

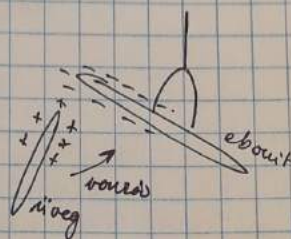
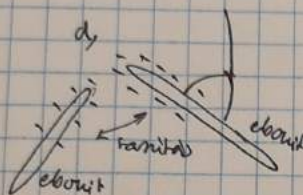
I. Dörzselektromosság, alapjelenség

1. Kísérletek

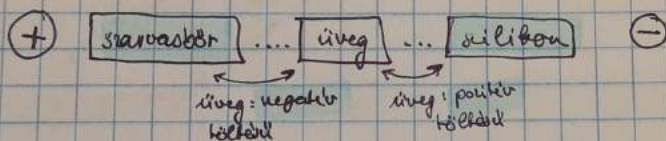
a, vatta + szennyezett ebonit: vonzás, majd egy idő után taszítás (szigetelés)

b, vatta + tisztított dörzsölt üvegrúd: —||—

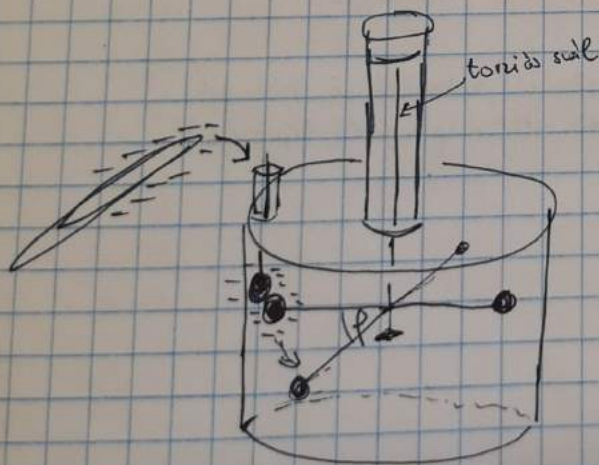
c, alufólia + ebonitrid/üvegrúd: vonzás, majd azonnal taszítás (vezetés)

⇒ Jólvezető töltés
elvezeti!

e, LED-es töltésjelző: valójában 2-féle töltés létezik

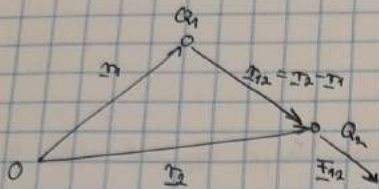
f, n félvezető testek töltése függ az anyagtól!
Dörzselektromos sor:g, elektronkóp, elektronméter (skalája van)
→ töltés nagyságának kimutatása, mérése

h, Coulomb-mérleg:

tapasztalat: $F \sim Q_1, Q_2, \frac{1}{r^2}$ 

2. Matematikai megfogalmazás

a, Coulomb-törvény:



$$|\vec{F}_{12}| = k \frac{Q_1 Q_2}{r_{12}^2}, \quad \text{Coulomb-állandó: } k = 9,99 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$$

$$[Q] = \text{C (coulomb)}$$

2019. módjósíték: elemi töltés:
 $1,602176634 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

jelölés: vákuum dielektromos-állandója:
 (permittivitása)

$$\epsilon_0^{-1} = 4\pi k \rightarrow \epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}$$

$$k = \frac{1}{4\pi \epsilon_0}$$

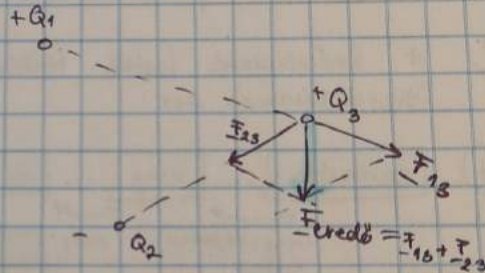
Vektorialisan:

$$\vec{F}_{12} = k \frac{Q_1 Q_2}{|r_{12}|^2} \cdot \underbrace{\frac{r_{12}}{|r_{12}|}}_{\text{egységvektor}}$$

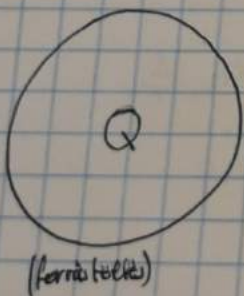
b, Szuperpozíció

Több töltés együttes hatása:

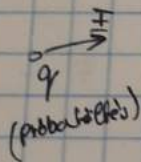
Newton IV. törvénye:



3. Elektromos térerősség:



(forrás(töltés))



(próbatöltés)

$$|\vec{F}| \sim q \Rightarrow \frac{|\vec{F}|}{q} \Rightarrow \frac{\vec{F}}{q} = \vec{E} : \text{térerősség vektor (ponttölte, ponttöltés nélve)}$$

a forrás térerőssége

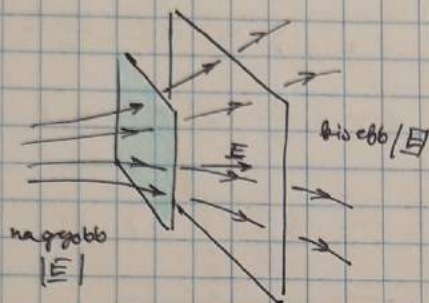
TÉRERŐSSÉG: az egységnyi próbatöltésre ható erő
 (a forrás töltés megragadó képessége)

$$\text{Mértékegység: } [\vec{E}] = \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

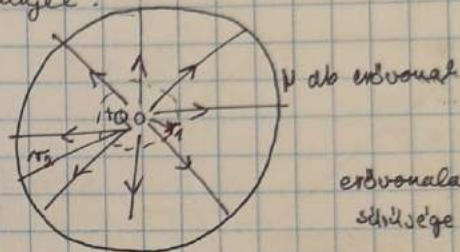
4. Elektromos mező szimulációja (erővonalakkal)

Erővonalak:

- Bármely pontban E térférség az erővonal sűrűsége
- Az erővonalak sűrűsége (az egységnyi merőleges felületen áthaladó erővonalak száma) arányos $|E|$ -kel

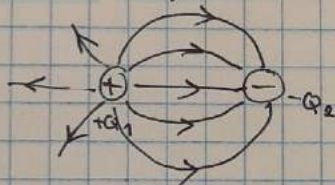


- Összhangban van-e ez a Coulomb-törvénnyel?



erővonalak sűrűsége $\frac{N}{4\pi r_1^2}$ és $\frac{N}{4\pi r_2^2}$

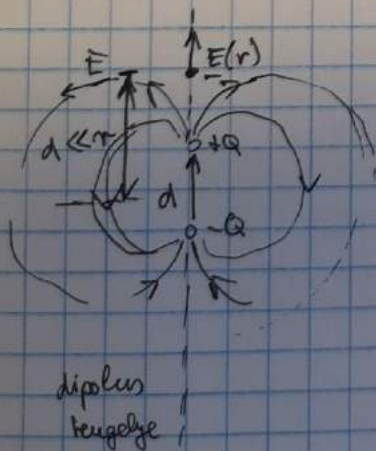
- Erővonalak mindig pozitív $\oplus$ töltésekből (vagy a ∞ -ból) indulnak és $\ominus$ töltésekben (vagy a ∞ -ben) végződnek.



$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{N}{4\pi r_1^2}}{\frac{N}{4\pi r_2^2}} = \frac{\frac{1}{r_1^2}}{\frac{1}{r_2^2}} \Rightarrow E \sim \frac{1}{r^2}$$

II. Töltéslendekelt elektromos tere (mezője)

1. Dipólok, pl.: elektromos dipólus



A térférség a tengelyen:

$$E(r) = E_{+} - E_{-}$$

$$E(r) = k \cdot \frac{Q}{(r - \frac{d}{2})^2} - k \cdot \frac{Q}{(r + \frac{d}{2})^2}$$

$$E(r) = kQ \frac{(r + \frac{d}{2})^2 - (r - \frac{d}{2})^2}{(r - \frac{d}{2})^2 (r + \frac{d}{2})^2} \approx kQ \frac{2 \cdot \frac{d}{2}}{r^3} = 2k \frac{Qd}{r^3}$$

elektromos dipólmomentum

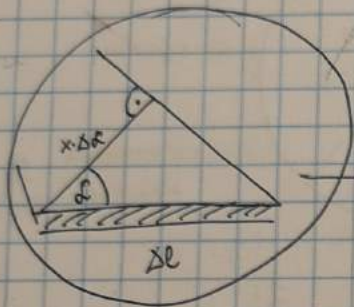
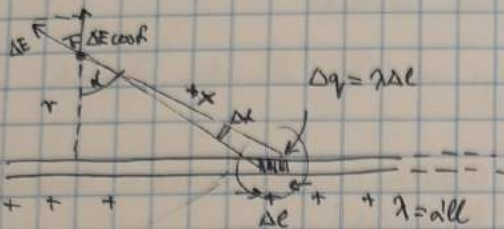
$$p = Q \cdot d$$

vagy a Coulomb-mező!

2. Folytonos töltéseloszlások

a, vonalmeneti (lineáris) töltéseloszlás:

pl: hosszú, egyenes pálcia tere:



$$\Delta l = \frac{x \Delta \alpha}{\cos \alpha}$$

töltéssűrűség: $\lambda = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta l}$

$$E = \sum \Delta E \cos \alpha = \sum k \cdot \frac{(\lambda \Delta l)}{x^2} \cdot \cos \alpha$$

$$E = k \cdot \lambda \sum \frac{x \Delta l}{\cos \alpha} \cdot \frac{1}{x^2} \cdot \cos \alpha$$

$$E = k \cdot \lambda \sum \Delta l \cdot \frac{\cos \alpha}{r} =$$

$$E = k \cdot \frac{\lambda}{r} \sum \Delta l \cdot \cos \alpha$$

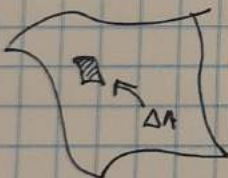
$$E = \frac{k \lambda}{r} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos \alpha \cdot d\alpha$$

$$E(r) = 2 \frac{k \lambda}{r} \quad \text{viszakhirulva val!!}$$

b, Felületi

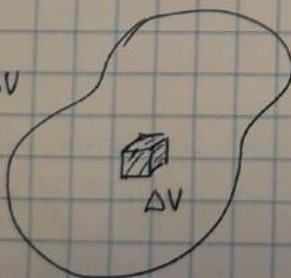
$$\Delta q = \sigma \cdot \Delta A$$

$$\sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta A}$$



c, Térfeleti töltéssűrűség

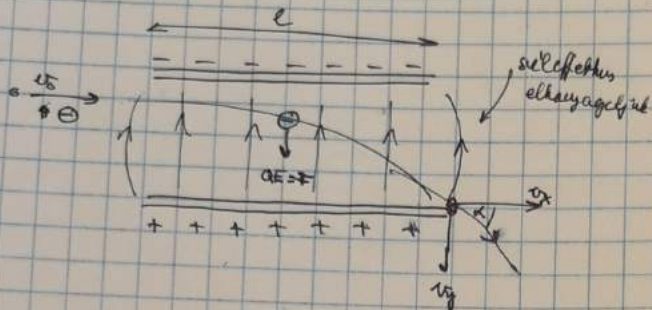
$$\Delta q = \rho \cdot \Delta V$$



$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta V}$$

III. Töltések elektromos terében

1. Ponttöltés homogén terében ($E = dl$)



$$a = \frac{F_e}{m} = \frac{Q \cdot E}{m}$$

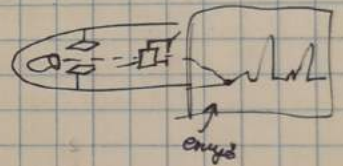
$$v_x = dl = v_0$$

$$v_y = a \cdot t = \frac{QE}{m} \cdot t$$

$$t = \frac{l}{v_x} = \frac{l}{v_0}$$

$$y_{\text{end}} = \frac{v_y}{g_{\text{fx}}} = \frac{QE}{m} \cdot \frac{l}{v_0^2}$$

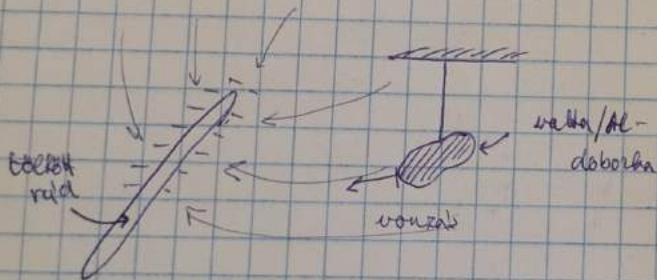
pl: CRT monitorok
cathod-ray-tube



2019.
02.11.

E/2

2. Ismeretlen töltés (ismeretlen)

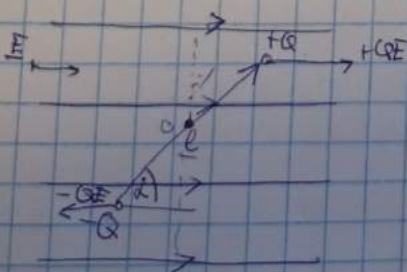


"Kérdés": Milyen vonzása megakad a megadott esetben a megadott anyagban az apró, töltések testek?

Válasz: A test dipólusos viselkedés, melyre az inhomogén tér erőit fogja ki.

I. Dipólus elektromos terében

1. Homogén mező



• eredő erő: $|\Sigma F| = FQE - FQE = 0$

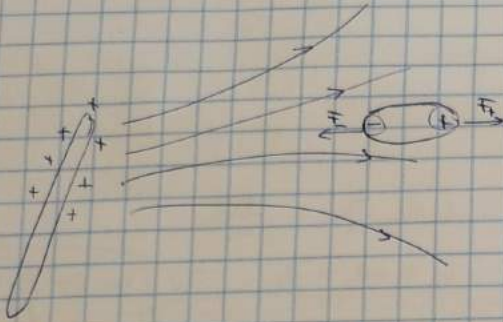
• forgatónyomaték: $M_0 = +QE \frac{l}{2} \sin \alpha - (-QE \frac{l}{2} \sin \alpha)$

$$M_0 = QE l \sin \alpha \rightarrow \underline{M_0 = Q \cdot l \cdot E}$$

• pl: H_2O molekula mikrobán

P. elektronok
dipólusmomentum

2, Inhomogén tér



$F_- > F_+ \Rightarrow$ vonzódás alakul ki

II. Az elektromos fluxus

1, A fluxus jelentése:

Az erővonalak sűrűsége (az egységnyi, merőleges felületen áthaladó erővonalak száma) aránya $|E|$ -vel.

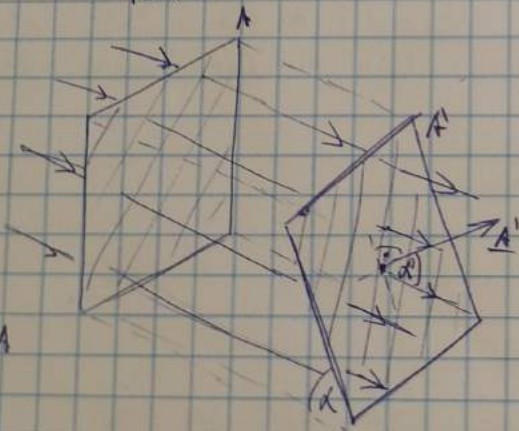
Nem egységnyi, hanem A területű felületen $\Psi = A \cdot E$ mennyiség áramlik át az erővonalak sűrűségével.

$$[\Psi] = m^2 \frac{N}{C}$$

$$\Psi = A \cdot E$$

2, Általánosítás:

a, Ferde felület



$$A' = \cos \alpha \cdot A$$

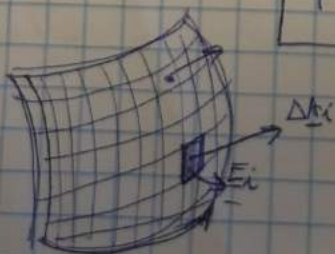
$$\Psi_A = \Psi_{A'}$$

$$\Psi_A = E \cdot A = E \cdot A' \cos \alpha = \Psi_{A'}$$

vektorisálisan:

$$\Psi_A = \underline{E} \cdot \underline{A}$$

b, görbe felület



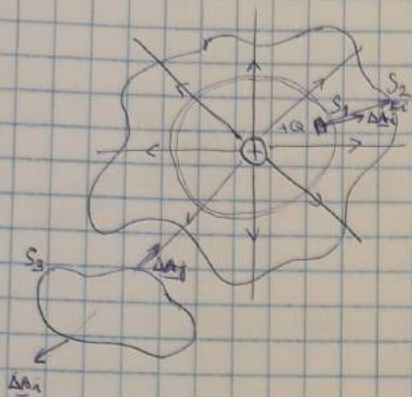
$$\Psi = \sum_i E_i \Delta A_i$$

$$\Psi = \sum_i E_i \cdot \Delta A_i \cos \alpha$$

(apró darabokra osztással)

III. Az elektromos Gauss-tétel

1. ponttöltés fluxusa zárt felületre:



A fluxus az S_1 gömbre:

$$\Psi_{S1} = \sum_i \vec{E}_i \cdot \Delta \vec{A}_i = E \cdot \underbrace{\sum_i \Delta A_i}_{4\pi r^2} = E \cdot 4\pi r^2$$

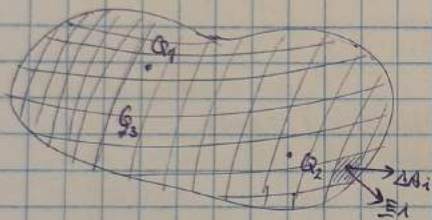
$\uparrow$
 $E = \frac{Q}{r^2}$

$$\Psi_{S1} = 4\pi k Q = \frac{Q}{\epsilon_0} = \Psi_{S2}$$

$\uparrow$
arbitrarily
help

Fontos!!: Az S_1 és S_2 is zárt

2. Alkalmazások:



$$\vec{E}_i = \vec{E}_i^{(1)} + \vec{E}_i^{(2)} + \vec{E}_i^{(3)} + \dots$$

$$\Psi_{\text{zár}} = \sum_i \vec{E}_i \cdot \Delta \vec{A}_i = \sum_i \underbrace{\vec{E}_i^{(1)} \cdot \Delta \vec{A}_i}_{\frac{\Psi_1 Q_1}{\epsilon_0}} + \sum_i \underbrace{\vec{E}_i^{(2)} \cdot \Delta \vec{A}_i}_{\frac{Q_2}{\epsilon_0}} + \sum_i \underbrace{\vec{E}_i^{(3)} \cdot \Delta \vec{A}_i}_{\frac{Q_3}{\epsilon_0}} + \dots$$

Gauss-tétel:

Zárt felület fluxusa:

$$\Psi_{\text{zár}} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum Q_{\text{belső}}$$

Zárt felület fluxusa egyenlő a belsejében lévő töltés $\frac{1}{\epsilon_0}$ -szorosával.

3. Alkalmazások:

hosszú, töltött polkaterű kábel

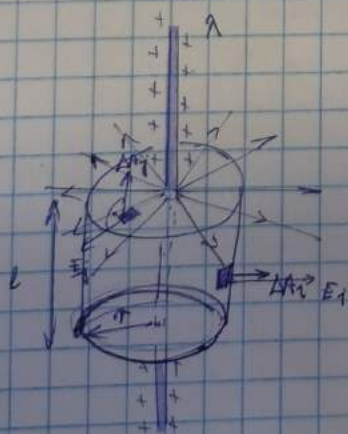
fluxus Gauss:

$$\Psi_{\text{zár}} = \sum_i \vec{E}_i \cdot \Delta \vec{A}_i$$

$\downarrow$
 $\lambda = 0^\circ$ vagy 90°
(mest) (kérlek)

$$\Psi_{\text{zár}} = E(\pi) \sum_i \Delta A_i = E(\pi) 2\pi r \cdot l$$

$\underbrace{\sum_i \Delta A_i}_{\text{palást felülete}}$



Gauss:

$$\underbrace{E(\pi) \cdot 2\pi r l}_{\Psi_{\text{zár}}} = \frac{1}{\epsilon_0} \underbrace{l \cdot \lambda}_{Q_{\text{belső}}}$$

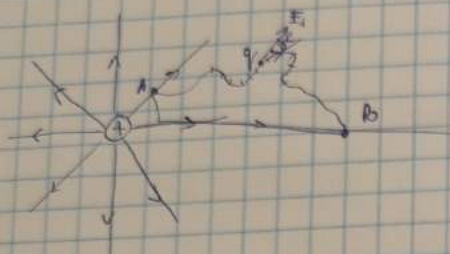
$$E(\pi) = \frac{1}{2\pi \epsilon_0} \cdot \frac{\lambda}{r} = 2k \cdot \frac{\lambda}{r}$$

ezt képlettel előző előadásban is!

N Az elektronos feszültség és potenciál

A kísérletekben lehetetlen megmérni $\rightarrow$ az E tényleg nem mérésvagyó
képesége.

1. Ponttöltés tere



F térerősség

$$W_{AB} = \sum F_i \Delta s_i = q \sum E_i \Delta s_i$$

$\rightarrow \oint E ds$ vonal
integrál

$$W_{AB} = q \sum_i |E_i| \Delta s_i \cos \alpha_i$$

sugár irányú
elmozdulás

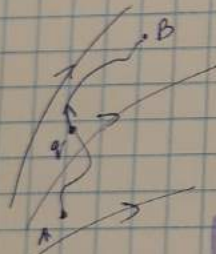
$$W_{AB} = W_{BA}$$

Ponttöltés tereben a méréssel a próbatöltvény/végzett munka független
az úttól, csak a végpontoktól függ. $\leftarrow$ konzervatív méré

2. Feszültség:

a) • Ha egy ponttöltés mérése konzervatív (W_{AB} útfüggetlen), akkor
ez több ponttöltés eredő tereére is igaz

• Konzervatív $\rightarrow$ mechanikai energia megmarad
vagy potenciális energia!!!



$$W_{AB} = E_{pot}^A - E_{pot}^B = -\Delta E_{pot}^{AB}$$

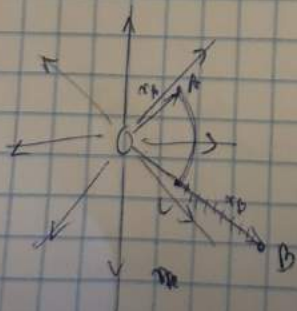
$$\text{feszültség (def.): } \Delta U_{AB} = \frac{\Delta E_{pot}^{AB}}{q} = \frac{E_{pot}^B - E_{pot}^A}{q} = -\sum E_i \Delta s_i$$

ΔU_{AB} = az egységnyi pozitív töltésben
végzett a méréssel az $A \rightarrow B$
útvonalon végzett munka (-1)-szerese

b) Mérésszerűség
megjegyzések:

• mérésszerűség: $[U_{AB}] = \frac{J}{C} = V \text{ (volt)}$

c, Feszültség ponttöltés tereben



$$W_{AB} = W_{ABA} + W_{AB} = 0 + W_{AB}$$

$$+ U_{AB} = + U_{BA} = -\sum E_i \Delta s_i = -\sum E_i \Delta s_i$$

$$U_{AB} = -\sum E(r) \Delta r \rightarrow -\int_{r_A}^{r_B} E(r) dr = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2}$$

$$U_{AB} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_B} + \frac{1}{r_A} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q}{r_B} - \frac{Q}{r_A} \right)$$

3, Potenciál és potenciális energia

a, fermültség:
$$U_{AB} = \frac{E_{pot}^B}{q} - \frac{E_{pot}^A}{q} = \varphi_B - \varphi_A$$

potenciál:

→

φ_B

φ_A

→ Egységnyi + töltés potenciális energiája

potenciál nullszintje: tetszőleges (általában a végtelenben)

b, Ponttöltés potenciálja:

$$\varphi(r) = k \frac{Q}{r^n} \quad (r \rightarrow \infty, \text{ akkor } \varphi(r) \rightarrow 0)$$

↘ első hatvány

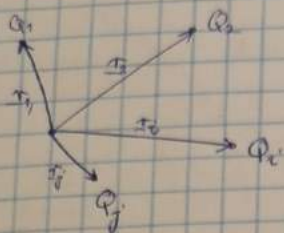
m.e: V

c, Más megfogalmazás:

A potenciál a merő P pontjában megadja, hogy az (oda helyezett) egységnyi pozitív ponttöltésben mekkora munkát végez a merő, ha a töltést P-től a nullszintre (∞ -be) viszi.

I. A potenciál alkalmazásai

1. Töltérendszerek elektrosztatikus energiája



~~Ha~~ i -edik és j -edik közötti pot. energia:

$$E_{\text{pot}}^{ij} = Q_i \varphi_j = Q_i \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_j}{|r_i - r_j|}$$

Teljes pot. energia:

$$E_{\text{pot}}^{\text{teljes}} = \frac{1}{2} \sum_{i,j} Q_i \varphi_j = \frac{1}{2} \sum_{i,j} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_i Q_j}{|r_i - r_j|}$$

ne számoljunk
duplán

Pl: 2 töltés esetén:

$$E_{\text{pot}}^{\text{teljes}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r_{12}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2 Q_1}{r_{12}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r_{12}}$$

2. Elektromos tér meghatározása a potenciálból

$$\rho_p(\mathbf{r}) \approx \sum_p \mathbf{E}(\mathbf{r}) \cdot \Delta \mathbf{s} \rightarrow \int_p \mathbf{E}(\mathbf{r}) d\mathbf{s}$$

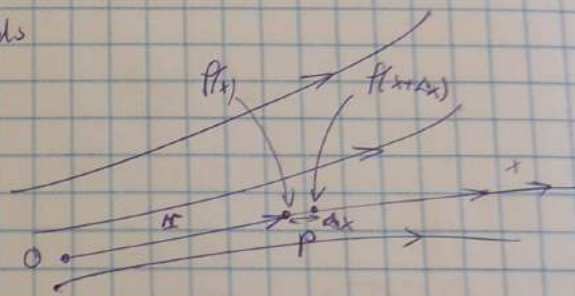
Fordított művelet:

$$\varphi(x) - \varphi(x + \Delta x) \approx E(x) \Delta x$$

$$E(x) \approx \frac{\varphi(x + \Delta x) - \varphi(x)}{\Delta x}$$

pontos, ha $\Delta x \rightarrow 0$

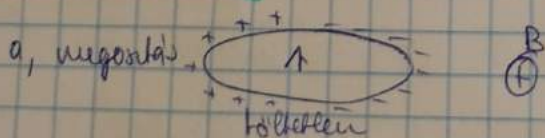
$$E(x) = -\frac{d\varphi}{dx}$$



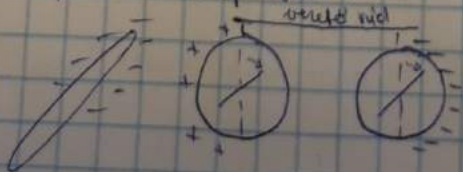
Megjegyzés: 3D-ben bonyolultabb

II. Elektromos mágneses vezetés körében

1. KISÉRLETEK

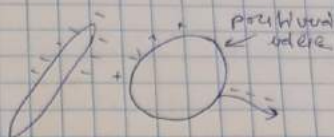


*, elektronpárok:



megmunka: belfele töltés
pálya elvile: szeparálható

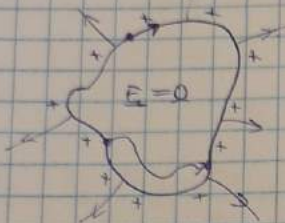
1, elektromágnes felületi megoszlás:



2, Következtetés:

anyagok $\rightarrow$ vezető (szabadon elmozduló töltéshordozók)
 felület $\rightarrow$ elektronok
 $\rightarrow$ szigetelő (nem szabadon elmozduló töltéshordozók)

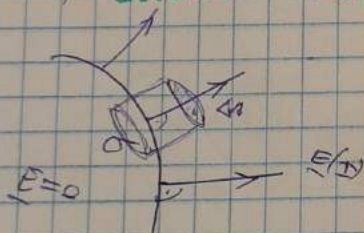
tulajdonságok:



- $E=0$ form belsejében
- E merőleges a felületre
- felület ϕ = állandó (elektrostatikus) $\sum_i E \Delta s = \phi$
- A felületen a töltések mindig a legkisebb felületen helyezkednek el (kisebbség - töltés "szétterjedése" lyukak görbékén)

3, Földfelület:

a, felületi töltéssűrűség



Gauss-törvény:

$$E \cdot \Delta A = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \sigma \cdot \Delta A$$

$\underbrace{\quad}_{\phi_{\text{zárk}}}$
 $\underbrace{\quad}_{\frac{1}{\epsilon_0} \text{ töltés}}$

$$\sigma = \epsilon_0 E$$

b, kisérlet a drupek belsejében

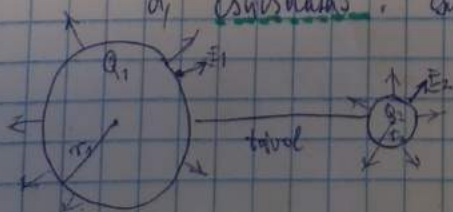
$E=0$ belsejében, körbekerítés (Faraday-kalitka)
 a kör körbekerítés

pl: PL körbekerítés
 a körbekerítés körbekerítés
 a körbekerítés körbekerítés

c, felület:

Nagy kiterjedésű vezetővel foglalkozunk a felületen
 $\rightarrow$ potenciál függvénye $\rightarrow \phi_{\text{felület}} = 0 \text{ V}$ potenciálra kerül a felület

d, csúshatás: csúshatás, elcsúszás belsejében azaz elektromos tér alakul ki

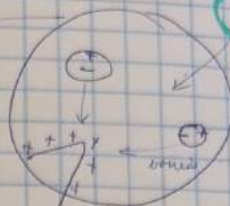


A potenciál függvénye $\phi = \frac{Q_1}{r_1} = \frac{Q_2}{r_2}$ (x)

A töltések: $\frac{Q_1}{r_1^2} = E_1$ $\frac{Q_2}{r_2^2} = E_2 \rightarrow \frac{E_1}{r_1} = \frac{E_2}{r_2} \rightarrow E \sim \frac{1}{r}$
 (nagy E kör)

c. csúszkás alkalmazásai, hisztetek

- „elektronos rúd”
- a gerjesztés elektronos rúd
- elektronos Segner-berék
- fest + kombináció → elektronos hisztetek (kondenzátor)
- Van der Graaf generátor
- villámhárító
- rajók drócai → „Széplő Elmer Lúze”



levegő mozgása
gőz

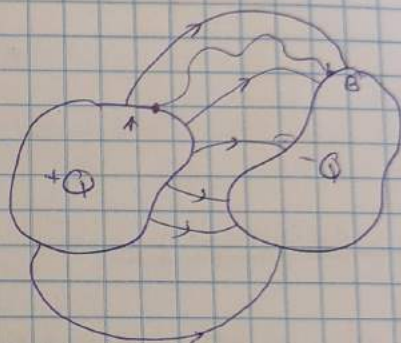
III. Kondenzátorok

1. KAPACITÁS

két lemez, $+Q$, $-Q$ költékkel

$U_{AB} \sim Q$ (sűrűségi töltés)

$$\Rightarrow C = \frac{Q}{U} := \text{kapacitás}$$



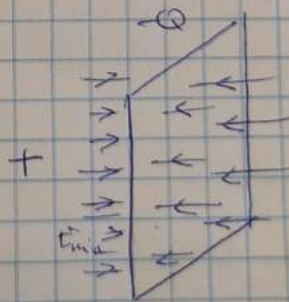
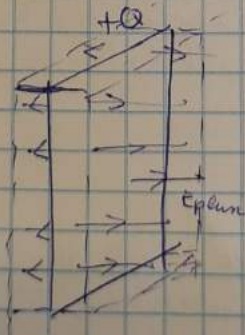
Megjegyzés:

- C csak geometriától függ!
- $[C] = \frac{C}{V} = F$ (farad) → Faraday hisztetek

2. KONDENZÁTOROK

drumó jel:

a. sírkondenzátor



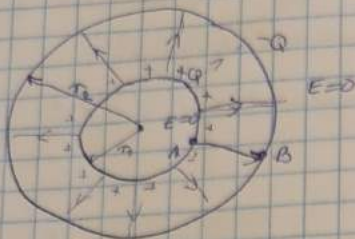
Gauss tr.: $2E_p A = \frac{1}{\epsilon_0} Q \rightarrow E_p = \frac{Q}{2\epsilon_0 A}$

$U = E_{ered} \cdot d$

$\Rightarrow E_{ered} = 2E_p = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$

Plattenkondensator: $C = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{\frac{Q}{\epsilon_0 A} \cdot d} = \frac{\epsilon_0 A}{d}$

b. Kuglkondensator:



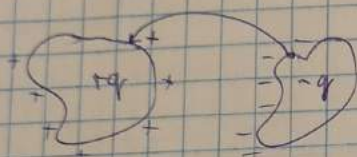
$$U = \varphi_A - \varphi_B = k \cdot \frac{Q}{r_1} - k \cdot \frac{Q}{r_2} = kQ \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}$$

↑
potentielles
hier

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{kQ \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}} = \frac{1}{k} \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1} = 4\pi\epsilon_0 \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}$$

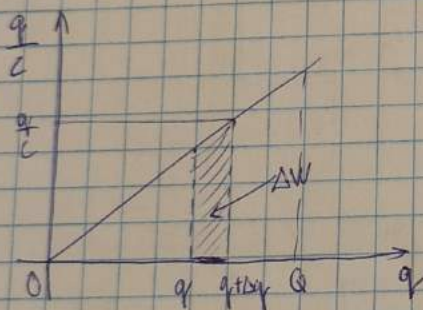
3. 1 KONDENSATOR ENERGIA

Teileweise die Halbkanten haben mechanische Umwandlung



$$\Delta W = \Delta q U(q) = \frac{q}{C} \Delta q$$

$$W = \sum \Delta W = \sum \frac{q}{C} \Delta q$$



$$W = \frac{1}{2} Q \frac{Q}{C} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

$$W = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} Q U$$

4. ELEKTROSTAT. FELD ENERGIASTÄRKE

Plattenkondensator: $W = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \underbrace{\epsilon_0 \frac{A}{d}}_e \underbrace{(E \cdot d)^2}_U$

$$\frac{W}{V} = \underbrace{\frac{1}{2} \epsilon_0 E^2}_{W_E} \cdot \underbrace{A \cdot d}_{V_{\text{inhalt}}}$$

elektromagnetische Energiedichte

$$W_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \text{ (skalär)}$$

$$[W_E] = \frac{J}{m^3}$$

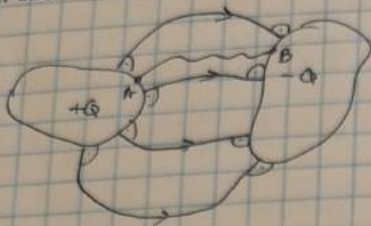
inhaltsgleiches V:

$$W_{\text{inhalt}} = \sum W_E \Delta V \rightarrow \int W_E dV$$

2019
02.25

E/4

Ismerlek:



Kapacitás: U_{AB}

$$C = \frac{Q}{U_{AB}} \quad [C] = F$$

(vagy a geometriától függ)

pl: síkkondenzátor: $C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$ felület
távolság

I. Kondenzátorok kapcsolása

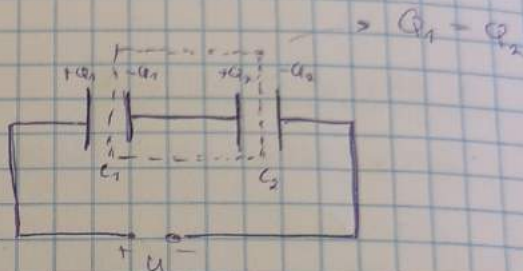
1. Soros kapcsolás

$$U_1 = \frac{Q_1}{C_1} \quad U_2 = \frac{Q_2}{C_2}$$

$$U = U_1 + U_2 = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$$

$$U = Q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)$$

$$\frac{1}{C_{\text{eredő}}}$$

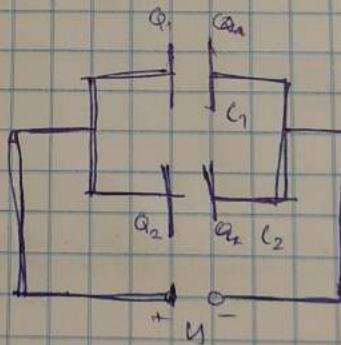


$$\frac{1}{C_{\text{eredő}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$$

2. Párhuzamos kapcsolás

$$U_1 = \frac{Q_1}{C_1}, \quad U_2 = \frac{Q_2}{C_2}$$

$$U = U_1 = U_2$$



teljes töltés: $Q = Q_1 + Q_2 = C_1 U + C_2 U = U(C_1 + C_2)$

$$C_{\text{eredő}} = C_1 + C_2 + \dots$$

Ceredő

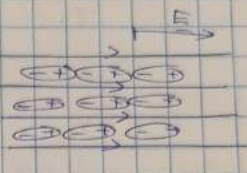
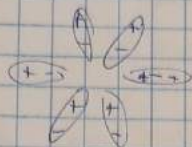
III. Dielektrikumok (szigetelő)

1) Általánosítás: kondenzátort kapacitása megnövekszik, ha szigetelőt (gáz, fa, kő, papír) helyezzük be.

2) Szigetelő:

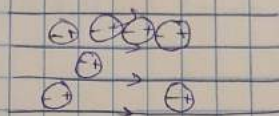
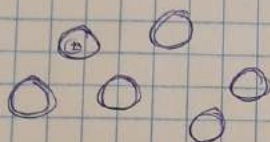
• polarizáció:

környezet



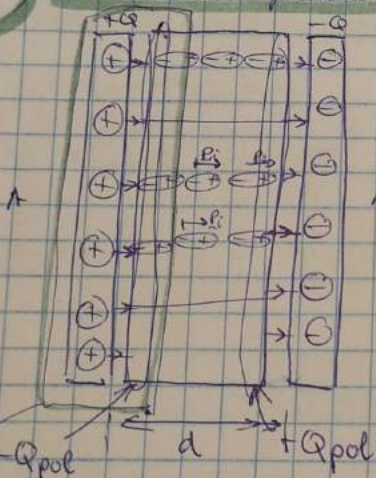
vezető felületén
dipólus elmozdul

• nonpolarizáció:



indukált dipólus
vezető felületén
dipólus elmozdul

3) Elektronikus polarizáció:



elektronikus dipólusmomentum - sűrűség:

$$\underline{P} = \frac{\sum \underline{p}_i}{V}$$

elektronikus
polarizáció

$$[\underline{P}] = \frac{Cm}{m^3} = \frac{C}{m^2}$$

Mezők szerint:

$$\underline{P} \sim \underline{E}$$

$$\underline{P} = \epsilon_0 \chi \underline{E}$$

$$\chi > 0$$

anyag elektronikus
susceptibilitása
(diszperzió)

4) Kapacitás dielektrikum esetén:

eredő dipólusmomentum: $p = \sum p_i = Q_{pol} \cdot d$ (1)

másfelől: $p = P \cdot A \cdot d$ (2)

(1) & (2): $Q_{pol} = P \cdot A = \epsilon_0 \chi E A$

E - anyagbeli E-ér

Gauss-törvény

$$\frac{Q}{A} = \frac{1}{\epsilon_0} (Q - Q_{pol}) \rightarrow Q = \epsilon_0 E A (1 + \chi)$$

kapacitás:

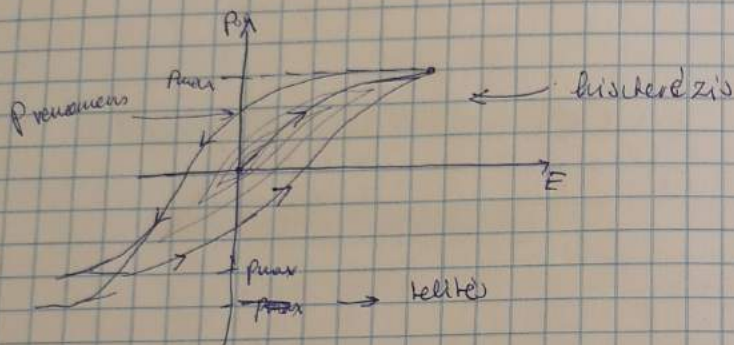
$$C = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{Ed} = \epsilon_0 \frac{A}{d} (1 + \chi) = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$$

ϵ_r : relatív permittivitás

5, Megjegyzések

- a, szigetelő dielektromi szilárdsága E_{max}
- pl: szilikon levegő $21 \frac{kV}{cm}$
- PVC $100-300 \frac{kV}{cm}$
- polietilén $220-500 \frac{kV}{cm}$

- b, remanens polarizáció $P \approx E$ csak kis terheléseknél!



KÉRDÉS: kérdés-párák

- c, Használat:

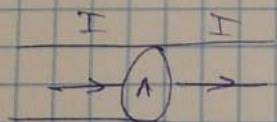
- kapacitív értékek, kijelzők
- számítógép - billentyűzet

III. Elektromos áram

1) Áramerősség

$$J = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

$$J = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \dot{Q}$$



Egy adott keresztmetszeten egységnyi idő alatt áthaladó töltés mennyisége:

iránya: pozitív töltések áramlási iránya (technikai áramirány)

$$[J] = \frac{C}{s} = A \text{ (amper)} \quad \text{SI - alapegység}$$

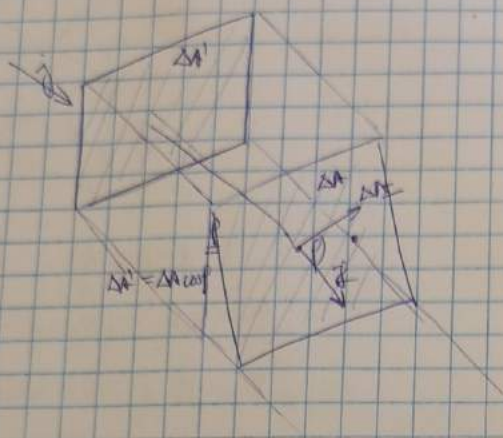
tipikus értékek:

- ingerület $0,01 \mu A$
- idegvezetés $1 \mu A$
- villám $10^4 A$

2. Áram-sűrűség

• egyeztetés: $\vec{j} = \frac{\vec{I}}{A}$ $[\vec{j}] = \frac{A}{m^2}$

• pontszámmal

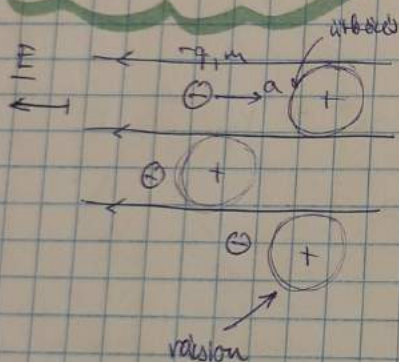


$$I = \vec{j} \cdot \Delta \vec{A} \cos \phi = j \Delta A$$

áram-sűrűség - vektor

IV Áramvezetők felépítése

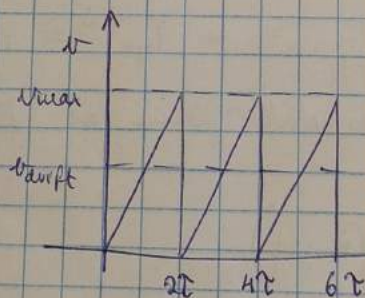
1. Drude-modell



elektron gyorsulása 2 ütközés között:

$$F_g = ma \rightarrow a = \frac{Eq}{m}$$

de! 2τ időközönként ütközik az ionokkal
Ez megakadályozza (energia disszipálódik)

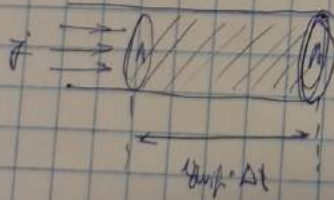


átlagos sebesség:

$$v_{drift} = \frac{1}{2} v_{max} = \frac{1}{2} a 2\tau = \frac{Eq \cdot \tau}{m}$$

relaxációs idő

2. Differenciális Ohm-törvény



$$\Delta V = A \cdot v_{drift} \cdot \Delta t$$

$$\Delta N = n \cdot \Delta V = A n v_{drift} \cdot \Delta t$$

elektronok
sűrűsége

$$\text{áram-sűrűség: } I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{q \cdot \Delta N}{\Delta t}$$

$$I = q A n v_{drift}$$

áram-sűrűség: $\vec{j} = \frac{\vec{I}}{A} = q n v_{drift}$

$$\vec{j} = \frac{q^2 n}{m} \cdot t \cdot \vec{E} \propto \vec{E}$$

$$\text{diff. Ohm} \quad \vec{j} = \sigma \vec{E}$$

felágazó vezetőképesség

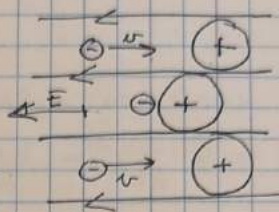
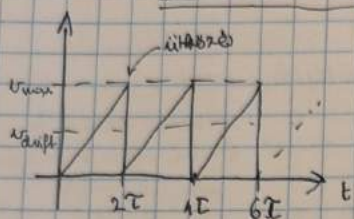
$$\sigma = \frac{1}{\rho} \text{ - fajlagos ellenállás}$$

E/5

2019.
03.04.

Ismeretes: differenciális Ohm-törvény

Drude-modell



Differenciális Ohm-törvény:

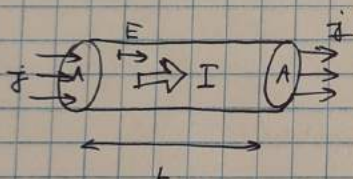
$$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E} = \frac{1}{\rho} \vec{E}$$

↑
folytató vezetőképesség

↑
folytató ellenállás

I (INTEGRÁLS) OHM-TÖRVÉNY

1, Egyenes vezeték



$$\left. \begin{aligned} I &= j \cdot A \\ U &= E \cdot L \end{aligned} \right\} \frac{U}{I} = \frac{E}{j} \cdot \frac{L}{A} = \underbrace{\frac{1}{\sigma}}_{\rho} \cdot \frac{L}{A}$$

(függ: - anyagi minőség
- geometriától)

Tehát:

$$\frac{U}{I} = R = \rho l = \sigma \cdot \frac{L}{A} \Rightarrow U = RI$$

materialiság:

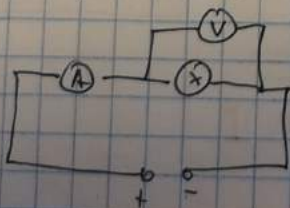
$$[R] = \frac{V}{A} = \Omega \text{ (ohm)}$$

WARNING! : nem minden esetben igaz!

(pl: izzó lámpa)

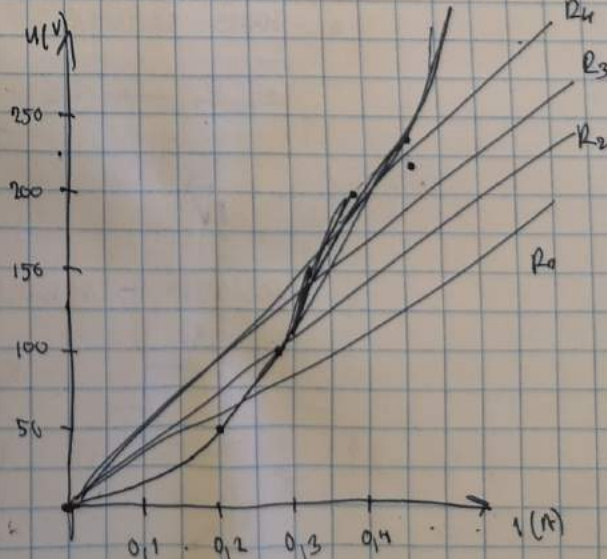
2, Kísérlet: ellenállás hőmérsékettől függése

a, kísérlet



2 nő, ha I vagy U nő!

U (V)	I (A)
50	0,2
100	0,24
150	0,32
200	0,38
250	0,44



b, feladat

$T_{n0} \rightarrow T_{csobben} \rightarrow R_{n0}$

↳ bizonyos tartományban:

$$\rho(T) = \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)] \leftarrow \text{plasma ellenállásfüggvény}$$

II. Joule törvénye

Mennyi energiát veszít az elektron az ütközések során?

Időegységekenként: $P = \frac{dW}{dt} = \frac{U \cdot dq}{dt} = U \cdot I \leftarrow \text{a veszített energiát az e-on áthaladó minden részecske}$

→ Ez mind elvész az ütközésekben (vagyis -dile)

Hőteljesítmény: $P_{\text{Joule}} = U \cdot I = R I^2 = \frac{U^2}{R}$
 $\uparrow$
 áramlás
 veszteség

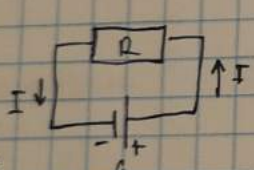
pl: vasalásban
 minél forróbb

$$[P] = \frac{J}{s} = W$$

III. Egyenáramú áramkörök

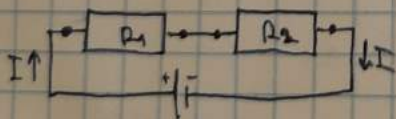
1, a, feszültségforrás (telep): $\begin{array}{c} + \\ | \\ - \end{array} \quad \begin{array}{c} + \\ | \\ - \end{array}$

- sorba kötött feszültség források állapota: **IDEÁLIS FESZÜLTSG (E)**
- IDEÁLIS TELEP: feszültsége nem változik állapotban is E.

b,  $I = \frac{U}{R}$
 $P_{\text{telep}} = P_{\text{Joule}} = R I^2 = \frac{E^2}{R} = \dots$
 ideális $\rightarrow E$

2, Ellenállások kapcsolása:

a, soros kapcsolás



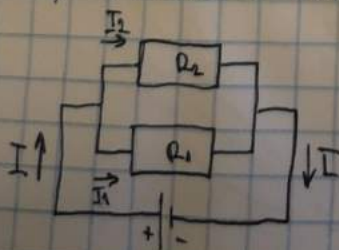
$$U_1 = R_1 \cdot I$$

$$U_2 = R_2 \cdot I$$

$$E = U_1 + U_2 = (R_1 + R_2) I$$

$$R_{\text{soros}} = R_1 + R_2 + \dots$$

b, párhuzamos kapcsolás



$$U_1 = R_1 \cdot I_1, U_2 = R_2 \cdot I_2$$

$$E = U_1 = U_2$$

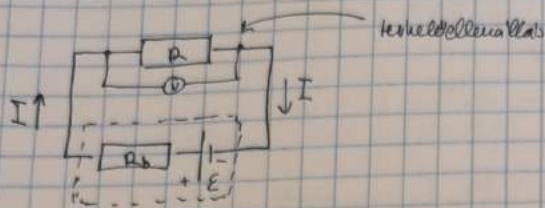
$$I = I_1 + I_2$$

$$I = \frac{E}{R_1} + \frac{E}{R_2}$$

$$I = E \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\frac{1}{R_{\text{párh}}.} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$$

3. Valódi feladat: a belső ellenállás



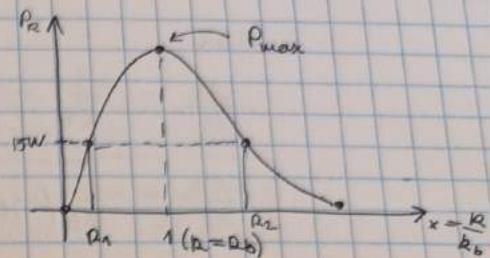
$$I = \frac{E}{R + R_b}$$

$$U_{\text{kapcsol}} = R \cdot I = \frac{R}{R + R_b} E < E$$

1. Kereskedelmi ellenállás kifejezése:

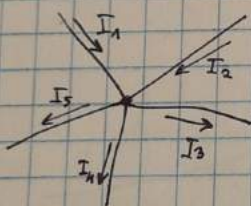
$$P_R = R \cdot I^2 = \frac{R}{(R + R_b)^2} \cdot E^2 = \frac{E^2}{R_b} \cdot \frac{1}{\frac{R}{R_b} + \frac{R_b}{R} + 2}$$

$$P_R = \frac{E^2}{R_b} \left(x + \frac{1}{x} + 2 \right)^{-1}, \text{ ahol } x = \frac{R}{R_b}$$



IV. Kirchhoff-törvényei

1. CSOMOPONTI TÖRVÉNY (I. törv.)



Figyelem: csomópontba be és kifelé áramok összege nulla.

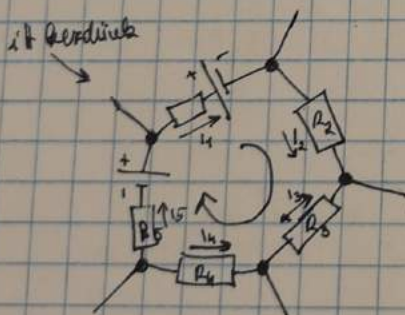
$$\sum_k I_k = 0$$

befolyó: +
kifelé: -

pl: az ábrán: $I_1 + I_2 - I_3 - I_4 - I_5 = 0$

OKA: TÖLTÉSMEGMARADÁS

2. KIRCHHOFF TÖRVÉNY (II. törv.)



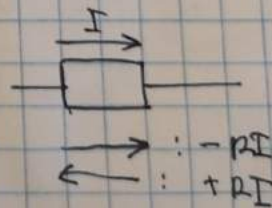
Zárt hurokra:

$$\sum_k U_k = 0$$

OKA: KONSERVATÍV MEZŐ

előjelek: • ellenállás (feszültség):

• telep: $\begin{array}{c} + \\ | \\ - \end{array}$



pl: az ábrán:

$$0 = -R_1 I_1 - E - R_2 I_2 + R_3 I_3 + R_4 I_4 - R_5 I_5 + E_5$$

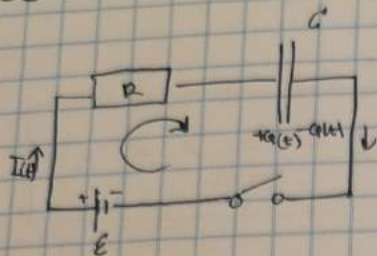
→ : $-RI$
← : $+E$

analógia: telep: sírva $\begin{array}{c} + \\ | \\ - \end{array}$

$\begin{array}{c} + \\ \square \\ - \end{array}$: villamos

a víz magassága nem változik

V. Kondenzátor töltődése



Áramkör egyenlete:

$$-RI - \frac{Q(t)}{C} + \varepsilon = 0$$

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad (\text{definíció})$$

Ezért:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\varepsilon}{R} - \frac{1}{R} \left(\frac{Q(t)}{C} - \varepsilon \right)$$

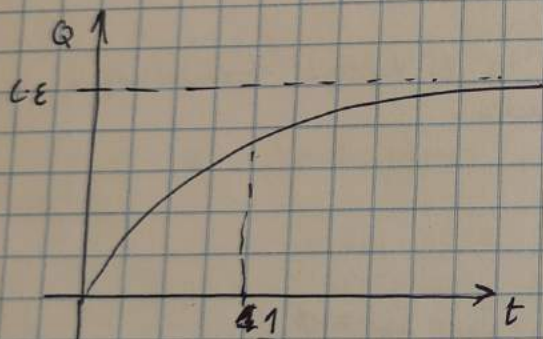
$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{1}{RC} (Q(t) - C\varepsilon)$$

diff. egyenlet

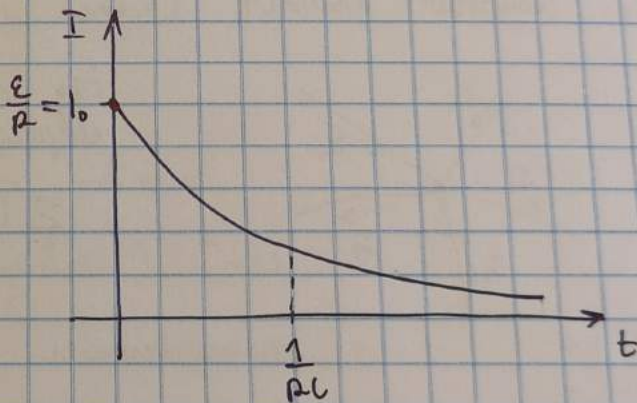
$$Q(t) = C \cdot \varepsilon \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

$$I(t) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

ábrázolás:



$\frac{1}{RC}$ karakterisztikus idő/
(teljes időállandó)



a, általános tapasztalatok:

- E, D páros
- bizonyos anyagok mágnesesek
- Föld mágnesessége



b, Mágneses tér kölcsönhatása elektromos árammal

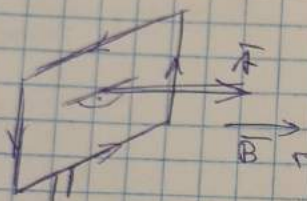
- áramkörre vezető keretre forgatónyomaték hat mágneses térben



c, Mágneses tér matematikai leírása

- def.: melyki nézettel meőrebből: áramkörre vezető keret

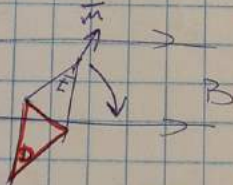
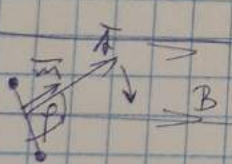
- stabil egyensúly



mágneses tér indukciósvektora

- stabil egyensúlyi helyzetben a keret $\vec{A}$ felületvektora a mágneses tér irányába mutat

Mágneses momentum

Homogén $\vec{B}$ térbe helyezett áramkörre keretre ható forgatónyomaték:

$$\vec{M} = I \vec{A} \times \vec{B}$$

 $\vec{m}$ ← keret mágneses momentuma

$$\vec{m} = I \vec{A}$$

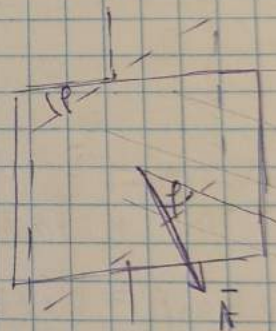
$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$$

$$(\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E})$$

analógia: $\vec{p}$ elektromos dipólus ható forg. $\vec{E}$ térben

Áramkörre keretre ható forgatónyomaték

kifejezhető keretre forgatóny. hat



$$\begin{aligned} M &\sim l \\ M &\sim A \\ M &\sim \sin \varphi \\ M &\sim I A \sin \varphi \end{aligned}$$

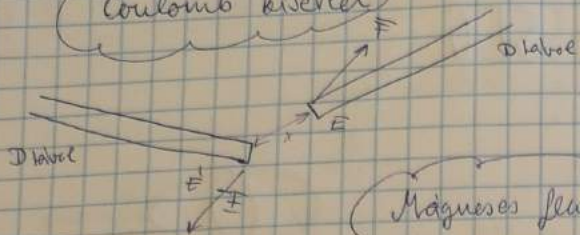
Maximális forgatónyomaték, ha $\sin \varphi = 1$: $\vec{A} \perp \vec{B}$

$$|\vec{B}| = \frac{M_{\max}}{A \cdot I}$$

mágneses indukciósvektor nagysága

$$[\vec{B}] = \frac{\text{Nm}}{\text{m}^2 \cdot \text{A}} = \frac{\text{N}}{\text{mA}} \Rightarrow \text{T (tesla)}$$

Coulomb törvény



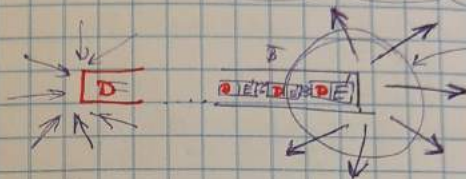
1. potenciális töltésű töltésűek
 $\frac{1}{r^2}$ -tel arányos

Mágneses fluxus



$$\Phi_B = |\vec{B}| |\vec{A}| \cos \theta = B A$$

Mágneses Gauss törvény

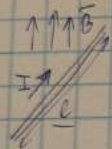


zárt felület

zárt felület
 mágneses fluxus 0.

$$\Phi_{B, \text{zárt}} = 0$$

Áramyára vezetőre ható erő
 mágneses térben - Lorentz-erő

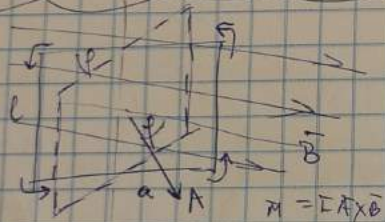


Lorentz-erő: $\vec{F} = I \vec{L} \times \vec{B}$
 $\Rightarrow \vec{F} \perp \vec{B} \perp \vec{I}$
 $|\vec{F}| = ?$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\sum \vec{B} \cdot \vec{A} = 0 = \Phi_{B, \text{zárt}}$$

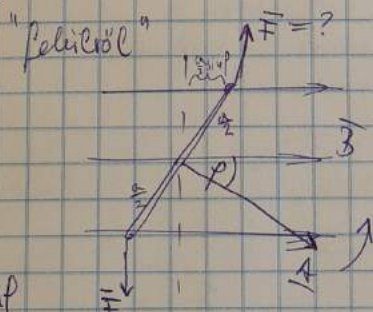
Térre ható forgatónyomaték



$$\vec{M} = I \vec{A} \times \vec{B}$$

$$M = I A B \sin \theta = I \cdot a \cdot b \cdot B \sin \theta$$

bücske ható forgatónyomaték



F erőpar forgatónyomaték

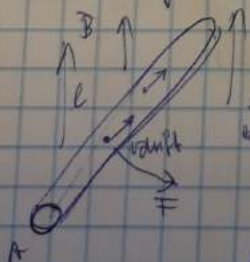
$$M = \frac{a}{2} \sin \theta F + \frac{a}{2} \sin \theta F =$$

$$M = a \cdot F \cdot \sin \theta$$

A két egyenlethez bevetve F -re: $F = I \cdot l \cdot B$

Lorentz-erő: $\boxed{\vec{F} = I \vec{L} \times \vec{B}}$

Mozgó töltésekre ható Lorentz erő



$I = A \cdot n \cdot q \cdot v$ ← Drude-modell
 sebesség
 töltéssűrűség
 töltés
 töltéssűrűség
 töltés

$$\vec{F} = I \cdot \vec{L} \cdot \vec{B} = \frac{N}{L} \cdot q \cdot \vec{v} \cdot \vec{L} \cdot \vec{B}$$

$$\vec{F} = N q \vec{v} \cdot \vec{B}$$

hagyományos ható L. e.

↓ 1 db töltésre ható L. e.

$$F = q \cdot \vec{v} \cdot \vec{B}$$

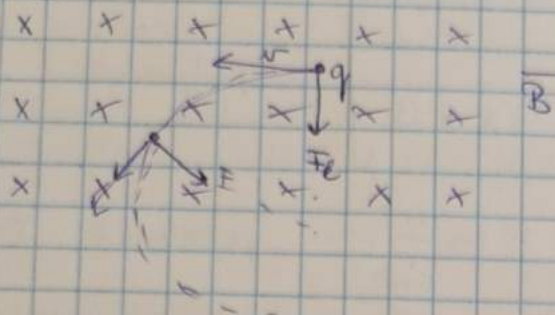
↓

$$\boxed{\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}}$$

$$n = \frac{N}{A \cdot l}$$

$$I = A \cdot \frac{N}{A \cdot l} \cdot q \cdot v_{\text{átl}} = \frac{N}{l} \cdot q \cdot v_{\text{átl}}$$

Töltések mozgása homogén mágneses térben



$$\vec{F}_c = m \cdot \vec{a}_{cp}$$

$$q \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

$$r = \frac{m \cdot v}{qB} \text{ a körpályák sugara}$$

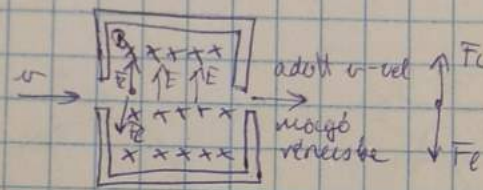
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{qB}{m}$$

$$\text{Periodusidő} = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$$

← ciklotron
elektron
frekvenciája

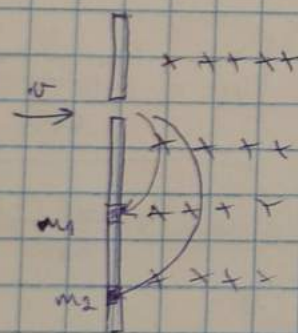
Alfakémsók

- sebességváltó

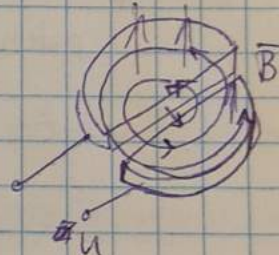


$$F_c = F_e \rightarrow Eq = qv \times B$$

- tömegspektrométer pl: urándátítás



- ciklotron részecskegyorsító



U változtatásával egyre gyorsítjuk a részecskéket

2019.

03.20.5

ismeretes: mozgás töltésre ható erő B-terében

Speciális eset: $\underline{v} \perp \underline{B}$

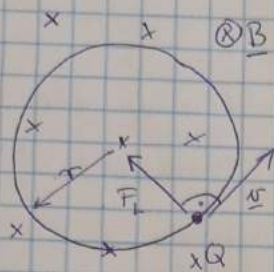
Lorentz-erő

$$\underline{F}_L = q \underline{v} \times \underline{B}$$

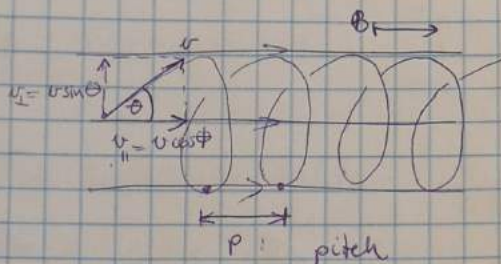
$$\underbrace{q \underline{v} \times \underline{B}}_{\underline{F}_L} = m \underbrace{\frac{\underline{v}^2}{r}}_a$$

pályaradius: $r = \frac{mv}{qB}$

periódusidő: $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \frac{m}{qB}$



Általános eset: $\underline{v} \nparallel \underline{B}$



pályaradius:

$$r = \frac{mv \sin \theta}{qB}$$

$$r = \frac{m v^2 \sin^2 \theta}{qB v} = \frac{m v \sin^2 \theta}{qB}$$

$$r = \frac{m v \sin^2 \theta}{qB}$$

$$T = \frac{2\pi m}{qB}$$

$$P = T v_{\parallel} = T v \cos \theta = 2\pi \frac{mv}{qB} \cos \theta$$

Általános eset:

- tömegspektrométer
- (mágneses) fokozatos elektromágneses párhuzamos
- Van Allen övek, auróra boreális

$\underline{E} / \underline{M}$

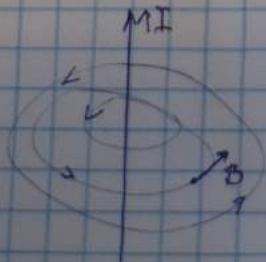
I. Áramok által keltett mágneses mező

1, kísérlet: α , Oersted - kísérlet



az áram mágneses
mezőt kelt

2, - vonásvonalak + hosszú egyenes vezető mágneses tere

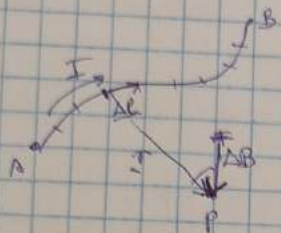


2. Megfigyelések

- indukciós vonalak zártak
- forrámentes ($\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$)
- B-vonalak irányos
- minél közelebb a vezetőhöz, annál erősebb

II. Matematikai leírás

1.



ΔB az dl és P között

Biot-Savart-törvény:

$$\Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \times \mathbf{r}}{r^3}$$

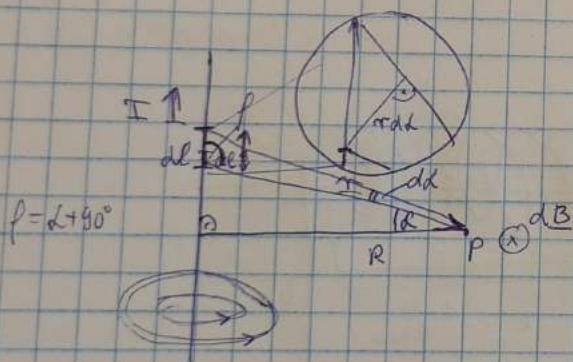
$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$$

(valóban mágneses permeabilitás)

$$|\Delta B| \sim \frac{1}{r^2}$$

$$B_{\text{eredet}} = \sum \Delta B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \sum \frac{dl \times \mathbf{r}}{r^3}$$

2. Alkalmazás: hosszú mágneses egyenes vezető mágneses tere



$$|dB| = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl \cdot \sin(90^\circ - \alpha)}{r^2}$$

$$|dl| = \frac{r \sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{R \sin \alpha}{\cos^2 \alpha}$$

$$R = r \cos \alpha \rightarrow r = \frac{R}{\cos \alpha}$$

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{R \sin \alpha}{\cos^2 \alpha} \cdot \cos \alpha \cdot \frac{\cos^2 \alpha}{R^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \cos \alpha \, d\alpha$$

integrálva:

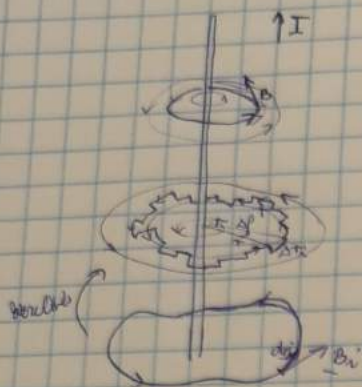
$$B_P = \int dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos \alpha \, d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \left[\sin \alpha \right]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (1 - (-1)) = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

$$B_P = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

Hosszú egyenes vezetőre



3, Megfigyelés



észrevétel: $B \sim \frac{1}{r} \rightarrow B R 2\pi = \mu_0 I$

Általánosítás:
(zárt görbék)

$$\sum B_i \cdot \Delta r_i = \mu_0 I$$

$|B_i| |\Delta r_i| \cos \alpha_i$

$$\sum B_i \Delta r_i = \sum \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot \underbrace{r \Delta \varphi \cos 0^\circ}_{\Delta r_i} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \sum \Delta \varphi = \mu_0 I \quad \checkmark$$

Zártság

III, Ampère-féle gegenzéki törvény



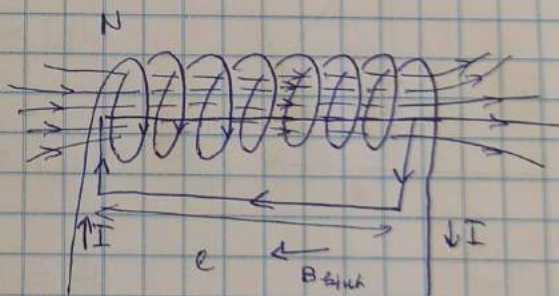
$$\oint \underline{B} \cdot d\underline{r} = \mu_0 \sum I$$

A mágneses indukcióvektor körbejárás, zárt görbék vett vonalintegrálja egyenlő a zárt görbék által átszelt felületen átfolyó áramok előjeles összegének μ_0 -szorozójával

2, Szalavid mágneses kere

Jelölés, megfigyelés:

- Tekercsen belül a B értéke
- tekercsen kívül B gyenge (elanyagolható)

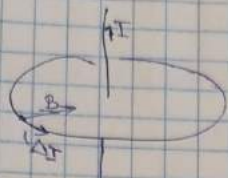


Ampère-törvény alkalmazása:

$$B_{\text{belső}} \cdot l + B_{\text{kívüli}} \cdot l = \mu_0 N I$$

$$B_{\text{belső}} = \mu_0 \frac{N I}{l}$$

Ampère - Péa gegentelvi törvény



$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I$$

alkalmazás: homogén egyenes vezeték

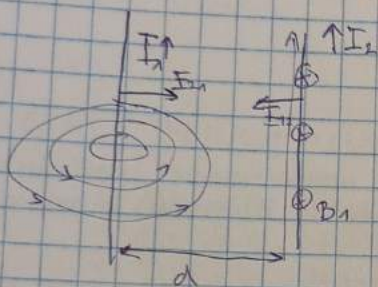
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$



Örre:

I. Áramyűkés vezetékek kölcsönhatása

Tűbeltek: mágneses tégla, áramköri kábelerős



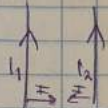
$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$$

$$F_{12} = I_2 l_2 B_1 = I_2 l_2 B$$

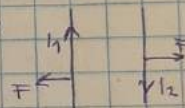
$$|F_{12}| = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} \cdot l_2$$

Behatás: $F_{12} = F_{21}$

Vonzás:

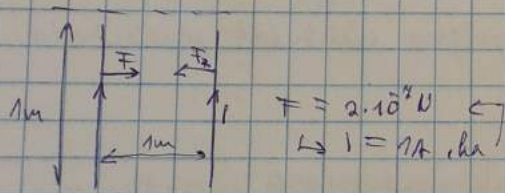


Taszítás:



Megjegyzés:

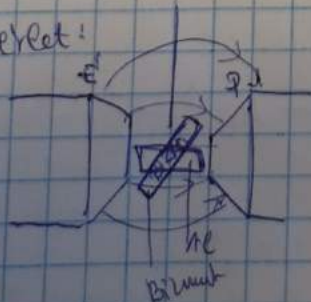
ampère definíció



II. Anyagok mágneses tulajdonságai

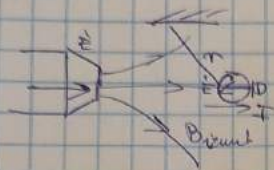
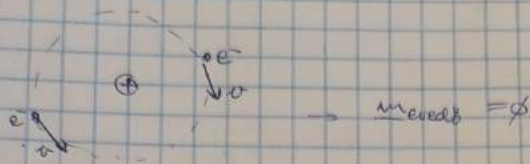
- Minden anyag mutat valamilyen mágneses viselkedést
- Az anyagok 3 fő csoportba oszthatók.
 - DIAMAGNETESK (bizmut, üveg, polyebon, N_2)
 - PARAMAGNETESK (Al, platina, polyebon, O_2)
 - FERROMAGNETESK (Fe, Co, Ni, egyéb ötvözetek)

Ábrák:



1, DIAMAGNESSESSÉG

- Csak kvantummechanikailag ditható meg.
- Normális ($B=0$) állapotban nincs a részecskének mágneses momentuma (nem mágnesesek a részecskék)



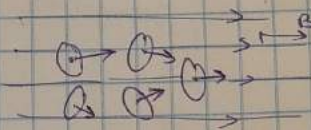
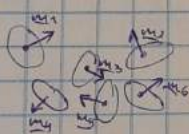
- A kisebb tér fele mutatók és hatóak
- Mágneses térbe helyes a mágneses teret irányba a kisebb térrel ellentétes irányba mutat

2, PARAMAGNESSESSÉG

- Rézességi $B=0$ esetén is eredő mágneses momentummal rendelkeznek
- Ez a hőmozgás miatt rendezetlenül, de külső B térrel berendezhető

$B=0$

$B \neq 0$



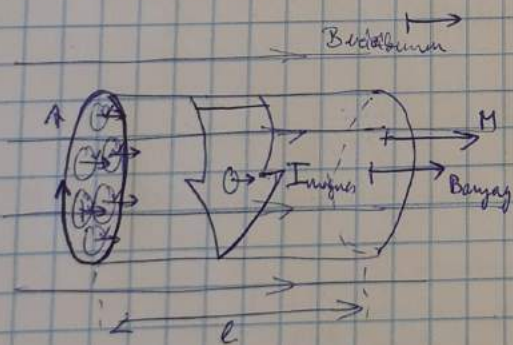
- Analógia: dielektrikumban a poláros molekulák rendeződése

3, Matematikai leírás

Mágneszettség:

$$M = \frac{\sum m_i}{V} = \frac{\text{eredő mágneses dipólusmomentum}}{\text{térfogat}}$$

(mágneses dipólusmomentum sűrűség)



$$|M| = \frac{I_{mágnes} \cdot A}{A \cdot l} = \frac{I_{mágnes}}{l}$$

Az anyagbeli B -tér:

$$|B_{anyag}| = |B_{vakuum}| + \mu_0 \frac{N \cdot I_{mágnes}}{l} = |B_{vakuum}| + \mu_0 M$$

szolenoid analógia

$$|B_{anyag}| = \underbrace{B_{vakuum}}_{\mu_0 H} + \mu_0 M = \text{mágneses térerősség } [H] = \frac{A}{m}$$

Kapcsolat M és H között

Kétféle terület:

$$M \sim H$$

his kétféleképpen: $H = \chi H$

magneses susceptibilitás

drumuk

paramagnese: $\chi > 0$ (kis érték) $M_{\text{rel}} > 1$

diamagnese: $\chi < 0$ (kis érték) $\sim 10^{-6}, 10^{-5}$ $M_{\text{rel}} < 1$

ferromagnese: $\chi > 0$ (nagy érték) $M_{\text{rel}} \gg 1$

Magneses permeabilitás:

$$\mu = \mu_0 \mu_r$$

$$B_{\text{anyag}} = \mu_0 H + \mu_0 M = \mu_0 (1 + \chi) H$$

Mindenhol μ_0 -t μ_0/M_r -re kell cserélni

M_{rel} = relatív permeabilitás

3.4. FERROMAGNESEK (nem átlagos magnese!) (nem átlagos magnese!)

- Atomiak eredő magneses momentummal rendelkeznek
- Atomiak között erős a magneses kölcsönhatás
- Domain szerkezet / Domain szerkezet



$$B = 0$$

$$H = 0$$



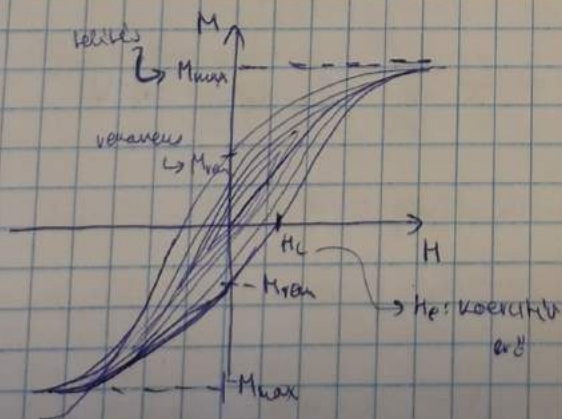
$$B > 0$$

$$H > 0$$

→ elektronmagnese

M_r tipikusán 1000 - 0 nagyságrendű (de függ a főtől, előlektől is)

Ferromagneses histerézise



átlagos magnese: $M_{\text{rel}} > 0$

5. Megjegyzések

- a) Magneses adattárolás: - betett, floppy disk
- HDD: GMR - jelenség (nagy magneses rezisztencia)

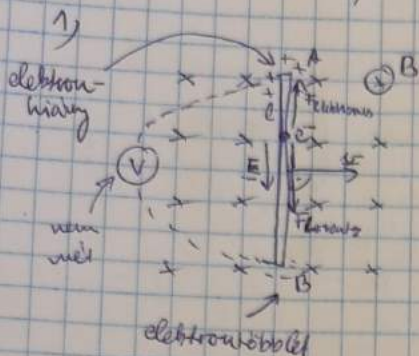
b) Curie-pont:

a ferromagnese egy bizonyos T_c (Curie-pont) fölé hevítve paramagnese (vagyis a magneses kölcsönhatás nem elegendő a rendezéshez)

E/9.

2019.
04.08.

I. $B(t) = \text{all}$, veselel mőszeg (mőszegő indukció)



Az elektronok lefelé vándorolnak (Lorentz-erő)

→ Egyensúlyi ábrák:

$$F_{\text{Lorentz}} + F_{\text{elektromos}} = 0$$

$$-q_e \underbrace{v \times B}_{\text{elektron seb}} + (-q_e) E = 0$$

$$E = -v \times B \leftarrow$$

széleskörűen veselel elektronok tére

$$E_{\text{eff}} = v \times B \leftarrow$$

effektív elektromos tér (egyenértékű veselel mőszeg)

Veselel mőszegő mőszegő mőszeg:

$$\mathcal{E} = - \int_A^B E \cdot d\mathbf{l} = -E \cdot l \quad (\text{speciális eset}) = -(v \times B) \cdot l$$

Elektromotoros erő: (induktív mőszegő erő)

$$\mathcal{E} = U_{\text{eff}} = E_{\text{eff}} \cdot l = (v \times B) \cdot l \leftarrow$$

vektor vektor

hőmőszeg vektor
vektor mőszeg
(mőszegő a
veselel mőszeg)

2) A mőszeg mőszeg

- egyenértékű veselel mőszegő mőszeg
- veselel mőszegő mőszeg:

Elektromotoros erő: $\mathcal{E} = v l B$

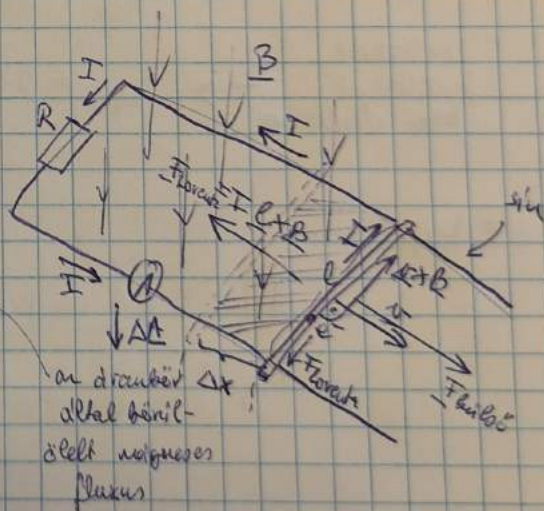
$$\mathcal{E} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \cdot l B = \frac{B \cdot \Delta A}{\Delta t} = \left| \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right|$$

algebra:

$$\mathcal{E} = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = - \dot{\Phi}$$

Értelmezés:

$\mathcal{E}$ mőszeg a veselel mőszegő mőszegő mőszeg



3.) Energiaszivó és jellemző

Körben folyó áram erőseje: $I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{Blv}{R}$

Az elleninduló fizikai Joule- és hővesztés:

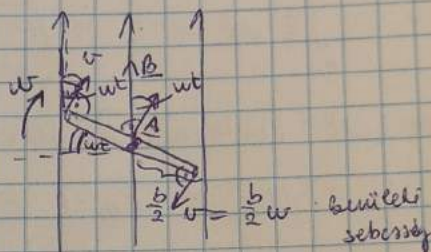
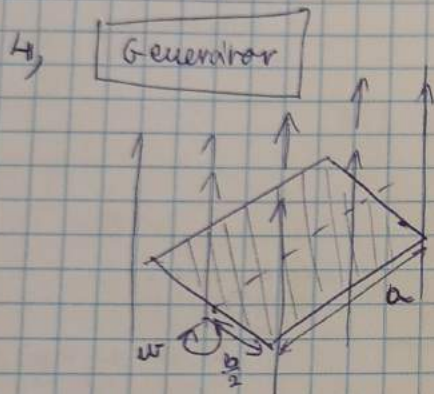
$$P_n = R \cdot I^2 = R \cdot \frac{B^2 v^2 l^2}{R^2} = \frac{B^2 v^2 l^2}{R}$$

ennyi megmunkát!

A hálózat elektromechanikai teljesítménye:

$$P_{\text{munka}} = F_{\text{háló}} \cdot v = I \cdot l \cdot B v = \frac{B^2 v^2 l^2}{R}$$

$$\frac{W}{\Delta t} = P = F_{\text{háló}} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$



$$\mathcal{E} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} = |\mathbf{v}| B \sin(\omega t) a = \frac{b}{2} a \omega B \sin(\omega t)$$

valódi
feszültség
hatás eltolódása

$$\mathcal{E}_{\text{teljes}} = 2 \mathcal{E}_{\text{egyik}} = \underbrace{a b B \omega}_{A} \sin(\omega t)$$

Működés:

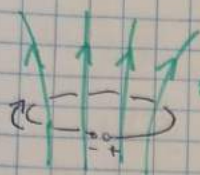
$$\Phi(t) = B A \cos(\omega t)$$

→ ZH példa

$$\mathcal{E}_{\text{teljes}} = -\frac{d\Phi}{dt} = B A \omega \sin(\omega t)$$

5.) Lenz - törvény:

Az indukált áram iránya mindig olyan, hogy mágneses hatással ellentétesen az azt létrehozó hatást. (fluxusváltozás)

 $\mathcal{E}(t, \vec{B})$ és

halközvetítő

Faraday-féle indukciótörvény:

$$\mathcal{U}_i = \frac{-d\Phi}{dt} = -\dot{\Phi}$$

Levezetés: Induktív áram
szelése olyan, hogy mágneses
hatalmal abbahagyja az $\mathcal{E}$
levezetést.

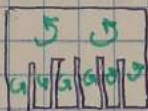
II. Örvényáramok (Eddy-current)

1. Welterhoffen-áramok

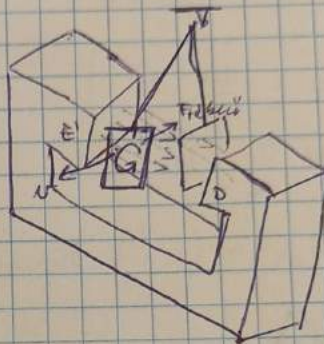
A mozgó lapra várható
a mágneses fluxus, áramok
indukálódhatnak. Az örvényáramok
hátteret - és felület a
mozgást



nagy felület



kis felület



2. Réztömbre ejtett mágnes

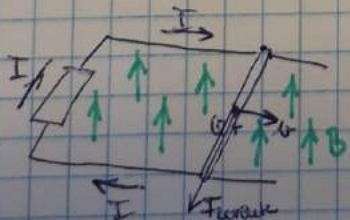


3. Felhasználás:

- örvényes felvezetés,
- indukciós főzőlap

III. A rugalmatlan indukciós értékelése

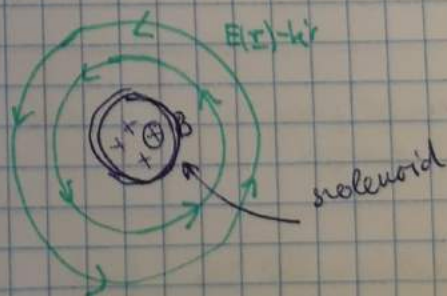
1. Mozgási indukciós értékelése



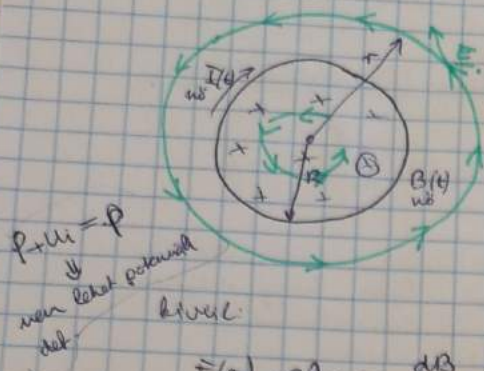
Mozgó vezetékben a szabad hőkibontó-
zóna hátteret - és felület a
indukált feszültség/áramot

2. Rugalmatlan indukciós

- nincs hőkibontó-
zóna, hanem a hőkibontó-
zóna felület



3.) Tabben induktív árammal átfűrt tekercs



Faraday-törvény: $U_i = \frac{d\Phi}{dt}$

$|U_i| = \text{egységnyi körhöz tartozó áram sebessége} = \oint E dr = \frac{d\Phi}{dt}$

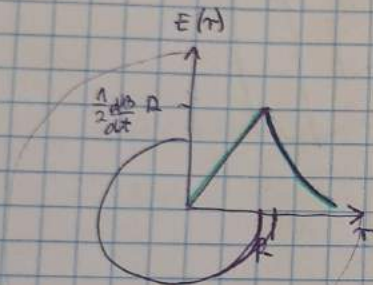
Most: $E(r) \cdot \oint dr = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\int B \cdot \vec{n} \cdot d\vec{A} \right)$

balra:

$E(r) \cdot 2\pi r = \frac{dB}{dt} \cdot \pi r^2$

$(r > R) \quad E(r) = \frac{1}{2} \frac{dB}{dt} \frac{R^2}{r}$

$E(r) = \frac{1}{2} \frac{dB}{dt} \cdot r \quad (r < R)$



Törvény! $\Sigma H = 0$, mindig biztos, hogy $\oint E \cdot dr = 0$

4.) Induktív elektromos működés jellemzői

elektromos E-ter	induktív E-ter
forrás, forrásai a térfélek	forrásmentes, mágneses forrásai
örvényműködés	örvénys E-terekkel áramok zárt körben
konervatív	nem konzervatív
potenciál, potenciális energia	nincs potenciál
fenntartó az áramot	fenntartó függ az áram

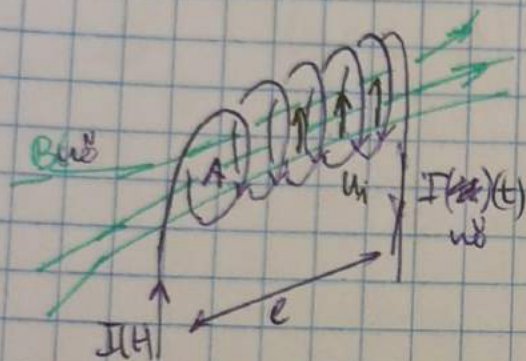
IV. Az öműködés

- 1.) Áramváltozás következtében I -változás $\rightarrow B$ változik
 $\rightarrow A$ vezető által körülfogott fluxus (Φ) is változik
 $\rightarrow U$ keletkezik.

$$U_i = - \frac{d\Phi}{dt} = - L \frac{dI}{dt} \quad , \quad [L] = \frac{Vs}{A} = H \quad (\text{henry})$$

↓
 tekercs induktivitása/
 öműködési tényező

2.) Szolenoid példája



szolenoid

$$B(t) = \mu_0 \frac{NI(t)}{l}$$

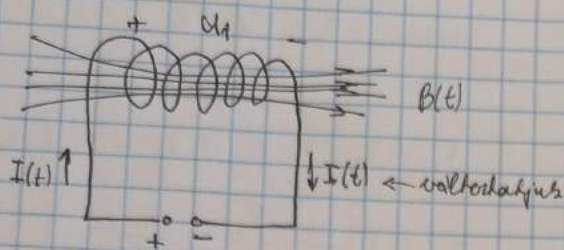
$$U_i = - \frac{d\Phi}{dt} \rightarrow \Phi(t) = N B(t) \cdot A$$

$$U_i = - \frac{d}{dt} \left(N \cdot \mu_0 \frac{NI}{l} \cdot A \right) = - \underbrace{\mu_0 \frac{N^2 A}{l}}_L \frac{dI}{dt}$$

$$L = \mu_0 \frac{N^2 A}{l}$$

2023.
04.28.

ISMÉTLE'S : Ömíndukció



Faraday törvény: $U_i = - \frac{d\Phi}{dt} \Rightarrow U_i = L \cdot \frac{dI}{dt}$

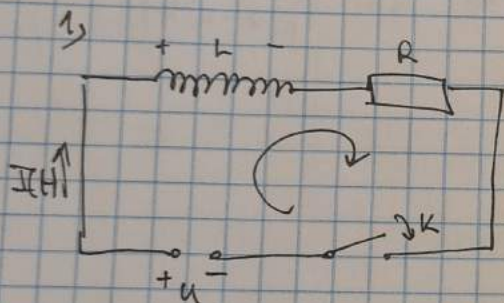
$\Phi_{\text{szagt}} = L \cdot I(t)$
↑
ömíndukciós
tényező

Solenoidra:

$$L_{\text{solenoid}} = \mu_0 \cdot \frac{N^2 A}{l}$$

E/11

I. Tekerés bekapcsolása (transziens jelenség)



II. Kirchhoff-törvény

$$(*) \quad U - L \frac{dI}{dt} - RI = 0$$

rendezve:

$$\frac{dI}{dt} = - \frac{R}{L} \left(I - \frac{U}{R} \right)$$

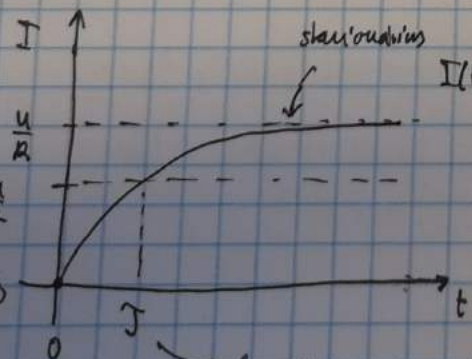
új változó: $i = I - \frac{U}{R} \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{dI}{dt}$

$$\frac{di}{dt} = - \frac{R}{L} \cdot i(t) \rightarrow i(t) = i_0 \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$

$i(t=0) = i_0 = -\frac{U}{R}$

$I(t) = i(t) + \frac{U}{R} = \frac{U}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right)$

2. Értelmezés



$$I(t) = \frac{U}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{T}} \right);$$

ahol $T = \frac{L}{R}$

• $t \ll T$, akkor felekez dróma meggyakorok, mint K zokrola elött (I nem változik kistelen)

• $t \gg T$ a tekerés vesztelbelet viselkedik.

→ karakterisztikus idő (időállandó)

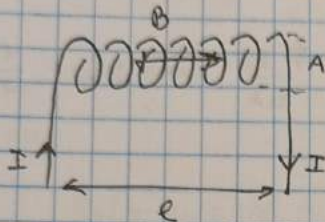
II. Mágneses mérében tárolt energia

1) (*)-ből átrendezéssel: $I U = RI^2 + L \cdot \frac{dI}{dt} I \quad / \cdot I$

$\underbrace{RI^2}_{\text{Joule-hővesztés}} + \underbrace{L \cdot \frac{dI}{dt} I}_{\text{mágneses energia időegységént}} / \cdot I$

$$\frac{dE_{\text{mágnes}}}{dt} = L \frac{dI}{dt} I = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} L \cdot I^2 \right) \Rightarrow \boxed{E_{\text{mágnes}} = \frac{1}{2} L \cdot I^2}$$

2)



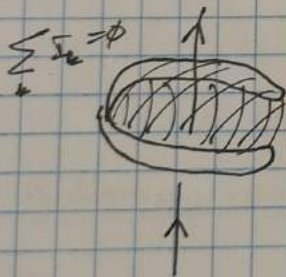
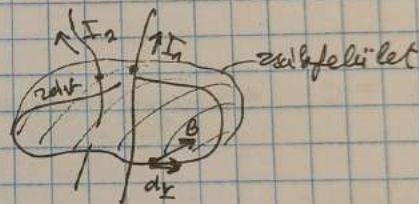
$$E_{\text{mágnes}} = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 N^2 A}{l} \cdot I^2 = \frac{1}{2} \underbrace{\left(\frac{\mu_0 N I}{l} \right)^2}_{B^2} \underbrace{\frac{1}{\mu_0} \cdot l A}_{V_{\text{mág}}}$$

$= \frac{1}{2\mu_0} B^2 V_{\text{mágnes}}$
Mágneses energiasűrűség

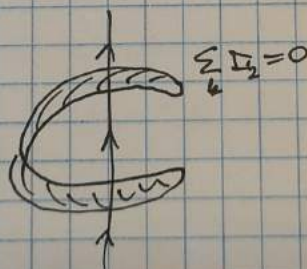
III. Az Ampère-törvény alkalmazása

1) Választás:

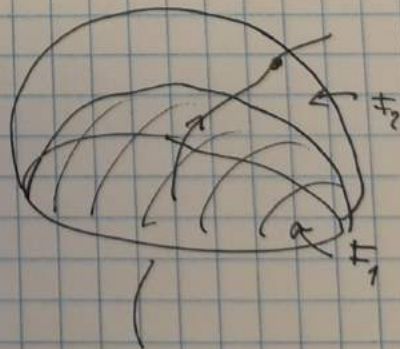
$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{r} = \sum_k \mu_0 I_k$$



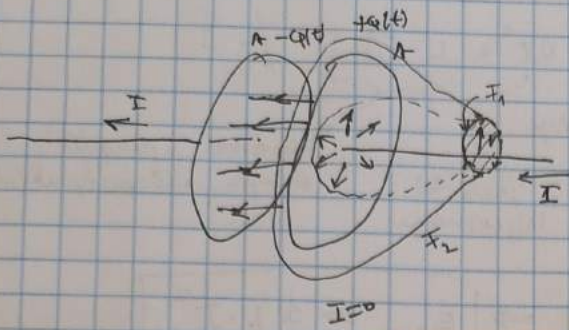
"Börpálcásúta felbontása" - zárthelyűlet



→ zárthelyűlet definiálunk



2. Pélola: szövevényes kondenzátor felhívása



Ampère - törvény:

$$\oint \underline{B} d\underline{x} = \underbrace{\mu_0 I}_{I_1} = \underbrace{\mu_0 \epsilon_0 \frac{d\varphi}{dt}}_{I_2}$$

Műt. Ampère - tör.

$$\oint \underline{B} d\underline{x} = \mu_0 \cdot I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\varphi}{dt}$$

I_D :
Elegendő áram

Kondenzátor vizsgálata:

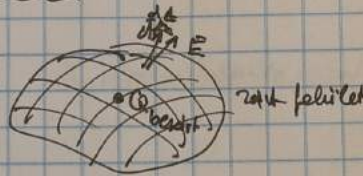
$$(1) \frac{dQ}{dt} = I, \quad (2) \quad \dot{E} = \frac{\dot{Q}}{\epsilon_0 A} = \frac{\frac{Q}{I}}{\epsilon_0 A} \xrightarrow{(2)} I = \epsilon_0 \frac{d}{dt} (E \cdot A) = \epsilon_0 \frac{d\varphi}{dt}$$

el. Gauss - tör.

IV. Maxwell - egyenletek (összefoglalás)

elektrosztatika
Gauss - tör.

$$\oint \underline{E} d\underline{A} = \frac{1}{\epsilon_0} Q_{\text{belső}}$$

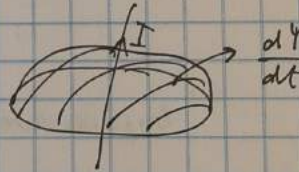


mágneses
Gauss - tör.

$$\oint \underline{B} d\underline{A} = 0 \quad \leftarrow \text{mágneses monopólus}$$

Ampère -
törvény

$$\oint \underline{B} d\underline{x} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\varphi}{dt}$$

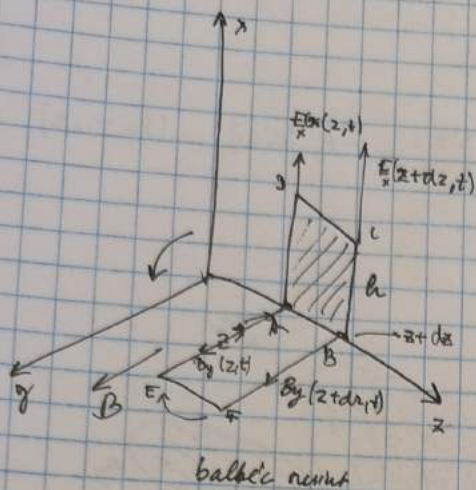


Faraday -
törvény

$$\oint \underline{E} d\underline{x} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

$\underline{u}_i$

V. Elektromágneses hullám (vákuum)



$$\mathbf{E}(x,t) = (E_x(z,t), 0, 0)$$

vákuum: $\epsilon = \epsilon_0$
 $\mu = \mu_0$

$$\mathbf{B}(x,t) = (0, B_y(z,t), 0)$$

Faraday-törvény ABCD-re:

$$E_x(z,t) \cdot h - E_x(z+dz,t) \cdot h = \frac{\partial B_y(z,t)}{\partial t} \cdot h \cdot dz$$

$$-\frac{\partial E_x}{\partial z} = \frac{\partial B_y}{\partial t} \quad (1)$$

Ampér-törvény:

$$B_y(z+dz,t) \cdot h - B_y(z,t) \cdot h = \mu_0 \cdot \epsilon_0 \cdot (-\dot{E}_x(z,t) \cdot h \cdot dz)$$

$$\frac{\partial B_y}{\partial z} = \mu_0 \epsilon_0 \cdot \frac{\partial E_x}{\partial t} \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \quad (1)$$

$$-\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 B_y}{\partial z \cdot \partial t}$$

Young képlet
mivel

meggyezik a 2 jobb oldal

$$\frac{\partial}{\partial t} \quad (2)$$

$$-\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 B_y}{\partial t \cdot \partial z}$$

Hullámegyenlet:

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 B_y}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 B_y}{\partial t^2}$$

2) A hullámegyenlet: alábbi s/z hullám megoldása

próba megoldás:

$$E_x(z, t) = E_0 \cos(kz \pm \omega t)$$

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = -E_0 k^2 \cos(kz \pm \omega t)$$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = -E_0 (\pm \omega)^2 \cos(kz \pm \omega t)$$

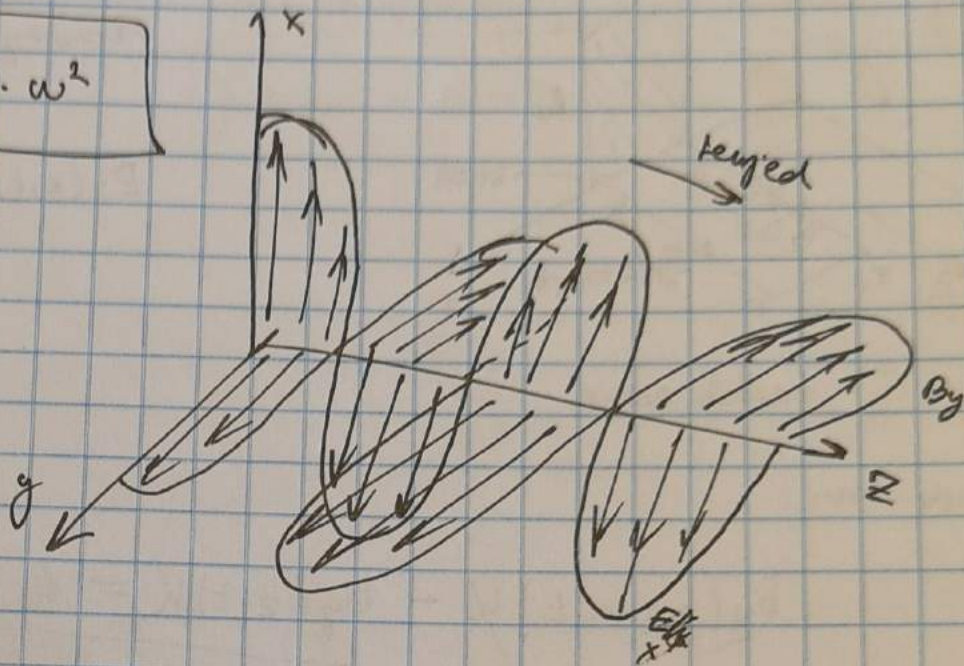
Hullámegyenlet:

$$k^2 = \mu_0 \cdot \epsilon_0 \cdot \omega^2$$

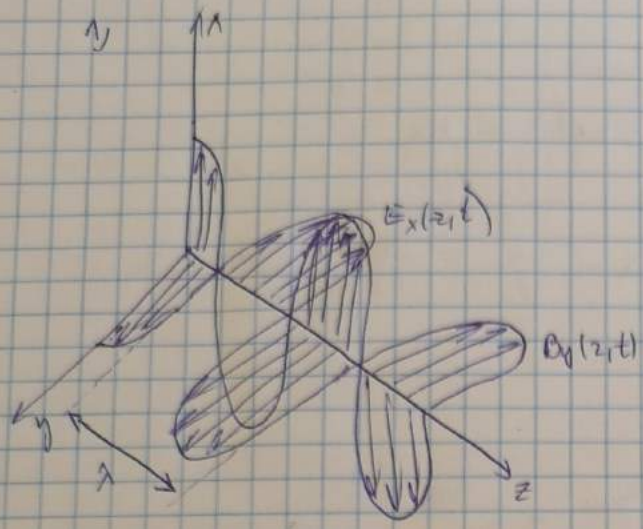
Behelyettesít:

$$\frac{1}{c^2}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



1. method



$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\frac{\partial B_y}{\partial t}$$

$$\frac{\partial B_y}{\partial z} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t}$$

hullámegyenlet:

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 B_y}{\partial z^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 B_y}{\partial t^2}$$

$$E_x(z,t) = E_0 \cdot \cos(kz \pm \omega t)$$

$$B_y(z,t) = B_0 \cdot \cos(kz \pm \omega t)$$

hullám sík hullám
mégis

fázis

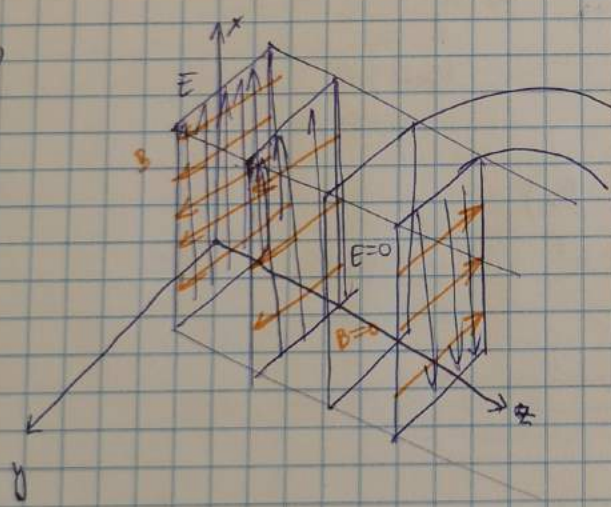
2019.
03.06.

E/12

hogyan néz ki a hullám?

miért ~~széles~~ sík hullám?

2)



hullámfrontok mindig fázis
(Huygens-egyenlet) pontokra illeszkedő felület

3,
a)

terbeli periódus: $E_x(z+\lambda, t) = E_x(z, t)$

$$\cos(kz + k\lambda \pm \omega t) = \cos(kz \pm \omega t)$$

$$k\lambda = 2\pi$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{k}$$

hullámhossz

hullám szám: k

b) időbeli periódus:

$$E_x(z, t+T) = E_x(z, t)$$

$$\omega T = 2\pi$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

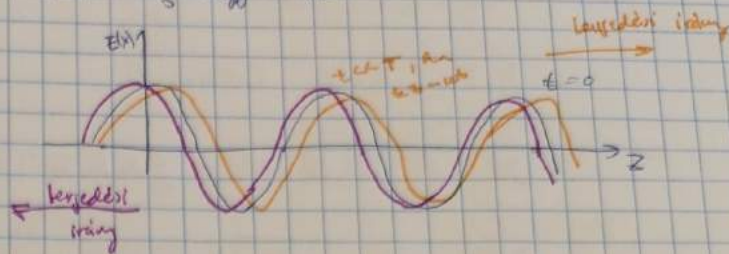
(periódusidő)

hőrfrekvencia: $\omega = \frac{2\pi}{T}$

c, frekvencia: $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$, $[f] = \frac{1}{s} \text{ vagy } \text{Hz}$

d, terjedési irány:

$$E_x(z, t) = E_0 \cos(kz \pm \omega t)$$



e, terjedési sebesség: c

$$c = \frac{\lambda}{T} = \frac{\frac{2\pi}{k}}{\frac{2\pi}{\omega}} = \frac{\omega}{k}$$

előző óta: $\omega^2 = \mu_0 \epsilon_0 k^2$
 $k^2 = \mu_0 \epsilon_0 \omega^2$

adománnyal: $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = \approx 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

csíghatóság:

$$c' = \frac{1}{\sqrt{\mu_0/\mu_r \epsilon_0/\epsilon_r}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}} = \frac{c}{n} \leftarrow \text{vákuumtábla}$$

f, kapcsolat E és B között:

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\frac{\partial B_y}{\partial t}$$

$k \cdot c = \omega$
 $\downarrow$
 $-E_0 \cdot k \sin(kz \pm \omega t) = \mp B_0 \cdot \omega \sin(kz \pm \omega t) \Rightarrow \boxed{E_0 = \pm B_0 c}$

II, Az energia terjedése EM hullámban

1, Energia sűrűség:

elektromos: $w_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_x^2(z, t) = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2 \cos^2(kz \pm \omega t)$

mágneses: $w_B = \frac{1}{2\mu_0} B_y^2(z, t) = \frac{1}{2\mu_0} B_0^2 \cos^2(kz \pm \omega t)$

teljes: $w = w_E + w_B = \frac{1}{2} \cos^2(kz \pm \omega t) \left(\epsilon_0 E_0^2 + \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0} B_0^2 \right)$

$$w_{\text{átlag}} = \epsilon_0 E_0^2 \cos^2(kz \pm \omega t)$$

2) Poynting-Vektor

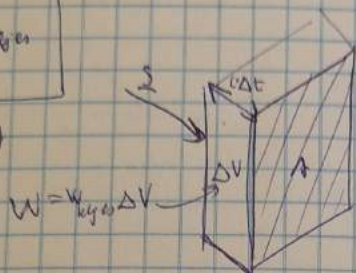
$$\underline{S} = \frac{1}{\mu_0} \underline{E} \times \underline{B} \quad (\text{definiert})$$

$$|\underline{S}| = \frac{1}{\mu_0} \cdot |\underline{E}| \cdot |\underline{B}| \cdot \sin 90^\circ = \frac{1}{\mu_0} E_0 B_0 \cos^2(kz \pm \omega t)$$

$$|\underline{S}| = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \cdot \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_0 \frac{1}{c} E_0 \cos^2(kz \pm \omega t) = \underbrace{\frac{1}{\mu_0 \epsilon_0}}_c \cdot \underbrace{E_0 \cdot E_0 \cos^2(kz \pm \omega t)}_{W_{\text{ref}}}$$

$$|\underline{S}| = c \cdot W_{\text{ref}}$$

energie-durchfluss



elektromagnetische energie

$$W = W_{\text{ref}} \cdot A \cdot \Delta z$$

$$W = |\underline{S}| \cdot A \cdot \Delta z$$

3. Intensität:

a) $I =$ zeitgemittelte mittlere Leistungsdichte

$$I = \langle |\underline{S}| \rangle = c \cdot \epsilon_0 E_0^2 \langle \cos^2(kz \pm \omega t) \rangle$$

↑
zeitgemittelte

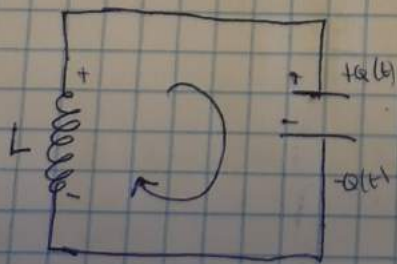
$$\left. \begin{aligned} \cos 2x &= \cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1 \\ \cos^2 x &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2x \end{aligned} \right\}$$

$$I = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2 c = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_0^2$$

b) Messgröße: an EM Wellen Impuls ist gekoppelt
→ Impuls-durchfluss: $\frac{S}{c}$

II. EM Wellen als beladene:

$$\text{Kirchhoff: } U_c + U_L = 0$$



$$\frac{Q(t)}{C} + L \frac{d^2 Q}{dt^2} = 0 \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{Q(t)}{C} + L \frac{dI}{dt} &= 0 \quad (1) \\ \frac{dQ}{dt} &= -I \quad (2) \end{aligned} \right. \rightarrow \frac{d^2 Q}{dt^2} = -\frac{1}{LC} Q(t)$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{D}{m} x(t)$$

harmonische
Vergleich

$$\frac{d^2 Q}{dt^2} = -\frac{1}{LC} Q(t)$$

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi_0), \text{ also } \omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

Megoldás:

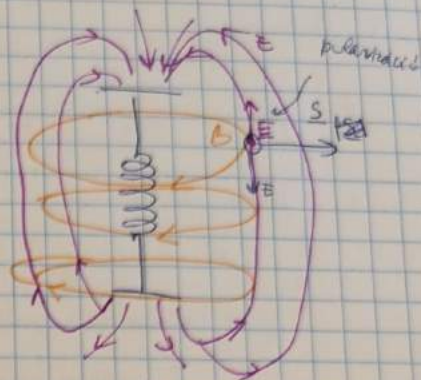
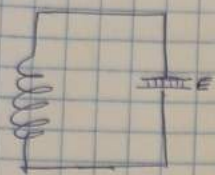
$$Q(t) = Q_{max} \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$$

max $\varphi_0 = 0$

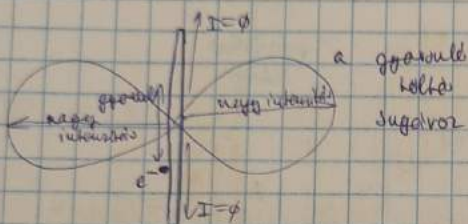
, ahol

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

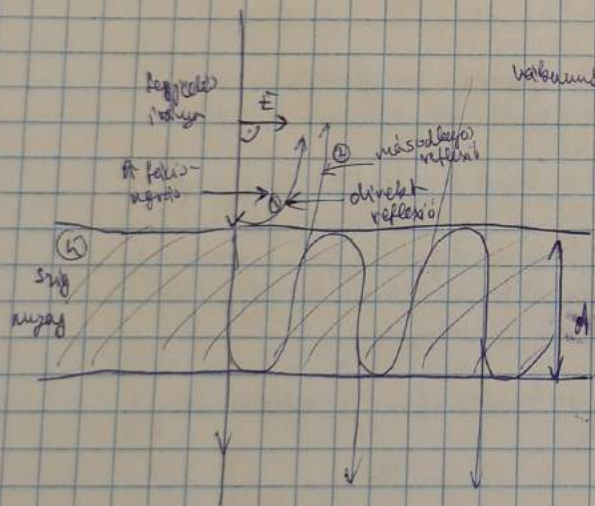
2, antenna modellje



antenna



IV- interferencia hullámszerege



hullámok

$$c' = \frac{c}{n}, \quad f' = f, \quad \lambda = \frac{\lambda}{n}$$

$\Delta f = c$

① és ② nyálca
közötti maximális gyengülés

$$\Delta p = k' \cdot 2d - \pi = \frac{2\pi}{\lambda'} \cdot 2d - \pi$$

$$\Delta p = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot 2nd - \pi = \pi(2n \cdot 2d - 1) \quad \text{ahol } n(2d+1) \in \mathbb{Z}$$

$$2nd = cgen \lambda$$

Alkalmazás:

AR rétegek
anti-reflex

2019.
05.13.

E/13

I Polarizáció

1) polarizáció irányja: EMH-ban az elektromos térférfósség
vezérlésének irányja.

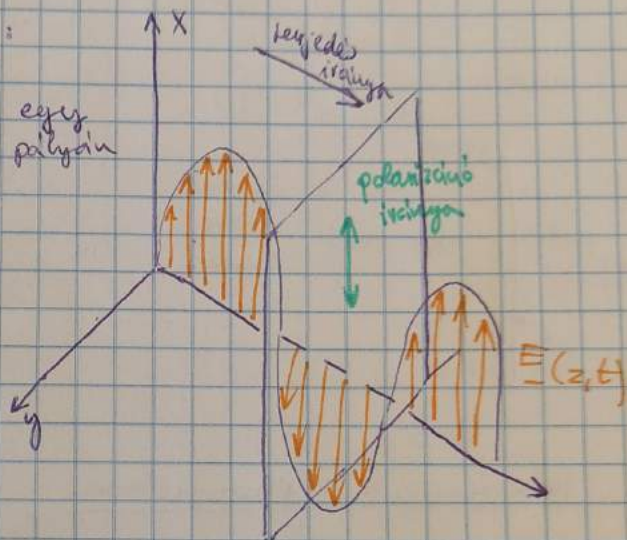
2) fajtái:

- nappfény: polarizáltak (,,berek")

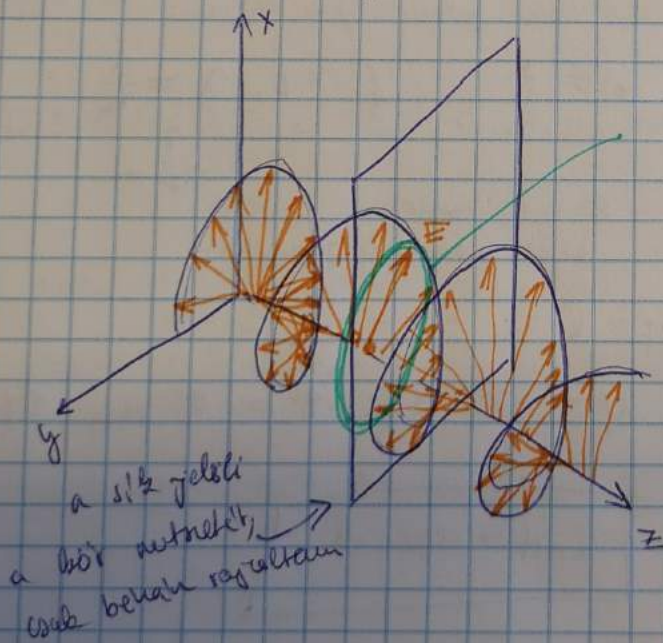
- lineáris polarizáció:

E vektor végpontja egy
adott z -nél egyenes pályán
mozog.

$$E(t) = E_0 e_x \cos(\omega t)$$



- körférfó polarizáció



Az E vektor végpontja adott
 z esetén körpályán mozog.

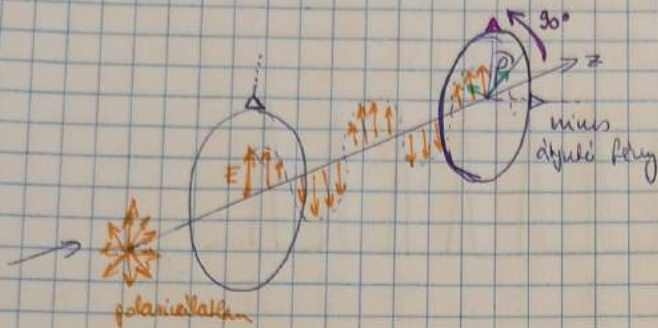
$$E(t) = E_0 e_x \cos(\omega t) + E_0 e_y \sin(\omega t)$$

Két. (e_x és e_y irányban) lineárisan
polarizált hullám eredője, 90° -os
fáziskülönbséggel.

„jobbkeres” fény / „balkezes” fény

3. polarizátorok (polarizáló)

- csak egy bizonyos irányú térférség komponensét engedve át.
- merőleges álló polarizációra nem jut át a fény.



$$E_{\text{átjut}} = E_0 \cdot \cos \theta$$

$$I_{\text{átjut}} \approx E_{\text{átjut}}^2$$

$$I_{\text{átjut}} = I_0 \cdot \cos^2 \theta$$

Malus - törvény

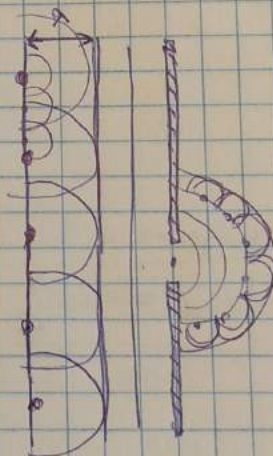
II DIFFRAKCIÓ (elhajlás)

- akadályok között elhaladó hullámok továbbterjedése
- nem azonos a geometriai optikával!

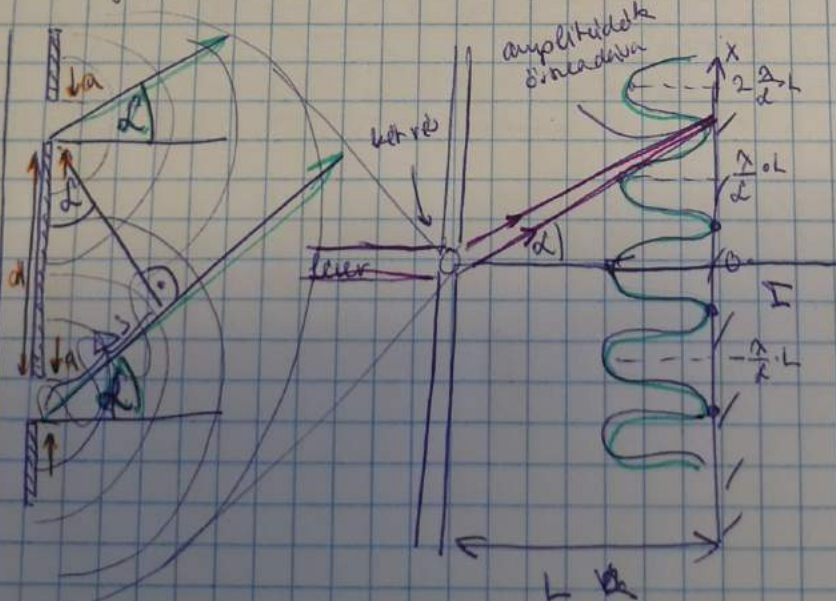
Huygens - Fresnel - elv:

A hullámfront minden pontja egy-egy elemi, gömbhullámokat kibocsátó forrásként viselkedik.

Ezen gömbhullámok interferenciája adja a továbbterjedő hullámfrontot.



1, Young-féle kettősre (a < d)



$$x = L \cdot \sin \theta \approx L \cdot \theta$$

($x \approx L \sin \theta$)

Hullámok amplitúdója: Ψ (skalár)

két hullám útkülönbsége:
 $\Delta s = d \cdot \sin \theta$

$$\text{fáziskülönbség: } \Delta \phi = 2\pi \frac{\Delta s}{\lambda}$$

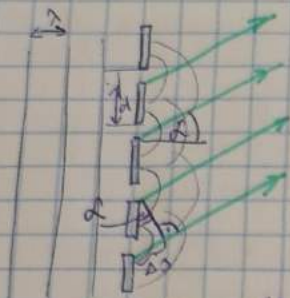
$$\text{erősítés feltétele } \Delta \phi = 2\pi \cdot m, m \in \mathbb{Z}$$

$$\sin \theta_m = m \cdot \frac{\lambda}{d} \quad (erősítés)$$

$$\text{gyengítés: } \Delta \phi = \pi(2m+1)$$

$$\sin \theta = (m + \frac{1}{2}) \frac{\lambda}{d} \quad (\text{gyengítés felt.})$$

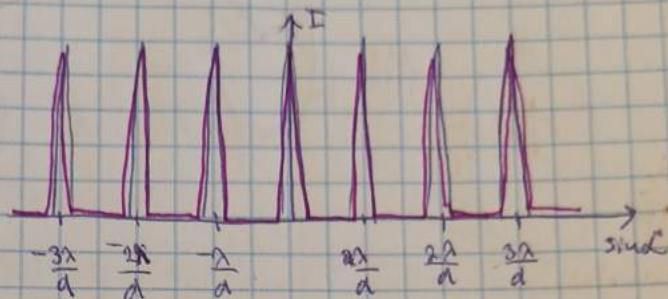
2. Optikai rács (megfellelő sok réteg)



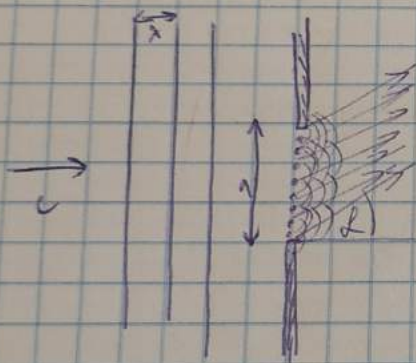
Két szomszédos réstől jövő hullám
útkülönbsége: $\Delta s = d \cdot \sin \alpha$

Érősítés feltétele: $\Delta s = m \cdot \lambda, (m \in \mathbb{Z})$
 $\rightarrow \sin \alpha_m = m \cdot \frac{\lambda}{d} \rightarrow$ intenzitásmaximum

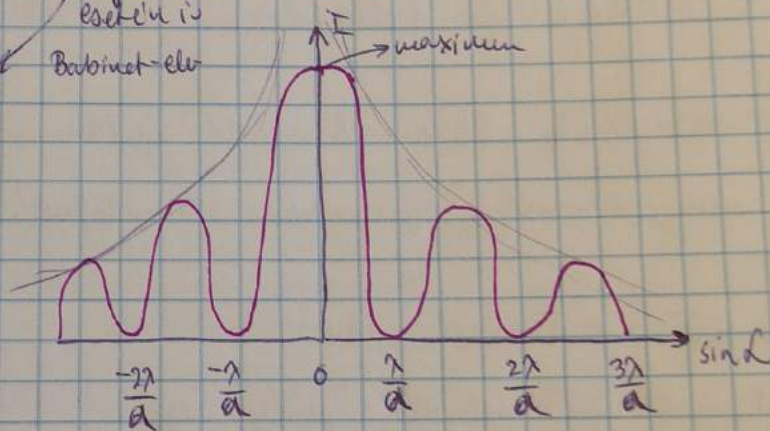
elhalványuló
rendje



3. Egyetlen réteg:



helyiérték
esetén is
Babinet-elv



Kioltási helyek:

$$\sin \alpha = m \cdot \frac{\lambda}{a}, \quad m \neq 0 \quad m \in \mathbb{Z}$$

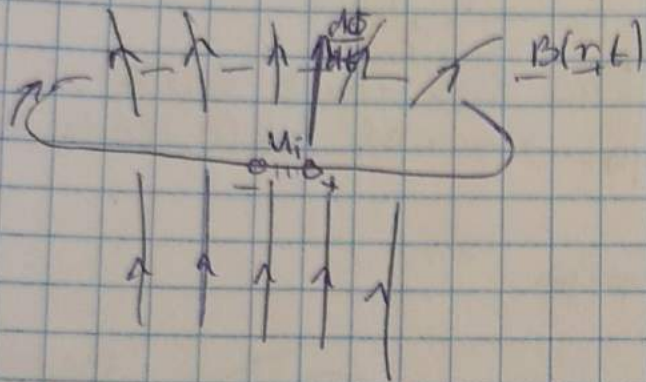
$\rightarrow$ intenzitás MINIMUMOK

II. Műanyagú indukció ($B(r, t)$ függ t -től)!

1. Kérdés: $B(t)$ időben változik, de a vezető nem mozog, akkor is van indukált feszültség. (új jelenség)

2. Faraday -féle indukció képlete:

Változó B idővel az áramkörben a vezető által körülfogott mágneses fluxus értéke, akkor a zárt vezetőben feszültség indukálódik, melynek nagysága arányos a fluxus idő szerinti deriváltjával.



$$U_i = - \frac{d\Phi}{dt}$$

Lenz-törvény
(balkezesség)