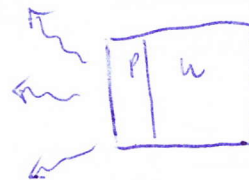
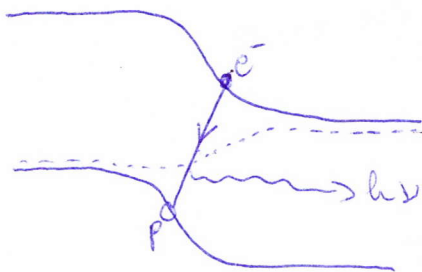
p-n átmenet: $\ell > L$

- kiértélt réteg vastagabb, mint a rekombinációs hossz

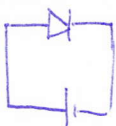
gyenge áram, aránylag nagy áram

gyenge dőplés $\rightarrow$ hosszabb kiértélt réteg

spontán emisszió:



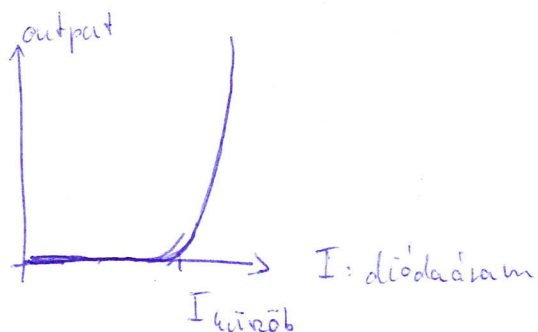
első réteg vékony az önabszorpció miatt



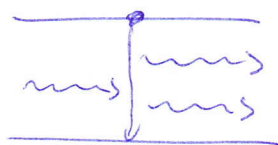
LED-nek indirekt félvezető is jó (de kisebb a hatásfok)

Lézerdióda

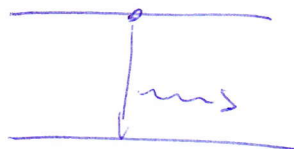
- csak direkt gap! (pl.: GaAs)
- nagy ~~áram~~ áramsűrűség, nemlin. folyamat



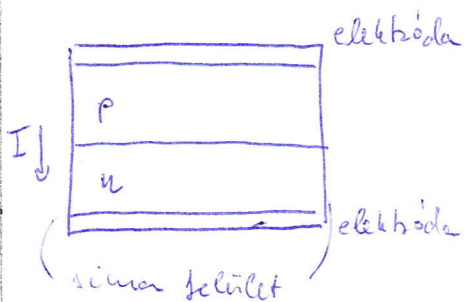
stimulált emisszió



spontán emisszió

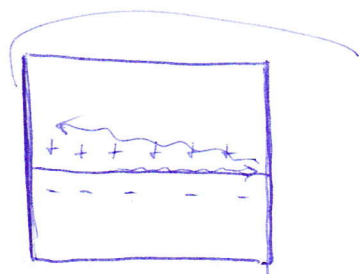


egyenlőtlenség



→ lézera felület, rezonátort képez

→ határértékeken folyamatos pumpálás (e^- -lyuk áram)



Lézersugárzó ugrás

vannak egy kicsi (még mindig %) hányzások

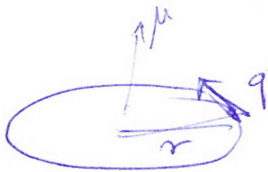
itt jön ki a lézersugárzás

- koherens, monokromatikus

SPINTRONIKA FÉLVEZETŐK BEN

spin: információ hordozó/tároló

Mi a spin?



klasszikusan: $\mu = AI$

$$\mu = \frac{r^2 \pi \epsilon_0 \sigma}{2r\pi} q$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{v r q}{2} = \frac{q}{2} \frac{v}{m} \\ v = m v r \end{array} \right\}$$

μ magu. mom $\sim N$ imp. mom

kísérletek: Stern - Gerlach $\rightarrow$ anyaguk van magu. mom.

Einstein - de Haas $\rightarrow$ magu. mom $\rightarrow$ van impulzusmomentuma

spin: alapvető kvantumos tulajdonság, $\neq$ klassz. megf.

Dirac egyenletéből: $\frac{d\hat{L}}{dt} = [\hat{H}, \hat{L}] \cdot \frac{i}{\hbar} \neq 0$

palya imp. nem megmaradó

$$\hat{S} := \hat{L} + \hat{S}, \quad \frac{d\hat{S}}{dt} = \frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{S}] = 0$$

$$\langle S^2 \rangle = S(S+1), \quad S = 0, \frac{1}{2}, 1, \dots$$

$$\langle S_z \rangle = \pm S \quad \text{vagy} \quad \pm \frac{\hbar}{2}$$

$$\underline{\mu} = -g \mu_B \underline{S}, \quad \text{ahol} \quad \mu_B = \frac{e \hbar}{2m}$$

$$\text{kl.: } \mu = \frac{e v}{2m} = \frac{e \hbar}{2m} = \mu_B L$$

$$g = 2 \leftarrow \text{Dirac - egyenlet}$$

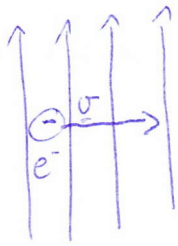
$$g = 2,0023 \leftarrow \text{QED}$$

B térben:

$$\hat{H}_Z = g \mu_B \underline{S} \cdot \underline{B}, \quad U = -(\underline{\mu} \cdot \underline{B}), \quad \underline{\mu} = -g \mu_B \underline{S}$$

Spin-pályák kölcsönhatás (SOI/SOC spin-orbit interaction/coupling)

* elektronos tér jelenlétében



- homogén E tér

- egyenlő távolságra van

$$\underline{B}' = -\frac{1}{c^2} \underline{v} \times \underline{E} \quad \text{Lorentz invariancia}$$

- $\underline{B}' \Rightarrow$ van mágneses térerő μ miatt

atomi potenciál: $\underline{E} = -\nabla \frac{Ze \cdot e}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{e}{|r|} \frac{d}{dr} \frac{Ze}{4\pi\epsilon_0 r}$

H-atom kerü

$$H_{\text{SOC}} = -g\mu_B(\underline{S}) \frac{1}{c^2} \underline{v} \times \underline{E} =$$

$$= \frac{1}{c^2} g\mu_B \underline{S} \cdot \frac{\underline{p}}{m_0} \times \underline{E} = \text{const} \cdot \underline{S} \cdot (\underline{p} \times \underline{r}) \sim \underline{S} \cdot \underline{L}$$

- $\underline{L} \cdot \underline{S}$ csak atomi eredetű el. térrel jö

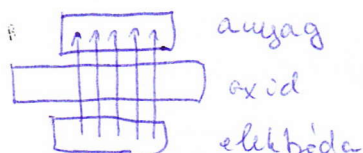
- radialis el. tér. következménye

- SOC okai: • atomi el. tér $\rightarrow$ inherens

• inverzió's szimmetria nélkül pl.: GaAs (bulk SOC, Dresselhaus)

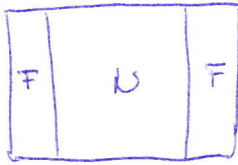
• heterostruktúrák:

hanyagsz
el. tér



$\rightarrow$ Bychkov-Rashba

Spin - telep

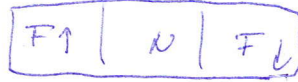


F: ferromágnes

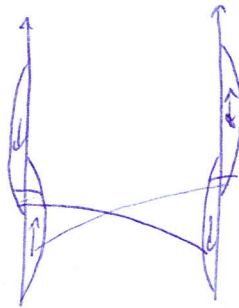
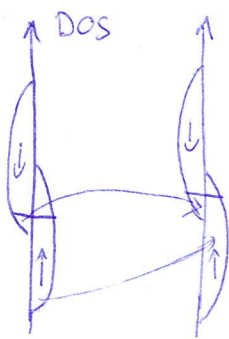
N: normál fém



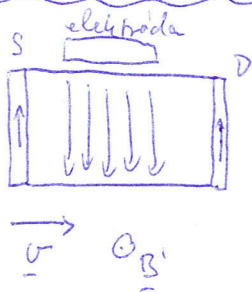
alacsony ellenállás



magas ellenállás



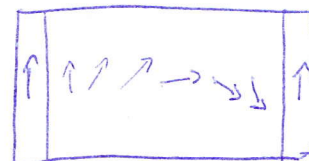
Datta - Das tranzistor



$$\underline{B}' = -\frac{1}{c} \underline{v} \times \underline{E}$$

L Larmor - precessió

$$\frac{d\mu}{dt} = \gamma (\mu \times \underline{B})$$



Iso fűzős V_0 - lól

Spinrelaxáció

spinrelaxáció: - lokális, ha $B=0$ $M(t \rightarrow \infty) = 0$

- ha injeckció $M \neq M(t \rightarrow \infty) = M_0$

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{M_0 - M(t)}{T_1} \quad \text{spinrelaxációs idő}$$

- diffúziós transzport

- spin-drift, ha nagy az e^- drift (ballisztikus)

- spin diffúziós hossz:

$$L_{\text{spin}} = v_F \sqrt{\tau T_1} \gg v_F \tau = l_{\text{mean free path}}$$

momentum relaxációs idő