

húscsát: ebonitnál megdörzsöléske macshasznál (⊖)

↳ először vonzza a vattapamacsot, majd taszítja

↳ u.e. alufólia darabbal (énke után taszítás)

↳ a másik ebonitnál taszítás

Tha/cb/ es más dmi görögök

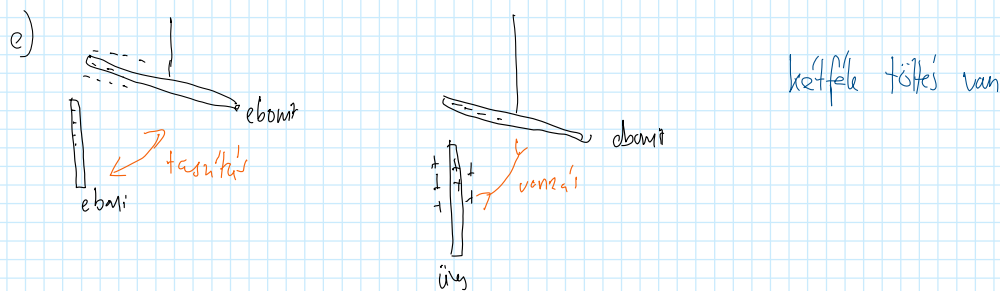
üveg nál megd. szilikonnal (+)

↳ vonzza az ebonitnál

I Dörzselektromosság, alapjelenségek

1) Kísérletek

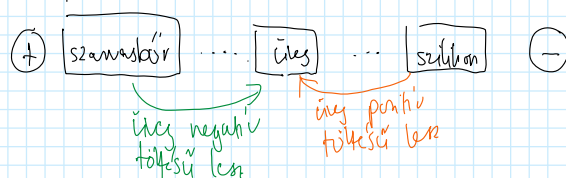
- | | | |
|---|--------------------------------------|-------------|
| a) vatta + szőmécsl dörzsölés ebonitnál : | vonzza majd taszítja |] szigetelő |
| b) vatta + bőrdel dörzsölés üveg nál | vonzza majd taszítja | |
| c) alufólia + dörzsölés | vonzza majd érintkezés után taszítja |] vezető |
| d) — — + üveg nál | ————— | |



f) LED-es töltéshijező: kétféle töltést jdes

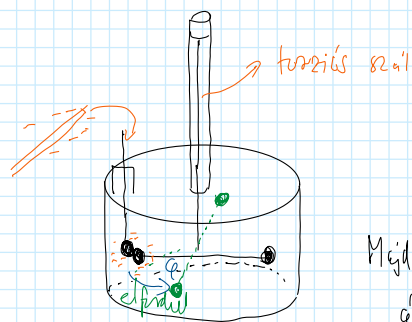
g) kölcsönhatás testek töltése függ az anyagától

DÖRZSELEKTROMOS SOR



h) elektroszkóp
elektrométer (számlája van) } általában töltés nagyságának kimutatására, mérésekre

i) Coulomb-mérleg: milyen töltés van abban a két ponttöltés között

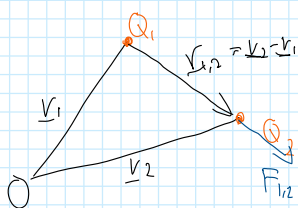


Miért ha elmozdítjuk a töltést, visszatér,
addigra fele töltéssel a másik súlycímre
újra töltés

$$\begin{aligned} F &\sim Q_1 \\ F &\sim Q_2 \\ F &\sim \frac{1}{r^2} \end{aligned}$$

2) Matematikai megfogalmazás

a) COULOMB TÖRVÉNY



$$|F_{1,2}| = k \frac{Q_1 Q_2}{r_{1,2}^2}$$

→ Coulomb állandó
 $9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$

$$[Q] = C = As \quad (\text{coulomb})$$

2019. máj. 20-tól: elemi töltés $1,602176634 \cdot 10^{-19} C$

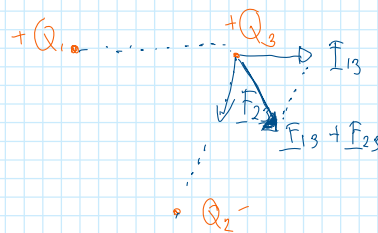
vákuum dielektrikus állandója/permittivitása: $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} \approx 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = k$$

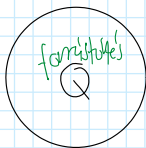
vektoriálisan

$$\underline{F}_{1,2} = k \frac{Q_1 Q_2}{|r_{1,2}|^2} \cdot \underbrace{\frac{r_{1,2}}{|r_{1,2}|}}_{\text{egységvektor}}$$

b) szuperpozíció: több töltés együttes hatása Newton IV. törvénye alapján számítható



3) Elektrikus térerősség



→ próbatöltet
→ q
→ $F_q Q$

$$|\underline{E}| \sim q \Rightarrow \frac{|\underline{F}|}{q} = a'U$$

A forrás térerőssége

$$\frac{\underline{F}}{q} = \underline{E} \quad \text{térerősség (pontból pontba más)}$$

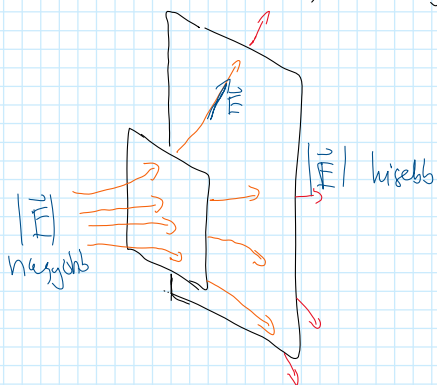
Térerősség: az egységnyi próbatöltetre ható erő
(a forrás töltésmegkötő képsége)

mértékegység: $[\underline{E}] = \frac{N}{C} = \frac{N}{As}$

4) Elektrikus mező szemléltetése (erővonalakkal)

- erővonalak:
- bármely pontban az $\underline{E}$ térerősség az erővonal érintője
 - az erővonalak sűrűsége (az egységnyi mérőfelületen átmennő erővonalak száma) arányos $|\underline{E}|$ -vel

erővonalak száma arányos $|\vec{E}|$ -vel



• összefüggés van a C. függvény?



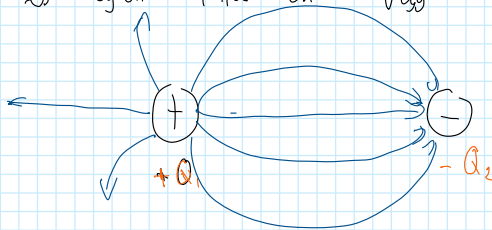
N db erővonal felragasztás

erővonalak sűrűsége: $\frac{N}{4\pi r_1^2}$ $\frac{N}{4\pi r_2^2}$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{N}{4\pi r_1^2}}{\frac{N}{4\pi r_2^2}} = \frac{\frac{1}{r_1^2}}{\frac{1}{r_2^2}} \Rightarrow E \sim \frac{1}{r^2} \checkmark$$

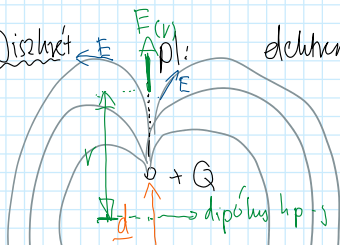
összefüggés van a függvény

• mindig pozitív töltésléből vagy végtelenből indulnak,
és negatív töltésbe vagy a végtelenbe végződnek



II Töltésmegosztás elektromos térerő / mezője

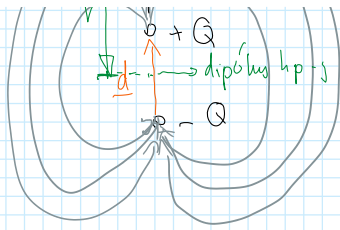
1) Diszkrét $E(r)$ $Apl:$ elektromos dipólus



$r \gg d$

$E(r)$ térerősség a tengelyen

$$E(r) = E_+ - E_-$$



$$E(r) = E_+ - E_-$$

$$E(r) = k \frac{Q}{\left(r - \frac{d}{2}\right)^2} - k \frac{Q}{\left(r + \frac{d}{2}\right)^2}$$

$$E(r) = kQ \frac{\left(r + \frac{d}{2}\right)^2 - \left(r - \frac{d}{2}\right)^2}{\left(r + \frac{d}{2}\right)^2 \cdot \left(r - \frac{d}{2}\right)^2}$$

$$\approx kQ \frac{2rd}{r^4}$$

$$= 2k \frac{Qd}{r^3}$$

elektromos dipólusmomentum

$$\underline{P} = Q \underline{d}$$

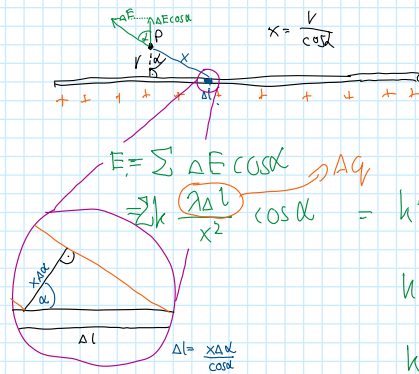
rem a Coulomb mező erőforrása

2) Folytassa töltéeloszlások

a) vonalmenti (lineáris) töltéeloszlás

$$\text{töltéssűrűség} \quad \lambda = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta l}$$

pl: hosszú, egyenes pálcán



$$E = \sum \Delta E \cos \alpha$$

$$\Rightarrow k \frac{\lambda \Delta l}{x^2} \cos \alpha = k \lambda \sum \frac{x \Delta \alpha}{\cos \alpha} \cdot \frac{1}{x^2} \cdot \cos \alpha$$

$$k \lambda \sum \frac{\Delta \alpha}{x}$$

$$k \lambda \sum \Delta \alpha \frac{\cos \alpha}{x}$$

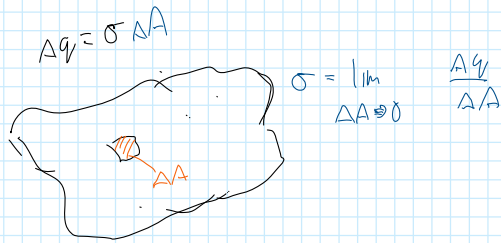
$$\frac{k \lambda}{x} \sum \Delta \alpha \cos \alpha$$

$$\frac{k \lambda}{x} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos \alpha d\alpha$$

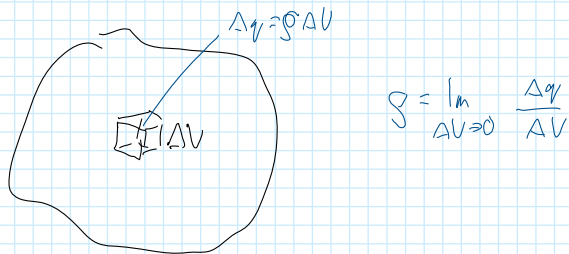
$$E(r) = 2 \frac{k \lambda}{(r)}$$

ismét nem C erőforrás

b) Felületi töltéssűrűség

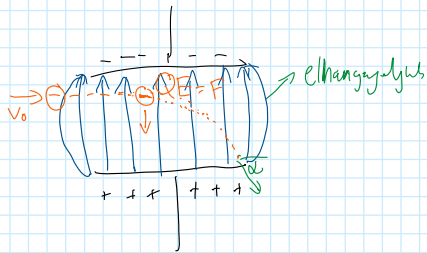


c) Térfogat töltéssűrűség



III Töltés elhelyezkedése térben

1) Ponttöltés homogén térben ($E = dU$)



$$Q = \frac{t_e}{m} = \frac{QE}{m}$$

$$v_x = dU$$

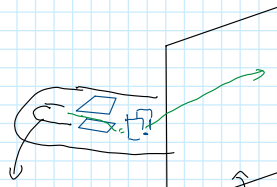
$$v_y = at = \frac{QE}{m} t$$

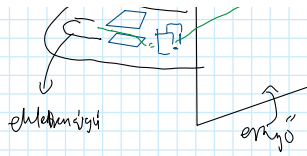
$$\tan \alpha = \frac{v_y}{v_x}$$

$$t = \frac{L}{v_x} = \frac{L}{v_0}$$

$$\tan \alpha = \frac{QE}{m} \frac{L}{v_0^2}$$

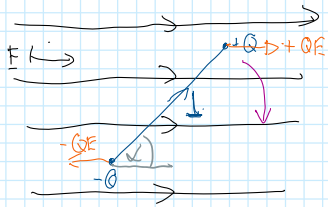
pl: CRT monitor





IV DIPÓLUS ELEKTROMOS TÉRBEN

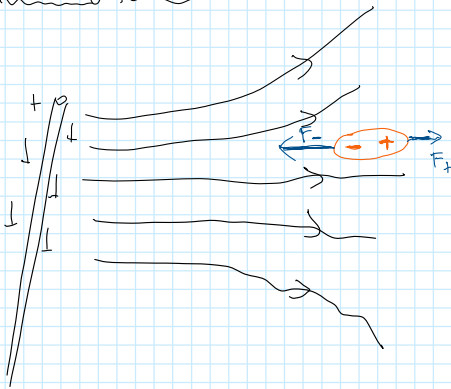
1) Homogén tér



- eredő erő $|\sum \vec{F}| = QE - QE = 0$
- forgatónyomaték $M_0 = +QE \frac{l}{2} \sin \alpha - (-QE) \frac{l}{2} \sin \alpha$
 $M_0 = QE l \sin \alpha$
 $\underline{M}_0 = \underline{p} \times \underline{E}$
 $\underline{p}$: el. dipólusmomentum

• pl: H_2O molekula mikorban

2) Inhomogén tér



a két erő nem egyenlő az elkerül E miatt

$F_- > F_+ \Rightarrow$ vonzóerőt eredményez

K: Mire vonzza magához a megdőltsélt elvált/üregűd az apró, töltetlen testeket?

V: A test dipólussá válik, melyre az inhomogén tér erőit fejt ki.

V Az ELEKTROMOS FLUXUS

1) A FLUXUS JELENTÉSE

- az erővonalak sűrűsége: az egységnyi $\perp$ felületen áthaladó erővonalak száma

1) A FLUXUS JELENTÉSE

- az erővonalak sűrűsége: az egységnyi $\perp$ felületen áthaladó erővonalak száma arányos $|\vec{E}|$ -vel

- nem egységnyi felület esetén (A) az

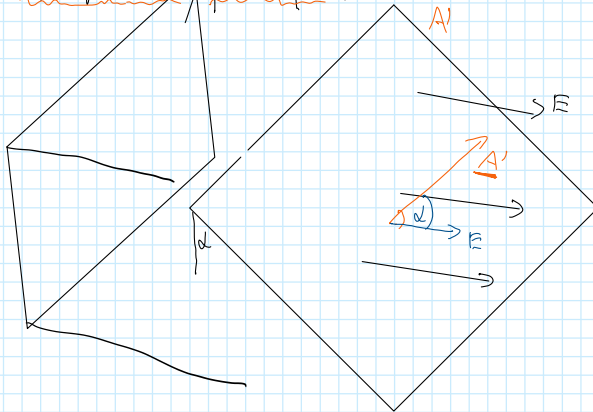
$\Phi \sim$ a felületen átmennő erővonalak száma

$$\Phi = EA \quad \text{FLUXUS}$$

$$[\Phi] = \frac{\text{m}^2 \text{N}}{\text{As}} = \frac{\text{m}^2 \text{C}}{\text{s}}$$

2) ÁLTALÁNOSÍTÁS

a) homogén tér / sík felület



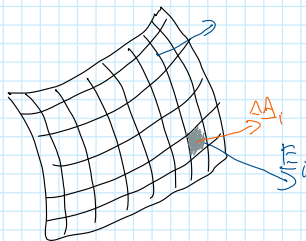
$$\Phi_A = \Phi_{A'}$$

$$\Phi_A = EA = EA' \cos \alpha = \Phi_{A'}$$

valóban

$$\Phi_{A'} = EA'$$

b) görbe felület APROXIMÁCIÓVAL

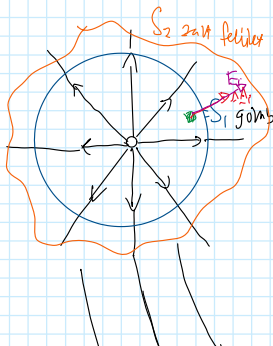


$$\Phi = \sum_i \vec{E}_i \cdot \Delta \vec{A}_i$$

$$\Phi = \sum_i E_i \Delta A_i \cos \alpha_i$$

VI A2 ELEKTROMOS GAUSS - TÖRVÉNY

1) PONTTÖLTÉS FLUXUSA ZÁRT FELÜLETRE

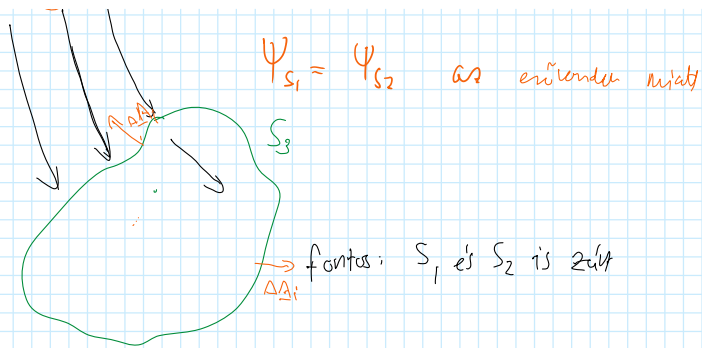


$$\Phi_{S1} = \sum_i \vec{E}_i \cdot \Delta \vec{A}_i = k \frac{Q}{r^2} \sum_i \Delta A_i = k \frac{Q}{r^2} 4\pi r^2 = kQ 4\pi$$

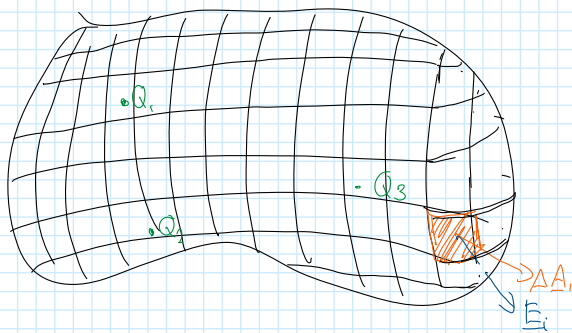
$\downarrow$
állandó

$$\Phi_S = 4\pi k Q = 4\pi \frac{1}{4\pi \epsilon_0} Q = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\Phi_{S1} = \Phi_{S2} \quad \text{az enclozandó mialt}$$



2) ÁLTALÁNOSÍTÁS



$$\underline{E}_i = \underline{E}_i^{(1)} + \underline{E}_i^{(2)} + \underline{E}_i^{(3)} + \dots$$

$$\Psi_{\text{zárt}} = \oint \underline{E}_i \cdot \underline{\Delta A}_i = \sum \underline{E}_i^{(1)} \cdot \underline{\Delta A}_i + \sum \underline{E}_i^{(2)} \cdot \underline{\Delta A}_i + \sum \underline{E}_i^{(3)} \cdot \underline{\Delta A}_i + \dots$$

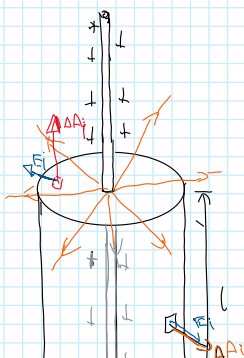
→ $\frac{Q_1}{\epsilon_0}$
→ $\frac{Q_2}{\epsilon_0}$
→ $\frac{Q_3}{\epsilon_0}$

GAUSS-TÖRVÉNY

$$\Psi_{\text{zárt}} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum Q_{\text{bezárt}}$$

Zárt felület fluxusa egyenlő a bezárt eredő töltés $\frac{1}{\epsilon_0}$ szorzásával.

3) ALKALMAZÁS: Hosszú TÖLTÖTT PÁLCÁ TERE



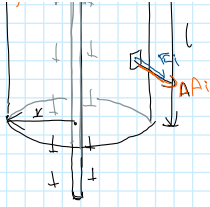
Fluxus

ez elhanyagolható, $\alpha \approx 90^\circ$ a bonyolult, 0 a palcán

$$\Psi_{\text{zárt}} = \sum \underline{E}_i \cdot \underline{\Delta A}_i$$

$$\Psi_{\text{zárt}} = E(r) \underbrace{\sum_i \Delta A_i}_{\text{palca felülete}} = E(r) 2\pi r l$$

Gauss-törvény



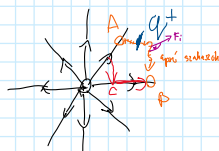
Gauss-törvény

$$\underbrace{E(r) \cdot 2\pi r l}_{\Psi_{2\pi r l}} = \frac{1}{\epsilon_0} \underbrace{(\lambda l)}_{Q_{2\pi r l}}$$

$$E(r) = \frac{1}{2\pi \epsilon_0} \cdot \frac{\lambda}{r} = \boxed{2k \frac{\lambda}{r}}$$

Megfigyelés: a kísérletben teszt jűtőh mozgásba elektromos térben
 $\Downarrow$
 az elektromos térben van munkavégző képessége

1) PONTTÖLTÉS TERE



$$W_{AB} = \sum_i \vec{F}_i \cdot \Delta \vec{s}_i = q \sum_i \vec{E}_i \cdot \Delta \vec{s}_i = q \int \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$\vec{E}$ ter munkája

VONAL
INTEGRÁL

$$W_{AB} = q \sum_i |\vec{E}| |\Delta \vec{s}_i| \cos \alpha$$

sugárirányú elmozdulás

$$W_{AB} = W_{ACB}$$

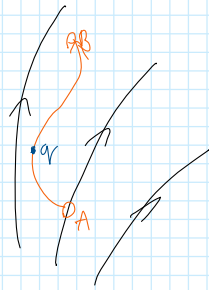
Ponttöltés tereben a mező által a próbatöltésen végzett munka független az úttól, csak a végpontoktól függ.

A ponttöltés el. mezője konzervatív.

2) FESZÜLTÉG

a) • Ha egy ponttöltés mezője konzervatív (W_{AB} útfüggetlen), akkor ez több ponttöltés esedő tere is igaz.

• Konzervatív tér $\rightarrow$ mech. energia megmarad
 $\rightarrow$ létezik potenciális energia



$$W_{AB} = E_{\text{pot}}^A - E_{\text{pot}}^B = -\Delta E_{\text{pot}}^{AB}$$

DEF Feszültség:

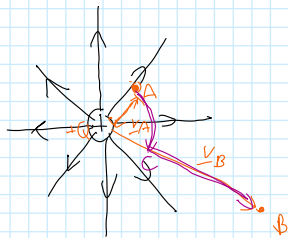
$$U_{AB} = \frac{\Delta E_{\text{pot}}^{AB}}{q} = \frac{E_{\text{pot}}^B}{q} - \frac{E_{\text{pot}}^A}{q} = - \sum \underline{E_i} \cdot \underline{\Delta s_i}$$

Az egységnyi pos. töltés a mező által az AB útvonalon végzett munka (-1) -szere.

b) megjegyzés

$$[U_{AB}] = \frac{J}{C} = V$$

c) Feszültség ponttöltés terében



$$W_{AB} = W_{AC} + W_{CB} = 0 + W_{CB}$$

$$-U_{AB} = -U_{CB}$$

$$U_{AB} = U_{CB} = -\sum \underline{E_i} \cdot \underline{\Delta s_i} = -\sum \underline{E_i} \cdot \underline{\Delta s_i}$$

$$U_{AB} = -\sum E(r) \Delta r \rightarrow -\int_{r_A}^{r_B} E(r) dr = -kQ \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2}$$

$$U_{AB} = -kQ \left(-\frac{1}{r_B} + \frac{1}{r_A} \right)$$

$$U_{AB} = \frac{kQ}{r_B} - \frac{kQ}{r_A}$$

3) POTENCIÁL és POT. EN.

a) feszültség.

$$U_{AB} = \frac{E_{\text{pot}}^B}{q} - \frac{E_{\text{pot}}^A}{q} = \underbrace{\varphi_B}_{\text{POTENCIÁL}} - \underbrace{\varphi_A}_{\text{POTENCIÁL}}$$

Egysége: + töltés pot. energiája (φ)

A potenciál nullsintje az tetszőleges, de általában a ∞ -ben 0.

b) Ponttöltés potenciálja

$$\varphi(r) = k \frac{Q}{r} \quad (r \rightarrow \infty, \varphi(r) \rightarrow 0)$$

első hatvány

+	töltés	+ pot
-	tölt	- pot

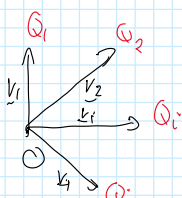
$$[\varphi] = V$$

c) más megfogalmazás.

A potenciál a mező P pontjában megadja, hogy az egységnyi pos. töltés mennyi munkát végez a mező, ha a töltést P-ből a nullsintbe (∞ -ba) viszi.

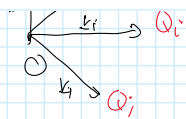
I A POTENCIÁL ALKALMAZÁSAI

1) Töltésekben elektromos energiák



Az i. és j. közötti potenciális energia

$$E_{\text{pot}} = Q_i \varphi_j = Q_i \cdot k \frac{Q_j}{|r_i - r_j|}$$



$$E_{\text{pot}}^N = Q_i \phi_j = Q_i \cdot \frac{k Q_j}{|r_i - r_j|}$$

A teljes pot en.

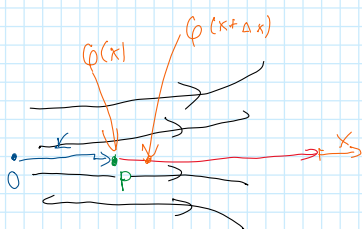
$$E_{\text{pot}}^{\text{teljes}} = \frac{1}{2} \sum_{i,j} Q_i \phi_j = \frac{1}{2} \sum_{i,j} k \frac{Q_i Q_j}{|r_i - r_j|}$$

↪ kétféleképpen számítható

pl 2 töltés esetén

$$E_{\text{pot}} = \frac{1}{2} k \frac{Q_1 Q_2}{r_{12}} + \frac{1}{2} k \frac{Q_2 Q_1}{r_{12}} = k \frac{Q_1 Q_2}{r_{12}}$$

2) Elektromos térerősség meghatározása a potenciálból



$$\phi_P(r) \approx \sum_{-\infty}^{\infty} E(x) \Delta s$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} E(x) ds$$

Fordított művelet

$$\phi(x) - \phi(x + \Delta x) \approx E(x) \Delta x$$

$$E(x) \approx - \frac{\phi(x) - \phi(x + \Delta x)}{\Delta x} \quad \Delta x \rightarrow 0$$

$$E(x) = - \frac{d\phi}{dx}$$

1 dimenzióban számolunk

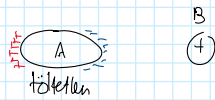
m: 3 dimenzióban bonyolultabb

II ELEKTROMOS MEZŐ Vezetőn közelében

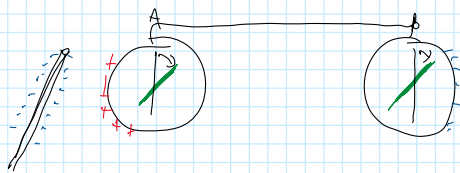
1 kísérlet

a) megfigyelés



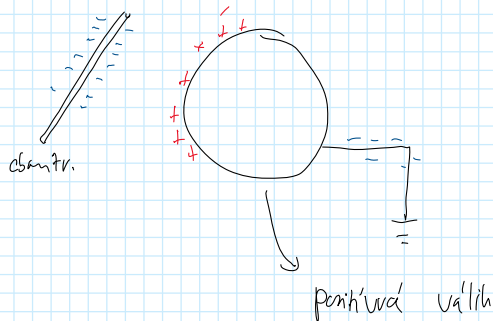


elektroncsúszás



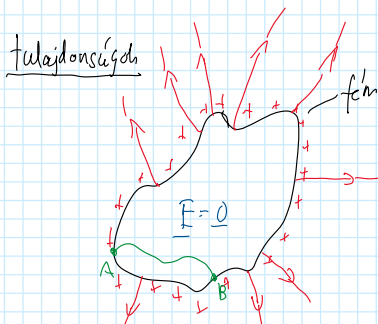
Megosztás során két fél töltés alakul ki ≤ 2 csúszás,
szétválasztással a pólus elválik $\rightarrow$ szeparáltuk őket
(töltéshordozó)

b) elektroncsúszás feltöltése megosztással



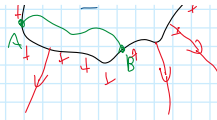
2) Növekedés

anyagok $\begin{cases} \text{szigetelő:} & \text{nincsenek szabad töltéshordozók} \\ \text{vezető:} & \text{szabadon elmozduló töltéshordozók vannak benne} \\ & \text{(fémekben elektronok)} \end{cases}$



- $E = 0$ a fém belsejében (elektronok nem mozdulnak be)
- $E \perp$ a felületre (különben mozgathatja a töltéseket a felületen)
- $U_{AB} = 0 \Rightarrow$ a fém belsejében $\rho = 0$

EKUIPOTENCIÁLIS



- $U_{AB} = 0 \Rightarrow$ a fém beljében $\varphi = \text{állandó}$

EUKLIDÉSZI

$$\sum_A^B \underline{E} \Delta s = 0$$

- a fémekben a töltések mindig a külső felületen helyezkednek el

képlet: töltés „homokszóra” egyenletes gömbölyű

3) Következtetés

a) külső terelem: töltéssűrűség



Gauss - tétel

$$\Psi_{\text{gyűjt}} = \frac{1}{\epsilon_0} Q_{\text{belső}}$$

$$\underline{E} \cdot \Delta A = \frac{1}{\epsilon_0} \sigma \Delta A$$

$$\underline{E} \epsilon_0 = \sigma$$

b) Külső tér ármeghatározása

$\underline{E} = 0 \rightarrow$ üregben, fémháliban (Faraday-kalitka)
a tér leármeghatározható

pl: PC burkolat

Szerverszoba burkolata

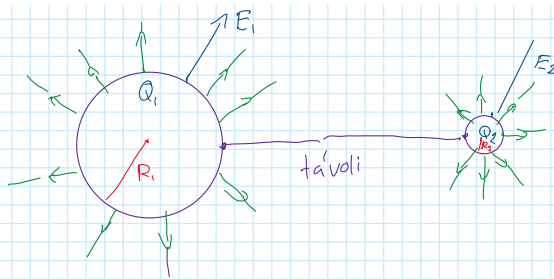
Villámcsapás autókban

c) Földelés: nagy kiterjedésű vezetővel kötik össze a földet

$\rightarrow$ a potenciál kiegyenlítődik

$\rightarrow \varphi_{\text{föld}} = 0V$ potenciálra hozza a fémtest

d) Csúshatás: csúcsok, élek közelében óriási elektrikus térerősség alakul ki



A potenciál kiegyenlítődik

$$k \frac{Q_1}{R_1} = k \frac{Q_2}{R_2} \quad (*)$$

A térerősség

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= k \frac{Q_1}{R_1^2} \\ E_2 &= k \frac{Q_2}{R_2^2} \end{aligned} \right\} \frac{E_1}{E_2} = \frac{R_2}{R_1} \rightarrow E \sim \frac{1}{R_1}$$

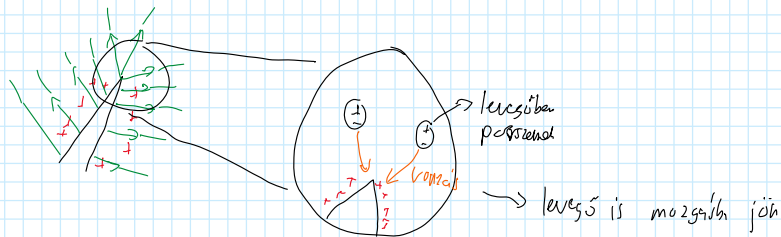
nagy E kék

E fordítottan arányos
a gömbök sugarával

nagy gömbök $\rightarrow$ nagy
E tér

e) csúcs hatás alkalmazási, kísérletek

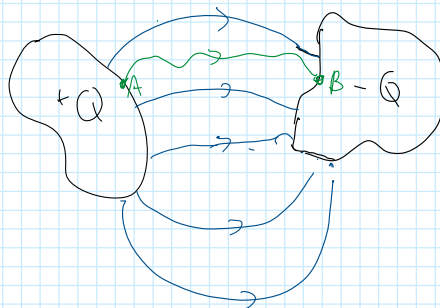
- „elektromos szél”



- gyertyákban e. szellő
- elektromos Sieghart-házak
- füst a laborban $\rightarrow$ kiürül, lerakódik a falra
 $\rightarrow$ elektromos precipitáció / füstelvonó kéményekben
- Van de Graaf generátor csúcsok el. gömbök
- villámhárító (csúcs közelében nagy E, nagy energiát az ott sz. áram)
- hajók árboca $\rightarrow$ apró kisülés, $\rightarrow$ Szent Elmo tüze
öröngés

KONDENZÁTOROK

1) Kapacitás



ket fémket, $+Q$ és $-Q$ töltéssel

$U_{AB} \sim Q$ (szétválasztott töltés)

$$\frac{U_{AB}}{Q} = C$$

$$C = \frac{Q}{U} \quad \text{KAPACITÁIS}$$

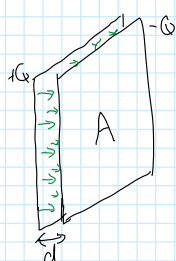
$$[C] = \frac{As}{V} = F \quad (\text{farad}) \quad \text{Faraday tiszteletére}$$

megjegyzés:

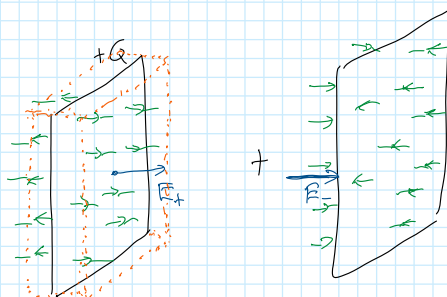
• C csak a geometriától függ

2) Kondenzátortípusok

a) Sírkondenzátor



$$U = E_{\text{átlag}} \cdot d$$



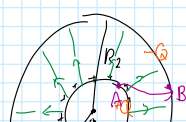
Gauss t. $2E_+A = \frac{1}{\epsilon_0} Q$
 $\downarrow$
 $U_{\text{átlag}}$

$$E_+ = \frac{Q}{2\epsilon_0 A}$$

$$E_{\text{átlag}} = E_+ + E_- = 2E_+ = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

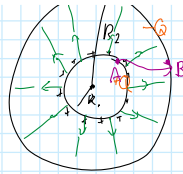
$$C = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{\frac{Q}{\epsilon_0 A} d} = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

b) Gömbkondenzátor



$$U = \varphi_A - \varphi_B = k \frac{Q}{R_1} - k \frac{Q}{R_2} = kQ \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}$$

olyan, mint a
...töltés b...
...töltés b...



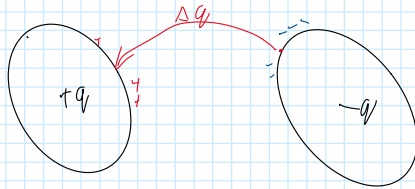
$$U = \varphi_A - \varphi_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q}{R_1} - \frac{Q}{R_2} \right)$$

olyan, mint a
ponttöltés felé

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}} = \frac{1}{k} \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

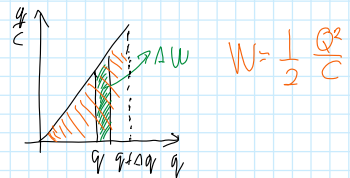
3) A kondenzátor energiája:

töltés áthelyezése során mennyit végzünk



$$\Delta W = \Delta q \cdot U(q) = \frac{q}{C} \Delta q$$

$$W = \sum \Delta W = \sum \frac{q}{C} \Delta q$$



$$W = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} Q U$$

4) Az elektromos tér energiasűrűsége

$$W = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \underbrace{\epsilon_0}_{\substack{\text{C} \\ \text{m}^{-1}}} \underbrace{\frac{A}{d}}_{\substack{\text{V} \\ \text{m}}} (E d)^2$$

$$W_{\text{més}} = \underbrace{\frac{1}{2} \epsilon_0 E^2}_{w_E} \underbrace{Ad}_{V_{\text{més}}}$$

elektromos energiasűrűség

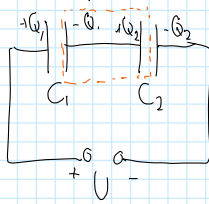
$$w_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

$$\left[w_E \right] = \frac{J}{m^3}$$

inhomogén térben $W_{\text{més}} = \sum w_E \Delta V = \int w_E dV$

I KONDENZÁTOROK KAPCSOLÁSA

1) Soros kapcsolás



$$U_1 = \frac{Q_1}{C_1}$$

$$U_2 = \frac{Q_2}{C_2}$$

$Q_1 = Q_2$ másh-másm
nem számoljuk
töltés

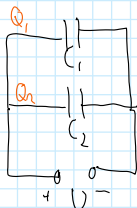
$$U = U_1 + U_2$$

$$\frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = Q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)$$

$$= Q \frac{1}{C_{\text{ekv}}}$$

$$\frac{1}{C_{\text{ekv}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$$

2) Párhuzamos kapcsolás



$$U = U_1 = U_2$$

$$= \frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2}$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = C_1 U + C_2 U = U \underbrace{(C_1 + C_2)}_{C_{\text{ekv}}}$$

$$C_{\text{ekv}} = C_1 + C_2 + \dots$$

II DIELEKTRIKUMOK (szigetelő)

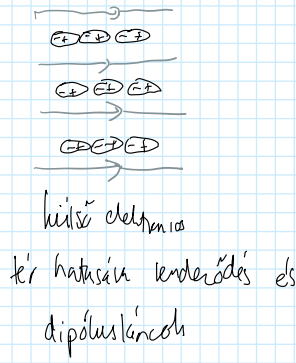
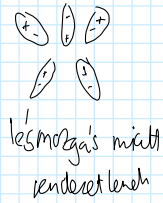
1) Kísérlet: kondenzátor felületére kicsiklen ($\Rightarrow$ kapacitív mérő), ha szigetelőt (üveg, bakelit, papír) helyezünk a lemezek közé

2) Szigetelő

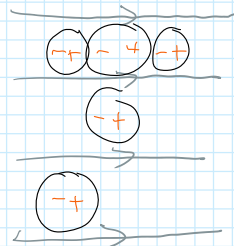
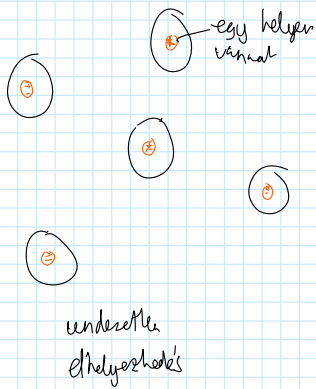
a) poláros



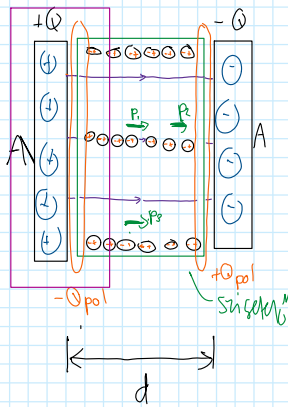
7) ferromágnesesség



8) komplexitás



3) Elektromos polarizáció



térfogati dipólusmomentum-sűrűség

$$\text{polarizáció} \quad \underline{P} = \frac{\sum \underline{p}_i}{V}$$

$$[P] \quad \frac{C \cdot m}{m^3} = \frac{C}{m^2}$$

mérés során

$$\underline{P} \sim \underline{E}$$

$$\underline{P} = \epsilon_0 \chi \underline{E}$$

anyagbeli elektromos tér

anyagállandó
(elektromos) susceptibilitás
(dimenziótlans)

$$\chi > 0$$

4) Kapacitás dielektrikum esetén

eredő dipólusmomentum

$$p = \sum p_i = Q_{pol} \cdot d \quad (1)$$

másképp

$$p = P \cdot A \cdot d \quad (2)$$

$$(1), (2) \rightarrow Q_{\text{pol}} = PA = \epsilon_0 \chi EA$$

Gauss tétel

lent emel a színnel jelzett

$$\underbrace{EA}_{\Psi_{\text{zárt}}} = \frac{1}{\epsilon_0} (Q - Q_{\text{pol}}) \rightarrow Q = \epsilon_0 EA (1 + \chi)$$

Kapacitás

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{E_d} = \epsilon_0 \frac{A}{d} (1 + \chi) = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$$

ϵ_r : relatív permittivitás

5) Megjegyzések

a) szigetelőhővezetési szilárdsága (E_{max})

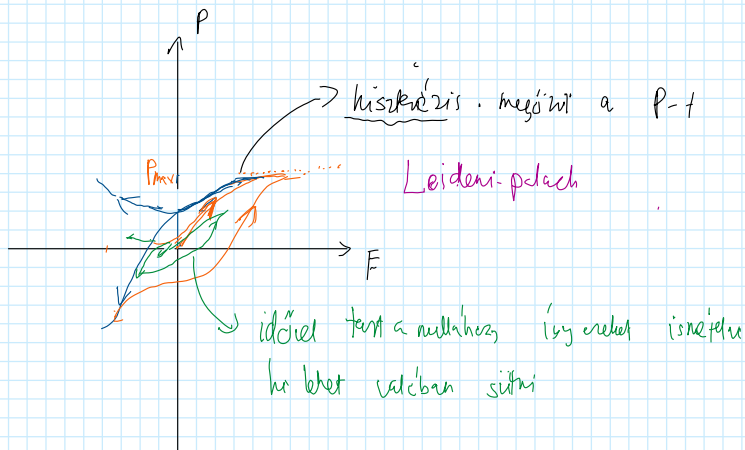
PI: száraz levegő - $21 \frac{\text{kV}}{\text{cm}}$ $\rightarrow$ előfűtő átlak

PVC $100-300 \frac{\text{kV}}{\text{cm}}$

poliszetilén $220-500 \frac{\text{kV}}{\text{cm}}$

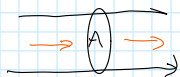
b) közvetlen polarizáció

$P \sim E$ csak kis terhelés igaz



c) kapacitív érzékelő, kijelző
számológép billentyűzet

1) Áramerősség



Egy adott keresztmetszeten egységnyi idő alatt áthaladó töltésmennyiség

$$I = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \dot{Q}$$

irány: technikai áramirány: a képzeltben poz. töltések mozgási iránya
(az elektronok mozgásával ellentétes)

$$[I] = \frac{C}{s} = A \text{ (amper)} \quad / \text{SI egységység} /$$

tipikus értékek:

ingénier: 0,01 mA

mérőműszerek 1 mA

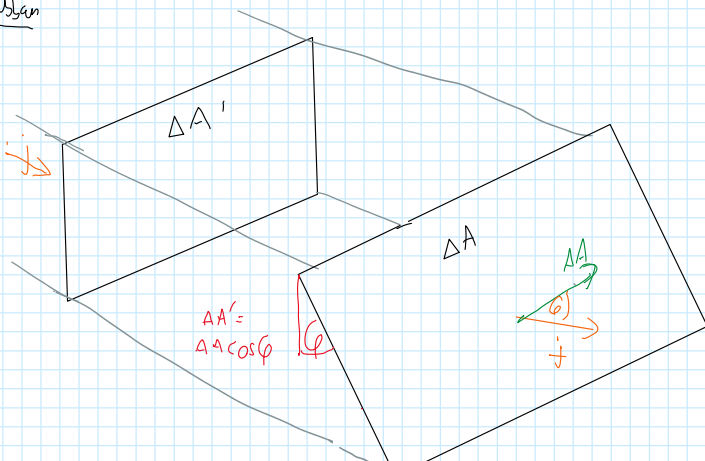
világítás 10⁴ A

2) Áramsűrűség

egysége $j = \frac{I}{A}$

$$[j] = \frac{A}{m^2}$$

pontosabban

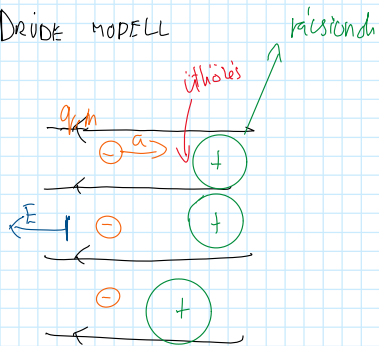


$$I = j \Delta A \cos \varphi = j \Delta A$$

↓
áramsűrűség
vektora

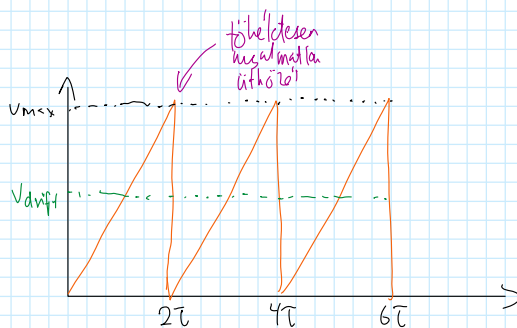
ÁRAMVEZETÉS FÉMEKBEN

1) DRUDE MODELL



$$Eq = ma \rightarrow a = \frac{Eq}{m}$$

de 2τ időközönként ütközik az ionokkal
ez megakadályozza az energiát (energia disszipálódik)

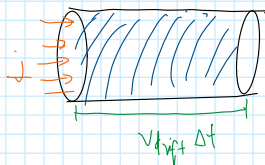


scattering sebesség

$$v_{difft} = \frac{1}{2} v_{max} = \frac{1}{2} a 2\tau = \frac{Eq}{m} \tau$$

relaxációs idő
(karakterisztikus idő)

2) DIFF. OHM TÖRV.



$$\Delta V = A v_{difft} \Delta t$$

$$\Delta N = n \Delta V = n A v_{difft} \Delta t$$

elektronok száma

áram erőssége

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{q \Delta N}{\Delta t} = q n A v_{difft}$$

áram sűrűsége

$$j = \frac{I}{A} = q n v_{difft}$$

$$j = \sigma E \quad \sigma = \frac{1}{\rho}$$

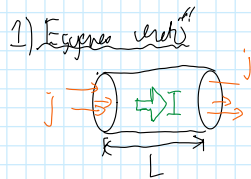
$$j = \underbrace{\frac{q^2 n}{m}}_{\text{állandó}} \tau E \sim E$$

$$j = \sigma E \quad \text{DIFF. G.T.}$$

↓ fajlagos vezetőképesség

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \rightarrow \text{fajlagos ellenállás}$$

I: (INTEGRÁIS) OHM-TÖRVÉNY



$$\begin{aligned} I &= jA \\ U &= EL \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} I &= jA \\ U &= EL \end{aligned} \right\} \frac{U}{I} = \frac{E}{j} \frac{L}{A} = \rho \frac{L}{A}$$

függ:
- anyagi minőség
- geometria

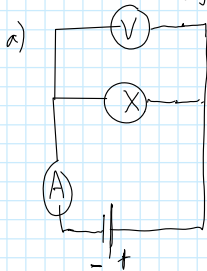
$$\frac{U}{I} = \text{állandó} = R = \rho \frac{L}{A}$$

$$U = RI$$

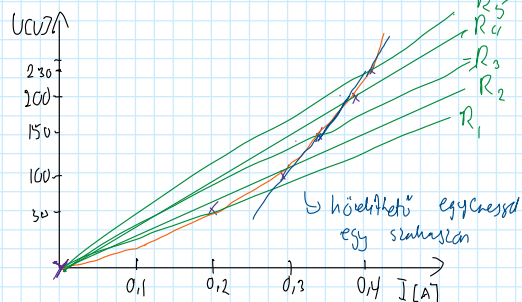
$$[R] = \frac{V}{A} = \Omega \text{ (ohm)}$$

Vigyázat! Nem minden esetben igaz (pl.: izzólámpa nem igaz)

2) Ellenállás hőmérsékletfüggése



U [V]	I [A]
50	0,20
100	0,27
150	0,32
200	0,38
230	0,41



R nő, ha U vagy I nő $\Rightarrow$ nem helyettesíthető egy elemeléssel

b) fémek: T nő $\rightarrow$ τ csökken $\rightarrow$ R nő

Platina ellenállásos hőmérő

b) félre: $T \uparrow \rightarrow r \text{ csökken} \rightarrow R \uparrow$

bizonyos tartományban

$$\rho(T) = \rho_0 [1 + \alpha (T - T_0)]$$

$\downarrow$
folyt. ellenállás

$\downarrow$
f.e.
 T_0 hőmérséklet

Platina ellenállás hőmérő

II JOULE TÖRVÉNYE

Mennyi energiát veszít az elhúzó az üthözéskor során?

Időegységenként

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{U dq}{dt} = U I \leftarrow \text{az el. mező által elektronok vinnak munkát teljesítőre}$$

F_z mind dörög az üthözéskor ($e^- + \text{rácsiond}$), mivel időátlagban az e^- -k egyenletes mozgást végeznek

Hőteljesítmény

$$P_{\text{Joule}} = UI = RI^2 = \frac{U^2}{R}$$

$\uparrow$
el. vezet.

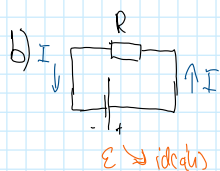
pl: vasaló, vezetékforrás

$$[P] = \frac{J}{s} = W$$

III EGYENÁRAMÚ ÁRAMKÖRÖK

1) a) feszültségforrás (tápl.) $\begin{array}{c} + \\ | \\ - \end{array}$ (plusz menet befelé, mínusz kifelé)

- sorbai közötti f.e. tartomány állapotban: üthözési feszültség ($\mathcal{E}$)
- ideális tápl.: feszültsége tartomány állapotban is $\mathcal{E}$

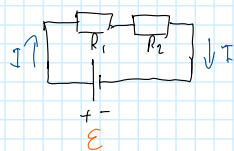


$$I = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

$$P_{\text{tápl.}} = P_{\text{Joule}} = \mathcal{E} I = R I^2 = \frac{\mathcal{E}^2}{R}$$

2) Ellenállások kapcsolása

a) soros kapcsolás



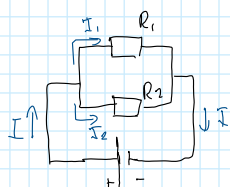
$$U_1 = R_1 I$$

$$U_2 = R_2 I$$

$$E = U_1 + U_2 = \underbrace{(R_1 + R_2)}_{\text{Rendő}} I$$

$$R_{\text{soros}} = \sum R = R_1 + R_2 + \dots$$

b) párhuzamos kapcsolás



$$U_1 = R_1 I_1$$

$$U_2 = R_2 I_2$$

$$E = U_1 = U_2$$

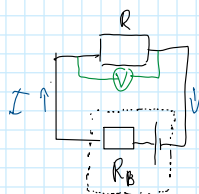
$$I = I_1 + I_2$$

$$I = \frac{E}{R_1} = \frac{E}{R_2}$$

$$I = E \underbrace{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)}_{\frac{1}{R_{\text{párhuzamos}}}}$$

$$\frac{1}{R_{\text{párhuzamos}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$$

3) Valódi telepek : a belső ellenállás



$$I = \frac{E}{R + R_B}$$

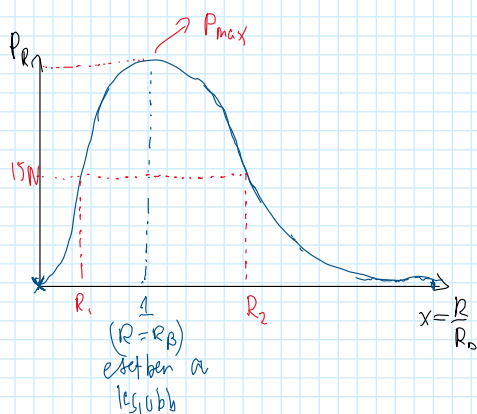
$$U_K = RI = \frac{R}{R + R_B} E < E$$

kapcsolás

A tényleges ellenállás teljesítménye

$$P_R = R I^2 = \frac{R}{(R + R_B)^2} \cdot E^2 = \frac{E^2}{R_B} \cdot \frac{1}{\frac{R}{R_B} + \frac{R_B}{R} + 2}$$

$$P_R = \left(x + \frac{1}{x} + 2 \right)^{-1}, \text{ ahol } x = \frac{R}{R_B}$$

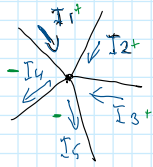


Az egyik ilyen esetben az U_K esik le

Az egyenlet csak az U_n esik be

IV KIRCHHOFF törvényei

1) KIRCHHOFF I (csomóponti törvény)



Egy csomópontba be- és kilépő áramok értékeinek előjeles összege nulla.

$$\sum_k I_k = 0$$

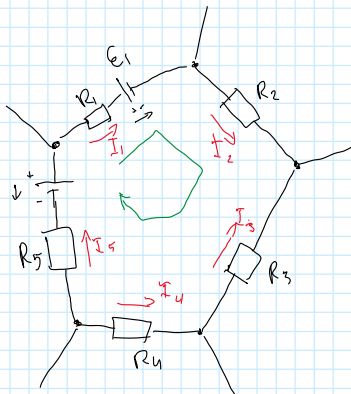
bejövő: +

kilépő: -

U_k : töltésmegmaradás

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 - I_5 = 0$$

2) KIRCHHOFF II (HURONTÖRVÉNY)



zárt hurorkin

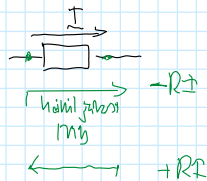
$$\sum_k U_k = 0$$

azaz: horeenahiv a mérő (en. megmaradás)

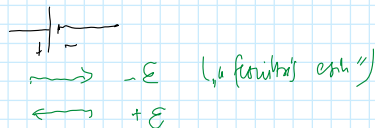
$$-R_1 I_1 - E_1 - R_2 I_2 + R_3 I_3 + R_4 I_4 - R_5 I_5 + E_5 = 0$$

előjelek:

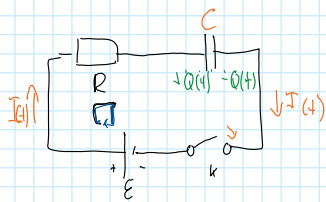
ellenállás



forrás



V KONDENZÁTOR TÖLTŐPÉSE



huroktörvény:

$$-RI - \frac{Q(t)}{C} + \varepsilon = 0$$

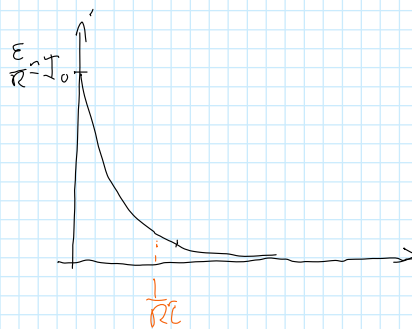
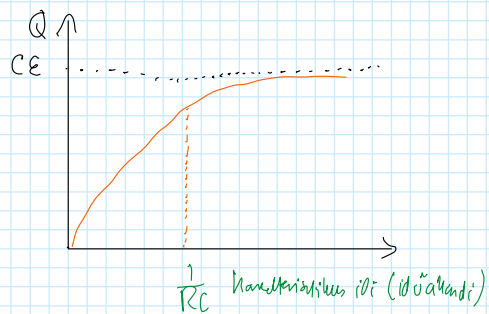
$$I = \frac{dQ}{dt}$$

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{1}{R} \left[\frac{Q(t)}{C} - \varepsilon \right]$$

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{1}{RC} (Q(t) - C\varepsilon)$$

$$Q(t) = C\varepsilon (1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

$$I(t) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$



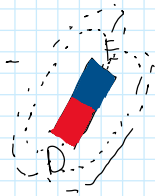
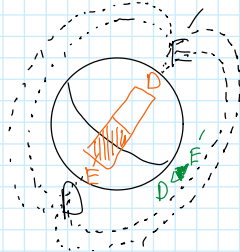


Alapok

Monday, March 11, 2019 8:19 AM

a) általános tapasztalatok

- É, D pólus
- bizonyos anyagok mágnesesek
- Föld mágnesesége



b) Mágnesek kölcsönhatása elektromos árammal

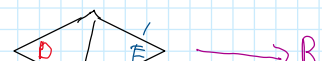
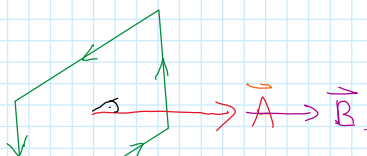
Megfigyelés:

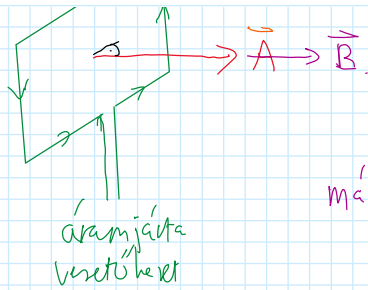
Áramjárta vezetőkre forgatónyomaték hat

Matematikai leírás

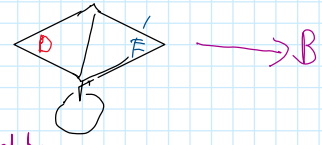
definíció: mérési utasítással

mértékműszer: áramjárta vezetőre





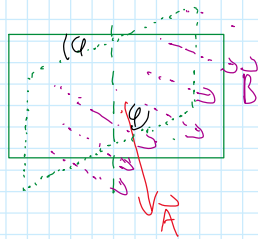
mágneses tér indukciójának irányú



Stabil egyensúlyi helyzetben a hurok $\vec{A}$ felületvektora a mágneses tér irányába mutat

Áramjára hurok hűző forgatónyomata

A kitért hurok forgatónyomata hat.



$$\left. \begin{array}{l} M \sim I \\ M \sim A \\ M \sim \sin \varphi \end{array} \right\} M \sim IA \sin \varphi$$

maximális forgatónyomata akkor van, ha $\sin \varphi = 1$, azaz $\varphi = 90^\circ$, vagyis az eredeti irányból való 90° -os elforgatás esetén

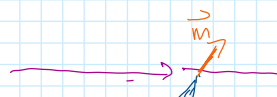
$$|\vec{B}| = \frac{M_{\max}}{AI}$$

egységnyi árammal átfűzött egységnyi felületű vezetőhurok hűző maximum forgatónyomata

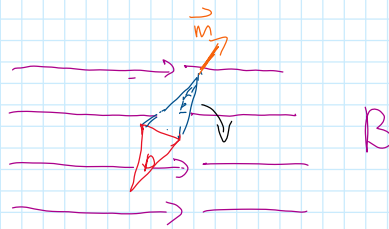
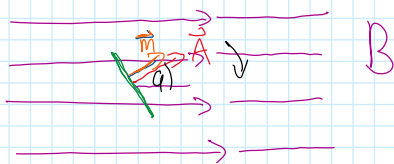
A mágneses indukció nagysága

$$|\vec{B}| = \frac{Nm}{m^2A} = \frac{N}{mA} = T \quad (\text{Nikola Tesla tiszteletére tesla})$$

MÁGNESES MOMENTUM



MAGNETIZÁCIÓ - MAGNETIZÁCIÓ



Homogén mágneses térbe helyezett áramjárta keret két fizikai mennyisége

$$\vec{M} = \underbrace{I}_{\vec{m}} \vec{A} \times \vec{B} \quad (\text{fizetben befejező mágnes})$$

$\vec{m}$: keret mágneses momentumvektora

$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$$

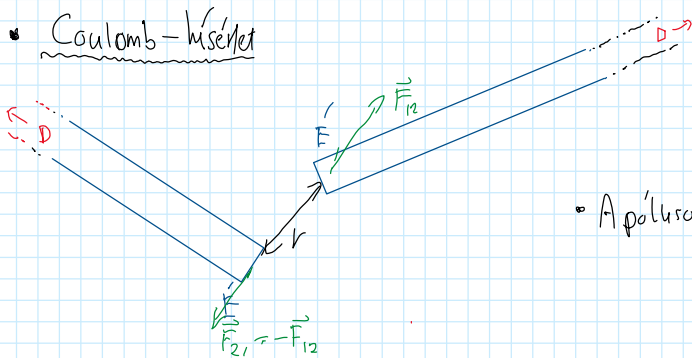
$$\left[\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E} \right.$$

↙ elektron
dipólmomentum

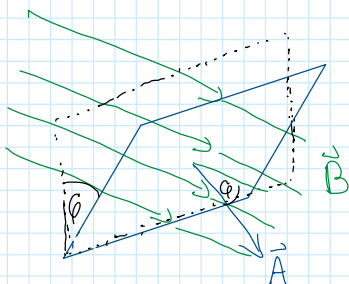
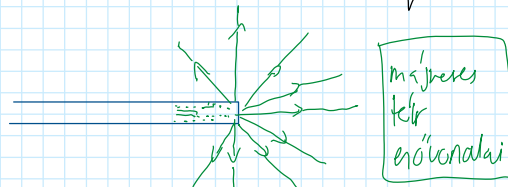
A $\vec{p}$ elektron dipólus két fizikai mennyisége
 $\vec{E}$ elektrikus térben

MÁGNESES FLUXUS

• Coulomb-törvény

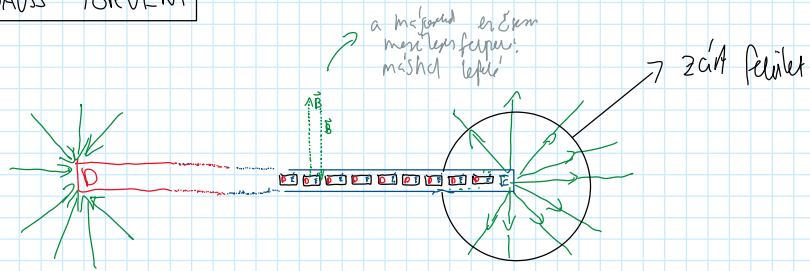


• Apólokusok két kölcsönhatás az $\frac{1}{r^2}$ -tel arányos



$$\Phi_B = |\vec{B}| |\vec{A}| \cos \varphi = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

MÁGNESES GAUSS TÖRVÉNY



$$\Phi_{\text{zárt}} = \oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 = \sum \vec{B} \cdot \vec{A} = 0$$

Zárt felület mágneses fluxusa nulla

Lorentz-erő

Monday, March 11, 2019 9:14 AM

Áramjárta vezetékben ható erő mágneses térben: Lorentz erő

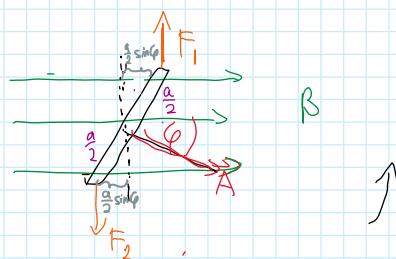
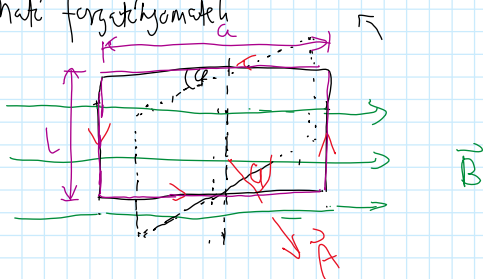
Kísérlet



$$\text{ha } \vec{B} \perp \vec{l} \Rightarrow \begin{matrix} \vec{F} \perp \vec{B} \\ \vec{F} \perp \vec{l} \end{matrix}$$

$$|\vec{F}| = ?$$

Körkörös ható forgatónyomaték



$$M = IAB \sin \varphi = IalB \sin \varphi$$

F erőpár forgatónyomaték

$$M = \frac{a}{2} \sin(\varphi) F + \frac{a}{2} \sin(\varphi) F = Fa \sin \varphi$$

$$F = ILB$$

Lorentz-erő

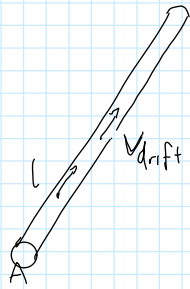
$$\vec{F}_L = I \vec{l} \times \vec{B}$$

I áramjára
F_L erő hat.

B mágnes indukció l huzal vastagsága

Mozgó TÖLTÉSRE HATÓ LORENTZ-ERŐ

$$I = An q v_{drift} \leftarrow \text{Drude model}$$



$$I = A n q v_{drift} \leftarrow \text{Drude model}$$

$\nearrow$ töltéshordozók sűrűsége
 $\nearrow$ töltéshordozók töltése
 $\nearrow$ egységnyi térfogatban lévő töltéshordozók száma
 $\nearrow$ vezeték keresztmetszete

$$n = \frac{N}{A l}$$

$$I = A \frac{N}{A l} q v_d = \frac{N}{l} q v_d$$

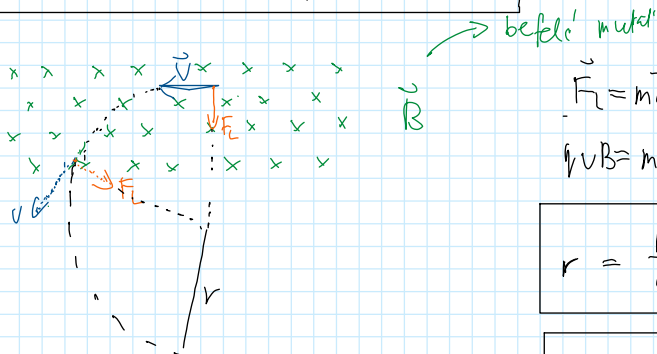
$$F_L = I L B = \frac{N}{l} q v \cdot l B = N q v B$$

$$F_L = N q v B \quad \text{teljes vezetékre ható Lorentz-erő}$$

$$\frac{F_L}{N} = F = q v B \quad \text{egy darab töltésre}$$

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$$

TÖLTÉSEK MOZGÁSA HOM. MÁGNESES TÉRBEN



$$\vec{F}_L = m \vec{a}_{cp}$$

$$q v B = m \frac{v^2}{r}$$

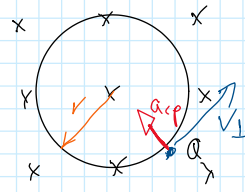
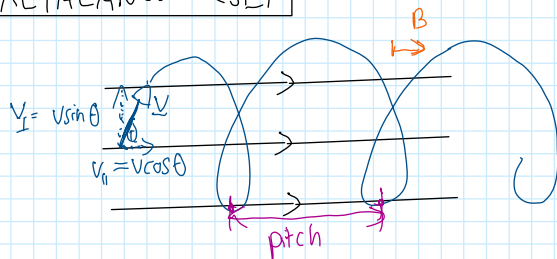
$$r = \frac{m v}{q B} \quad \text{a körpálye sugara}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{q B}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{q B}{m} \quad \text{ciklotronfrekvencia}$$

$\hookrightarrow$ független a sugártól

ÁLTALÁNOS ESET



pályasíkjára:

$$|E_L| = qvB \sin \theta$$

$$F_L = m \frac{v_{\perp}^2}{r} = m \frac{v^2 \sin^2 \theta}{r}$$

$$r = \frac{mv \sin \theta}{qB}$$

$$T = 2\pi \frac{m}{qB}$$

$$p = T v_{\parallel} = T v \cos \theta = 2\pi \frac{mv}{qB} \cos \theta$$

ALKALMAZÁSOK

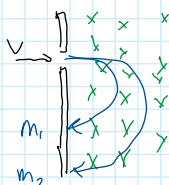
1) Sebességmérő



adott v esetén meggy. vektorok

$$F_e = F_L \Rightarrow Eq = qvB$$

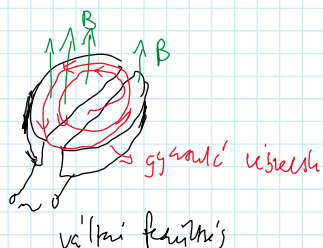
2) Tömegspektrométer



különböző tömegű részecskék szétválasztása (pl. ionizálás)

$$r = \frac{mv}{qB}$$

3) Címkén - követhetőségi



4) Elektronmikroszkóp : elektronnyalábát mágneses terezzel ferdíti
növekvő mágneses indukció $\rightarrow$ szűkülő pályasugár $\leftarrow$
hélix alakú pályán
mágneses fókusztávja változtatható így

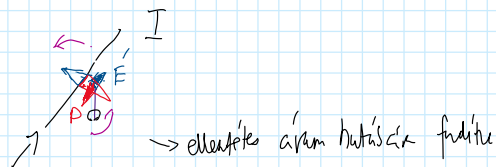
5) Van Allen övek : a Naphól érkező főtöltés részecskéi felszabadulnak
a hélix alakú pályáján a mágneses erővonalaknak.
majd a sarkok közelében elhárít a légkör
ahol a nagy energiájú gerjeszt (sarki fény)
„mágneses csapdázás” $\rightarrow$ az ilyen részecskék a
Van Allen övek

Áramok által keltett mágneses erő

Monday, March 25, 2019 8:47 AM

1) Kísérlet

a) ØRSTED - kísérlet



b) vasrészecskék + hosszú vezető mágneses tér

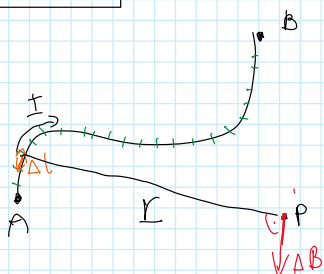


2) Megfigyelések

- indukciós vonások zártak
- fémrészecskék ($\Phi_{\text{zárt}} = 0$)
- B - mágneses indukció (potenciál) hirtelen
- B - tér a vezetőhöz közelebb erősebb

MATEMATIKAI LEÍRÁS

1)



AB merőleges a ΔL és r síkjára

Biot - Savart - tétel

$$\Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \Delta L \times r}{|r|^3}$$

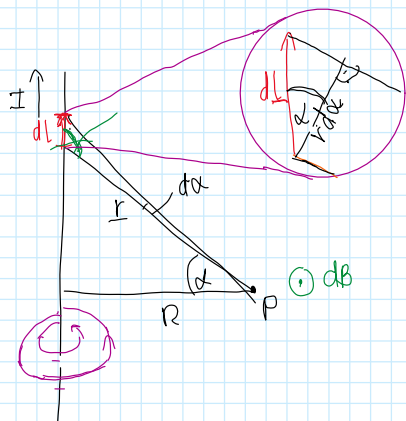
$$|\Delta B| \sim \frac{1}{r^2}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$$

vákuum mágneses permeabilitása

$$B_{\text{vezet}} = \sum \Delta B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \sum_A \frac{\Delta L \times r}{|r|^3}$$

2) Hosszú egyenes vezető mágneses tér



$$|dB| = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^3} (dl \cdot r \sin(90^\circ + \alpha))$$

$$R = r \cos \alpha \rightarrow r = \frac{R}{\cos \alpha}$$

$$|dl| = \frac{r d\alpha}{\cos \alpha} = \frac{R d\alpha}{\cos^2 \alpha}$$

$$|dB| = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{R d\alpha}{\cos^2 \alpha} \cdot \cos \alpha \cdot \frac{\cos^2 \alpha}{R^2}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \cos \alpha d\alpha$$

$$\phi = \alpha + 90^\circ$$

$$B_p = \int dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \alpha d\alpha =$$

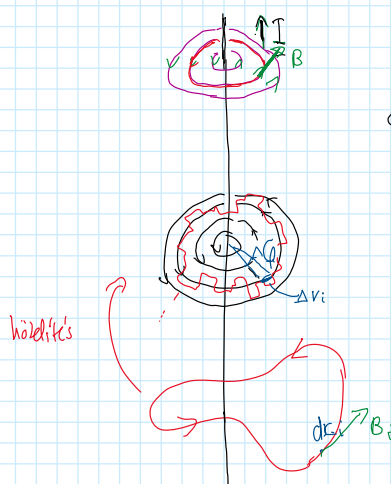
$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \left[\sin \alpha \right]_{-\pi/2}^{\pi/2}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (1 - (-1)) = \frac{2\mu_0 I}{4\pi R}$$

$$B_p = \frac{\mu_0 I}{\pi 2R}$$

hosszú egyenes
vezeték mágneses ind.
P pontból

3) Megjegyzés



észrevétel:

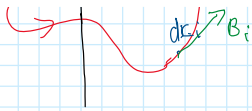
átalakítás
(Hess-öklös görbe).

$$B \sim \frac{1}{R} \rightarrow B 2\pi R = \mu_0 I$$

$$\sum B_i \Delta k_i \stackrel{?}{=} \mu_0 I$$

$$|B_i| |r_i| \cos \alpha_i$$

$$\frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot r \Delta \phi \cdot \cos 0^\circ = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \sum \Delta \phi$$

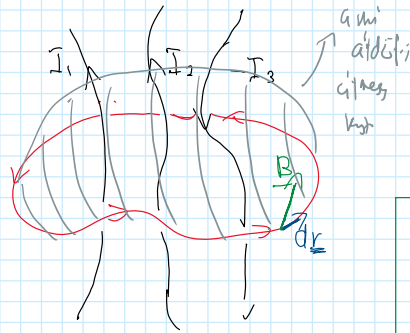


$$\sum B_i \Delta r_i = \mu I$$

$$\sum B_i \Delta r_i = \mu I$$

zárt görbék

III 1) AMPÈRE - FÉLE GERJESZTÉSI TÖRVÉNY



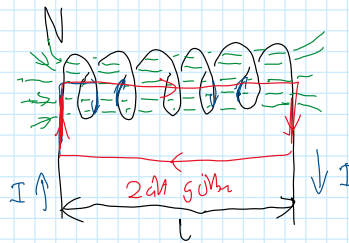
$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{r} = \mu_0 \sum I$$

zárt görbék

A mágneses indukció vektor tetszőleges, zárt görbére vett vonalintegrálja egyenlő a zárt görbék által határolt felület átfogó áramok összegének μ_0 szorosával.

2) SZOLENOID MÁGNESES TERE

hiszen megfigyelés: teljesen belül a B erős,
teljesen kívül B gyenge $\Rightarrow$ elhanyagolható



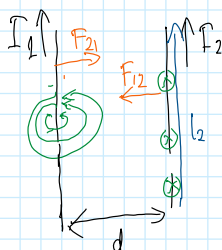
Ampère-törv.:

$$B_{\text{szol}} \cdot l + B_{\text{kívül}} \cdot l = \mu_0 N I$$

$$B_{\text{szol}} = \mu_0 \frac{N I}{l}$$

IV ÁRAMZÁRITA VEZETŐK KÖLCSONHATÁSA

húzóerők: mágneses indukció, összehúzó hatás



$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$$

$$|F_{12}| = I_2 l_2 \times B_1 = I_2 l_2 B_1$$

$$= \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} l_2$$

1. d

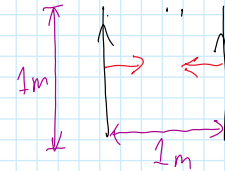
beáthv: $\underline{F}_{12} = -\underline{F}_{21}$

vonás / taszítás



megjegyzés:

- amper definíciója máj. 1 -ig



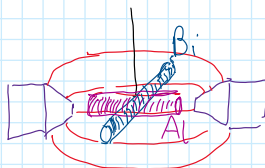
$I = 1 \text{ A}$, ha a vonás $F = 2 \cdot 10^{-7} \text{ N}$
erő hat

- amper definíciója máj. 1. után
az elemi töltés "száma"ra

V ANYAGOK MÁGNESES TULAJDONSÁGAI

- Minden anyag mutat valamilyen mágneses viselkedést
- Az anyagok három csoportba oszthatók
 - diamágneses anyagok: bizmut, üveg, folyékony N_2
 - paramágneses anyagok: alumínium, platina, folyékony O_2
 - ferromágnesek: Fe, Co, Ni, egyéb ötvözetek

kísérlet

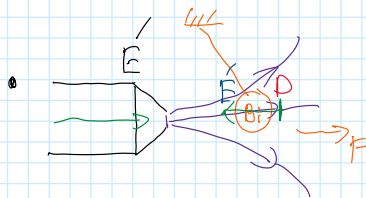
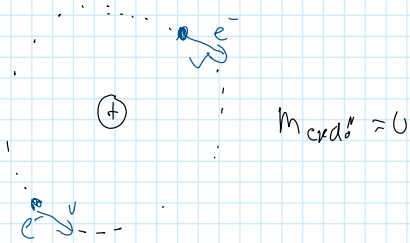


1) Diamágnesség

- csak kvantummechanikailag értelmezhető

1) Diamágnesesség

- csak kvantummechanikailag érthető meg
- normális ($B=0$) állapotban nincs a részecskének mágneses momentum

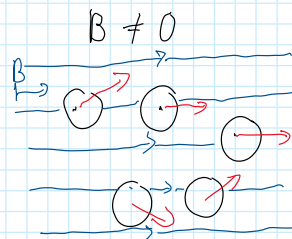
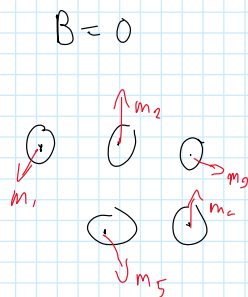


A külső k -i felc' mutatója e -től k -ig

- Mágneses térbe helyezve a mágnerezettség iránya a külső térrel ellentétes irányba mutat.

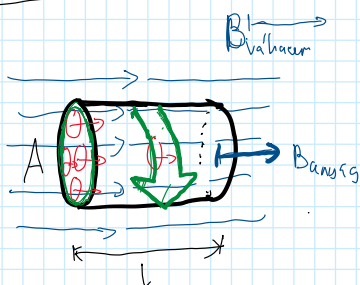
2) Paramágnesesség

- Részecskék $B=0$ esetben is eredő mágneses momentummal rendelkeznek.
- Ezek a hőmozgás miatt rendszerben helytelenül m , de külső mágneses térrel berendelhető



- Analógia: dielektrikumhoz a poláros molekulák rendeződés

3) Matematikai leírás



Mágnessétség
(mágneses dipólismomentum sűrűség)

$$\underline{M} = \frac{\sum m_i}{V} = \frac{\text{eredő mágneses dipólismomentum}}{\text{térfogat}}$$

$$|\underline{M}| = \frac{I_{\text{mágnes}} A}{A l} = \frac{I_{\text{mágnes}}}{l}$$

Az anyagbeli B-tér

$$|\underline{B}_{\text{anyag}}| = |\underline{B}_{\text{vákuum}}| + \underbrace{\mu_0 \frac{N}{l} I_{\text{mágnes}}}_{\substack{\text{szolenoid} \\ \text{erőssége}}} = 1$$

$$\underline{B}_{\text{vákuum}} + \mu_0 \underline{M}$$

$\mu_0 \underline{H}$, itt $\underline{H} := \text{mágneses térerősség}$
 $[\underline{H}] = \frac{A}{m}$

kapcsolat M és H között

méricsék szerint $\underline{M} \sim \underline{H}$,

hiszen tudjuk $\underline{M} = \chi \underline{H}$

↑ mágneses szuszceptibilitás
↓ dimenziótlan

- paramágnes $\chi > 0$ (kis érték)
 - diamágnes $\chi < 0$ (kis érték)
 - ferromágnes $\chi > 0$ (nagy érték)
- $10^{-6}, 10^{-5}$ nagyságrend

$$\mu_r > 1$$

$$\mu_r < 1$$

$$\mu_r \gg 1$$

mágneses permeabilitás

$$\underline{B}_{\text{anyag}} = \mu_0 \underline{H} + \mu_0 \underline{M} = \mu_0 (1 + \chi) \underline{H}$$

μ_0 : vák. mágneses permeabilitás

$$\mu_{\text{anyg}} = \mu_0 \frac{H}{L} + \mu_0 \frac{M}{L} = \mu_0 \frac{(1 + \chi)}{L}$$

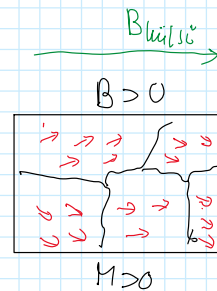
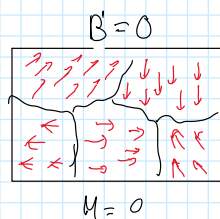
μ_r : relatív permeabilitás

Miért hol $\mu_0 \cdot t$ $\mu_0 \cdot \mu_r \sim \chi$ kell cserélni

$$\mu = \mu_0 \mu_r \quad \text{permeabilitás}$$

4) FERROMAGNESSEK (nem állandó mágnesek!)

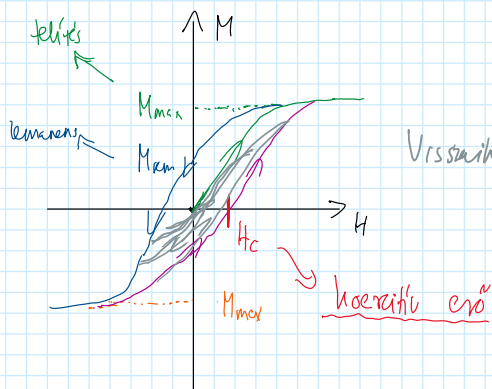
- Atomjaink eredő mágneses momentummal rendelkeznek
- Atomjaink között erős a mágneses kölcsönhatás
- Domének szterhenek



→ dehómágyes

A μ_r tipikusan 1000-as nagyságrendű,
de függ a kőől el
a mágnes erőerőktől is

ferromágnesek histerézise



Ússzavaként: változó, állandó mágneses kő

állandó mágnes $M_{\text{min}} > 0$

- 5) Megjegyzés: mágneses adatrögzítés = kaspéta, floppy disk
- HDD : elektronikus elrendezésű és mágneses felületű
 - GMR : jelenleg (giant magnetoresztance)

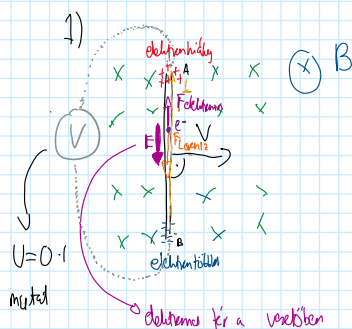
Curie-pont: a ferromágnes egy bizonyos $T_{\text{Curie}} (T_c)$ fölött
mágneses és ferromágnesessé válik
paramágnessé válik (nagy diamágnessé)

de: atomok között kölcsönhatás a hőmérséklettel

Indukció

Monday, April 8, 2019 8:19 AM

I $B(r) = 0$, mozgó (MOZGÁSC INDUKCIÓ)



Egyensúlyi helyzetben

$$F_{\text{magnet}} + F_{\text{elektrom}} = 0$$

$$-q_e \frac{v \times B}{c} + (-q_e) E = 0$$



a másrés fel úgy
viselkedik, mintha elektromos tér lenne

$$E = - \frac{v \times B}{c} \rightarrow \text{szétválasztott töltések dehamis k}$$

indukált dehamis' erő

$$E_{\text{eff}} = \frac{v \times B}{c}$$

effektív dehamis' tér

A vezeték végpontjai közötti feszültség

$$U = - \int_A^B E \cdot dl = (-E \cdot l) = -(\underline{v} \times \underline{B}) \cdot \underline{l}$$

speciális eset általános eset

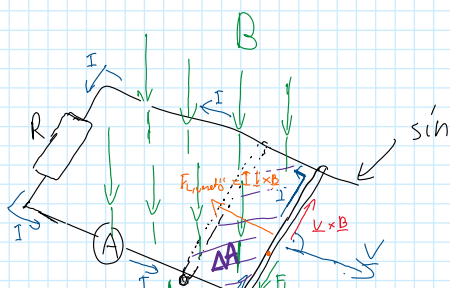
Elektromotus erő / föltételezett erő

$$\mathcal{E} = U_{\text{eff}} = \underline{E}_{\text{eff}} \cdot \underline{l} = (\underline{v} \times \underline{B}) \cdot \underline{l}$$

3 vektor vektor szorzat

2) Feszültség mérése

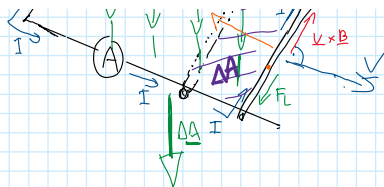
- együttmozgó voltmérővel lehetetlen (az egyensúlyi helyzet miatt, ahonnan függ)
- csúszóránthozzával



elektromotus erő

$$\mathcal{E} = v l B$$

$$\mathcal{E} = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{B \Delta A}{\Delta t}$$



$$\mathcal{E} = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{B \Delta A}{\Delta t}$$

$$\mathcal{E} = \left| \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| \rightarrow \text{az áramkör által körülölelt fluxus}$$

előjelek

$$\mathcal{E} = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = - \dot{\Phi}$$

elmélet: $\mathcal{E} \sim$ a vezető által elmetört indukciós vonalak száma

3) Energiaviszonyok elemzése

körben folyó áram erőse:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{Blv}{R}$$

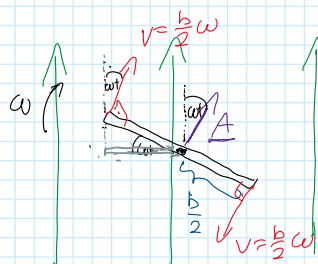
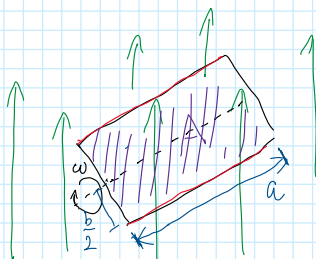
Az ellenállásban fejlődő Joule-hő:

$$P_L = RI^2 = R \frac{B^2 l^2 v^2}{R^2} = \frac{B^2 l^2 v^2}{R} \quad \left. \vphantom{P_L = RI^2} \right\} \text{energia veszteség}$$

A hűsítő erő mechanikai teljesítménye

$$P_{\text{mech}} = \underbrace{F_{\text{hűsítő}} \cdot v}_{F_k \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t}} = I(lBv) = \frac{B^2 l^2 v^2}{R}$$

4) GENERÁTOR



$$\mathcal{E}_{\text{gen}} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} = |\mathbf{v}| B \sin(\omega t) a = a \frac{b}{2} \omega B \sin \omega t$$

$$\varepsilon_{\text{teljes}} = 2 a \frac{b}{2} B \sin \omega t = AB \omega \sin \omega t = \underline{\Phi \omega \sin \omega t}$$

Változó feszültséget lehet előállítani, így működik a generátor

másképp: $\Phi(t) = BA \cos \omega t$

$$\varepsilon_{\text{teljes}} = - \frac{d\Phi}{dt} = \underline{BA \omega \sin \omega t}$$

5) LENZ TÖRVÉNYE

Az indukált áram iránya mindig olyan, hogy mágneses hatásával az őt létrehozó hatást (fluxusváltozást) akadályozza meg.

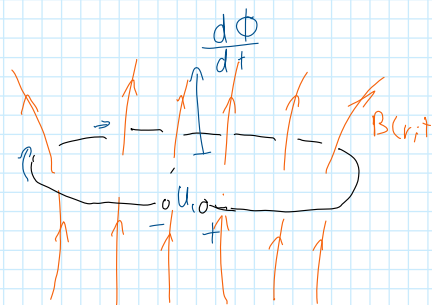
II NYUGALMI INDUKCIÓ ($B(x, t)$ függ t-től!)

1) Kérdés: $B(x)$ az időben változik, de a vezető (tekercs) nem mozog, akkor is van indukált feszültség

(új jelenség)

2) FARADAY FÉLÉ INDUKCIÓS TÖRVÉNY

Változó mágneses áramból a vezető által körülfogott mágneses fluxus érése, a zárt vezetőben feszültség indukálódik, melynek nagysága arányos a fluxus idő szerinti deriváltjával.



$$U_i = - \frac{d\Phi}{dt} = - \dot{\Phi}$$

Lenz tétele
(BALKÉSZSÁBALY)

III Örmingáramok (Eddy-current)

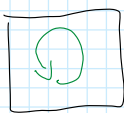
III. Örvényáramok (Eddy-current)

1) Wattenhoffen-inga

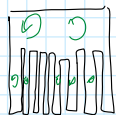


A mozgás közben változik a fluxus,
áramok indukálódnak.

Az örvényáramok hatá Lorentz-erő
fékezi a mozgást.



mágy felüli
erő



$I >$
felüli erő

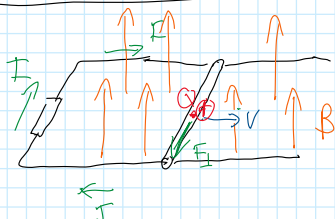
2) Rézfilmre ejtett mágnes (vörösis is lehet)

3) Gyakori alkalmazások

- örvényáramos felhűtés
- indukciós főzőlap

IV. A mágnesi indukció értelmezése

1) Mozgás indukció értelmezése



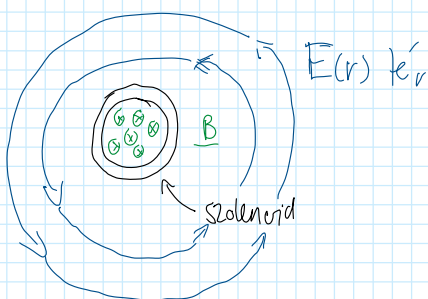
Mozgás esetében a sebesség

töltéshordozókban ható Lorentz-erő

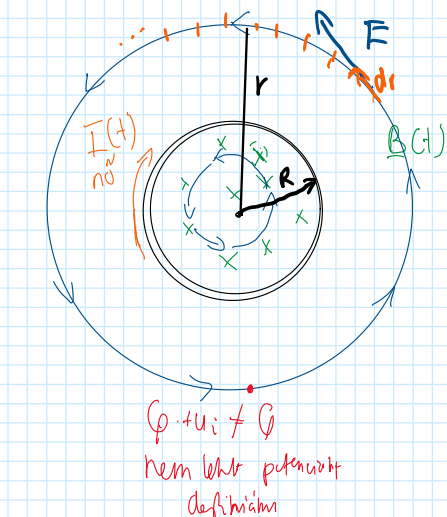
hozza az indukált feszültséget / áramot.

2) Nyugalmi indukció

- nincs Lorentz erő
- elektromos mező alakul ki $\rightarrow$ $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$



3) Időben változó árammal átjáró szabadon



Faraday-törvény $|u| = \frac{d\Phi}{dt}$

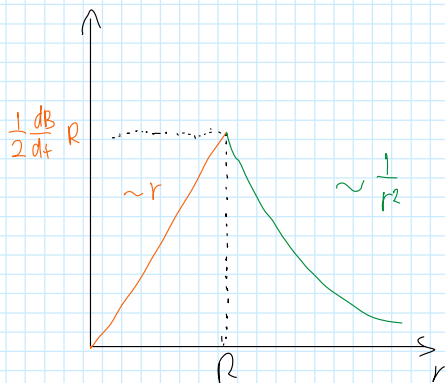
$|u|$ = egységnyi pos. töltésen végzett munka

$$= \oint \underline{E} \cdot d\underline{r} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

most $= E(r) \oint dr = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt} (BA)_{\text{mágn. fluxus}}$

kívül $E(r) 2\pi r = \frac{dB}{dt} \pi R^2$

$$E(r) = \frac{1}{2} \frac{dB}{dt} \frac{R^2}{r} \quad (r > R)$$



belső $E(r) 2\pi r = \frac{dB}{dt} \pi r^2$

$$E(r) = \frac{1}{2} \frac{dB}{dt} r \quad (r < R)$$

4) Indukált elektromos mező jellemzői

elektrosztatikus $\underline{E}$ -k	indukált $\underline{E}$ -k
forrásai = töltések	forrásmentes: minden forrásai
örvénymentes	örvényes ($\underline{E}$ vonalak örmagukba zárnak)
konzervatív	nem konzervatív
potenciális energiát és potenciált	nincs potenciál
forrásból az útól független	forrásból függ az útvonalától

V Az indukció JELENESE

1) Áramjárta vezetőben I változik $\rightarrow B$ változik $\rightarrow$ vezető átlátható fluxus (Φ) változik

1) Áramjelenet változik $\rightarrow$ B változik $\rightarrow$ ezért átlósan változik a fluxus (Φ)

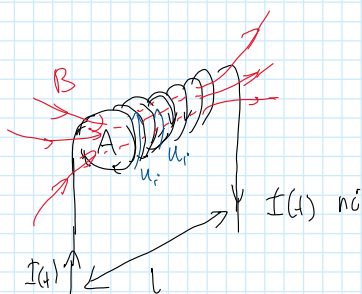
u_i indukciós feszültség

$$u_i = - \frac{d\Phi}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$$

induktivitás (önindukciós térfogat)
a kényszer

$$[L] = \frac{Vs}{A} = H \text{ (henry)}$$

2) Solenoid példája



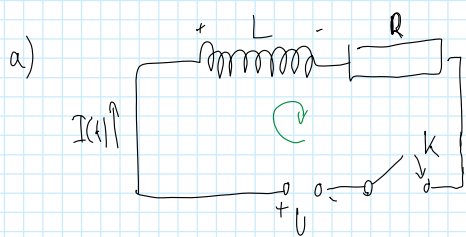
$$B(t) = \mu_0 \frac{NI(t)}{l}$$

$$u_i = - \frac{d\Phi}{dt} \rightarrow \Phi(t) = N B(t) A$$

$$u_i = - \frac{d}{dt} \left(N \mu_0 \frac{NI(t)}{l} A \right) = - \mu_0 \frac{N^2 A}{l} \frac{dI}{dt}$$

$$L = \mu_0 \frac{N^2 A}{l}$$

3) Tehers bekapcsolása (transziens jelenség)



az Kirchhoff-törvény

$$(*) \quad U - L \frac{dI}{dt} - RI = 0$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{-RI + U}{L} = - \frac{R}{L} \left(I - \frac{U}{R} \right)$$

$$\text{új állás} \quad i = I - \frac{U}{R}$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{dI}{dt}$$

$$\frac{di}{dt} = - \frac{R}{L} i(t)$$

$$\rightarrow i(t) = i_0 e^{-\frac{R}{L} t}$$

$$i(t=0) = i_0 = - \frac{U}{R} \quad (\text{mivel } 0 \text{ volt kezdésben } I)$$

$$\frac{dI}{dt} = -\frac{R}{L} I(t) \rightarrow i(t) = i_0 e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$i(t=0) = i_0 = -\frac{U}{R} \quad (\text{mivel } 0 \text{ volt kezeletben } I)$$

$$I(t) = i + \frac{U}{R} = \frac{U}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

b) Értelmezés



$$I(t) = \frac{U}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$\text{ahol } \tau = \frac{L}{R}$$

↓
karakterisztikus idő (időállandó)

- $t \ll \tau$ akkor a teljes áram ugyanakkor, mint a K zárási időt (I nem változik lényegesen)
- $t \gg \tau$ akkor a teljes áram szinte végtelenig viselkedik

4) A mágneses mezőben tárolt energia

a) (*)-ból $U = RI + L \frac{dI}{dt} \quad / \cdot I$

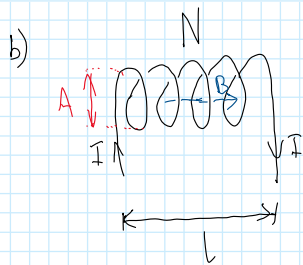
$$UI = RI^2 + LI^2 \frac{dI}{dt}$$

$$P_{\text{elap}} = P_{\text{mágneses}} + \frac{dI}{dt} LI^2$$

↓
a teljes "pumpált" energia időegységént

$$\frac{dE_{\text{mágneses}}}{dt} = L \frac{dI}{dt} I = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} LI^2 \right)$$

$$\Rightarrow E_{\text{mágneses}} = \frac{1}{2} LI^2$$



$$E_{\text{magn}} = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 N^2 A}{l} \cdot I^2$$

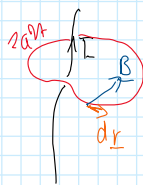
$$= \frac{1}{2} \underbrace{\left(\frac{\mu_0 N I}{l} \right)^2}_{B^2} \cdot \underbrace{\frac{1}{\mu_0} A l}_{V_{\text{magn}}}$$

$$= \underbrace{\frac{1}{2\mu_0}}_{W_B} B^2 V_{\text{magn}}$$

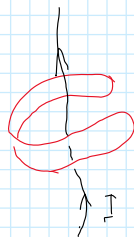
W_B
mágneses
energiasűrűség

VI A₂ AMPÈRE-TÖRVÉN ÁLTALÁNOSÍTÁSA

1) Vákuumban



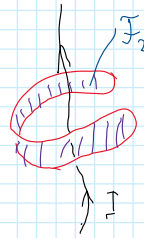
$$\oint \underline{B} d\ell = \mu_0 \sum_k I_k$$



átfelel az áram vagy nem?

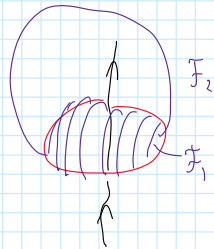


$$\sum I_k = 0 \text{ (mégse)}$$

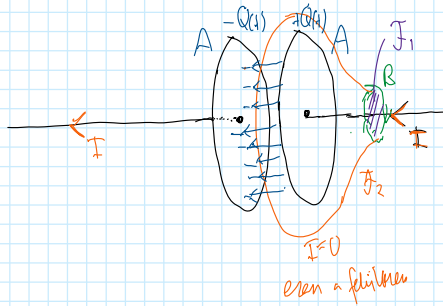


$$\sum I_k = 0$$

zsal felületet definiálunk, ezen nőzzü



2) Péld.: síkhondenzátor felrakása



Ampère törvény az $\vec{J}$ zavaróáramát

$$\oint \underline{B} d\vec{r} = \underbrace{\mu_0 I}_{\vec{J}_1}$$

hondenzátor vizsgálata:

$$(1) \quad \frac{dQ}{dt} = I$$

$$(2) \quad \vec{E} = \frac{\vec{Q}}{\epsilon_0 A} \quad (\text{elektromos Gauss törvény})$$

$$\parallel$$

$$\frac{I}{\epsilon_0 A}$$

$$\left. \begin{array}{l} I = \epsilon_0 \cdot \frac{d}{dt} \cdot (EA) \\ = \epsilon_0 \frac{d\psi}{dt} \end{array} \right\}$$

ÁLTALÁNOSÍTOTT AMPÈRE -TÖRV.

$$\oint \underline{B} d\vec{r} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\psi}{dt}$$

ma az $\vec{J}$ zavaróáramát is $\vec{J}'$ a fluxus mérése

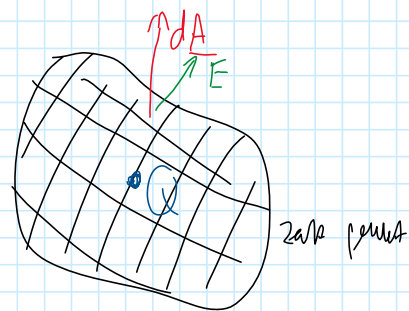
I_B : elektai "áram" (mértékegysége A)

Maxwell-egyenletek

Monday, April 29, 2019 9:12 AM

elektromos Gauss-törvény

$$\oint \underline{E} dA = \frac{1}{\epsilon_0} Q_{\text{bezárt}}$$

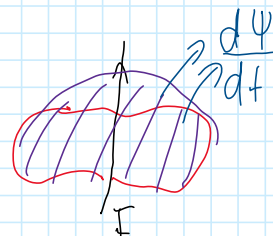


mágneses Gauss-törvény

$$\oint \underline{B} dA = 0 \quad \leftarrow \text{nincs mágneses monopólus}$$

Ampère - félre gerjesztési törvény

$$\oint \underline{B} d\mathbf{r} = \mu_0 \mathbf{I} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\psi}{dt}$$



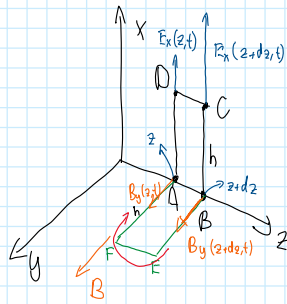
Faraday - félre indukciós törvény

$$\underbrace{\oint \underline{E} d\mathbf{r}}_{U_i} = - \frac{d\phi}{dt}$$

Elektromágneses hullámok

Monday, April 29, 2019 9:17 AM

1)



$$\vec{E}(x,t) = (E_x(z,t), 0, 0)$$

$$\vec{B}(x,t) = (0, B_y(z,t), 0)$$

Vákuum:

$$I = 0$$

$$Q = 0$$

Faraday-törvény az ABCD hurok

→ DC és AB szakaszon 0

$$E_x(z,t) \cdot h - E_x(z+dz,t) \cdot h = \frac{\partial B_y(z,t)}{\partial t} \cdot h \cdot dz$$

$$(1) \quad -\frac{\partial E_x}{\partial z} = \frac{\partial B_y}{\partial t}$$

Ampér-törvény

$$B_y(z+dz,t) \cdot h - B_y(z,t) \cdot h = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\psi}{dt}$$

$$= \mu_0 \epsilon_0 \left(-\dot{E}_x(z,t) \cdot h \cdot dz \right)$$

(Lörkötés irányba hengerrel)
jobbkezesben miatt lefelé mere $d\psi$, de
a mágis henger $\vec{n}$

$$(2) \quad \frac{\partial B_y}{\partial z} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} (1) \quad -\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} &= \frac{\partial^2 B_y}{\partial z \partial t} \\ \frac{\partial}{\partial t} (2) \quad -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} &= \frac{\partial^2 B_y}{\partial t \partial z} \end{aligned} \right\} \text{Young-két}$$

Hullámegyenlet

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 B_y}{\partial z^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 B_y}{\partial t^2}$$

2) A hullámegyenlet megoldása HALADÓ SÍKHULLÁMRA

próbmegoldás $E_x(z, t) = E_0 \cos(kz \pm \omega t)$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -E_0 k \sin(kz \pm \omega t)$$

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = -E_0 k^2 \cos(kz \pm \omega t)$$

fázis

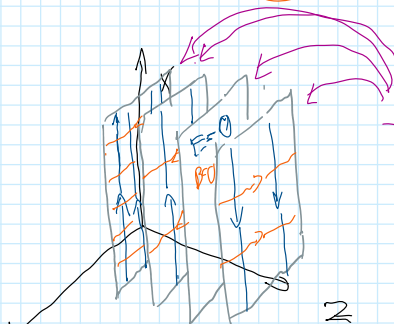
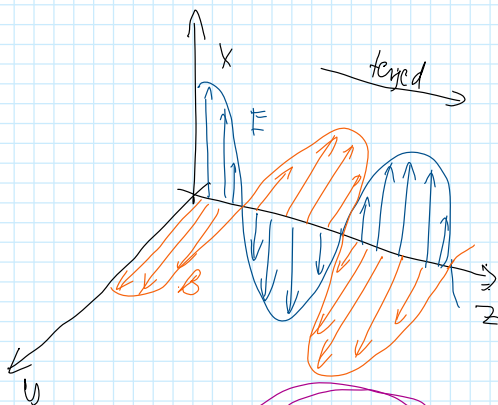
$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = E_0 (\pm \omega^2) \cos(kz \pm \omega t)$$

hullámegyenlet

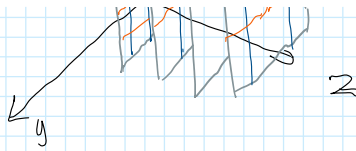
$$k^2 = \mu_0 \epsilon_0 \omega^2$$

$$\frac{1}{c^2}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

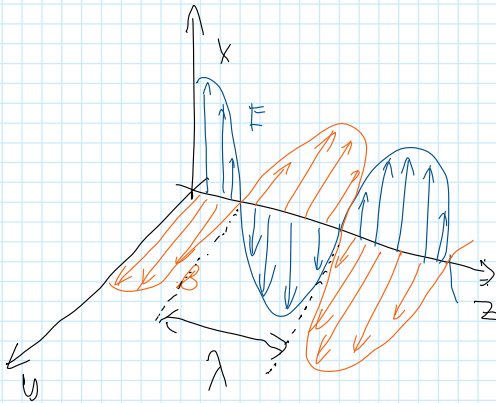


hullámfüzetek: azonos fázisú (kényszerű) pontok mentén haladó felület



3) Miért nevezik síkhullámnak? A hullámfunkció síkban.

4)



a) terheli periódus

$$E_x(z+\lambda, t) = E_x(z, t)$$

$$\cos(kz + \lambda \pm \omega t) = \cos(kz \pm \omega t)$$

$$k\lambda = 2\pi$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{k}$$

hullámhossz

hullámcsím

b) időbeli periódus

$$E_x(z, t+T) = E_x(z, t)$$

$$\omega T = 2\pi$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

periódus

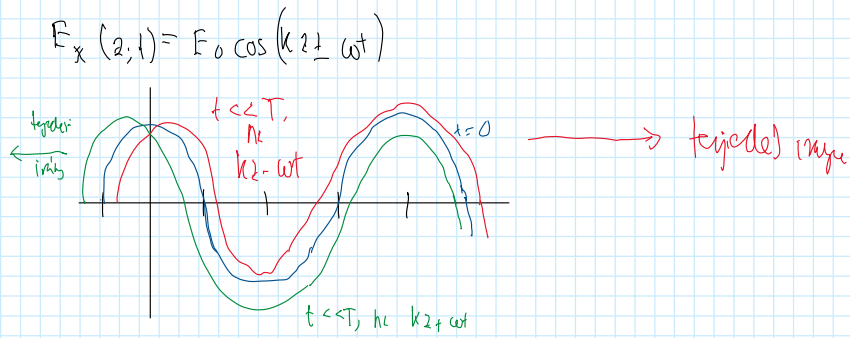
$$\omega = \frac{2\pi}{T} \text{ frekvencia}$$

c) frekvencia

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$[f] = \frac{1}{s} = \text{Hz}$$

d) terjedési irány



e) terjedési sebesség

$$c = \frac{\lambda}{T} = \frac{\frac{2\pi}{k}}{\frac{2\pi}{\omega}} = \frac{\omega}{k}$$

$$k^2 = \mu_0 \epsilon_0 \omega^2$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad \text{vákuumban}$$

$$2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

szigetelőben

$$c' = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \mu_r \epsilon_0 \epsilon_r}} = \frac{c}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}} = \frac{c}{n} \quad \text{törésmutató}$$

f) Kapcsolat E és B között

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\frac{\partial B_y}{\partial t}$$

$$-E_0 k \sin(kz \pm \omega t) = \pm B_0 \omega \sin(kz \pm \omega t)$$

$$kc = \omega$$

$$E_0 = \pm B_0 c$$

II Az energia terjedése EM hullámokban

1) Energiasűrűség

$$w_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2(z,t) = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2 \cos^2(kz \pm \omega t)$$

$$\text{mágneses} \quad w_B = \frac{1}{2} \frac{1}{\mu_0} B^2(z,t) = \frac{1}{2\mu_0} B_0^2 \cos^2(kz \pm \omega t)$$

$$\text{Ely} \quad W = w_E + w_B = \frac{1}{2} \epsilon_0 \cos^2(kz \pm \omega t) \left(E_0^2 + \underbrace{\frac{1}{\mu_0 \epsilon_0} B_0^2}_{2E_0^2} \right)$$

$$W_{\text{Ely}} = \epsilon_0 E_0^2 \cos^2(kz \pm \omega t)$$

2) Poynting-vektor

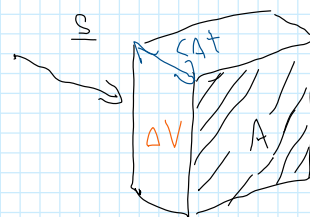
$$\underline{S} \triangleq \frac{1}{\mu_0} \underline{E} \times \underline{B}$$

$$|\underline{S}| = \frac{1}{\mu_0} |\underline{E}| |\underline{B}| \sin 90^\circ = \frac{1}{\mu_0} E_0 B_0 \cos^2(kz \pm \omega t)$$

$$|\underline{S}| = \frac{1}{\cancel{\mu_0 \epsilon_0}} \cdot \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_0 \underbrace{\left(\frac{\mu_0 \epsilon_0}{c} \right)}_{B_0} E_0 \cos^2(kz \pm \omega t)$$

$$= \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \epsilon_0}} \cdot \underbrace{\epsilon_0 E_0^2 \cos^2(kz \pm \omega t)}_{w_{\text{Ely}}}$$

$$|\underline{S}| = c w_{\text{Ely}}$$



átáramlott energia

$$W = w_{\text{Ely}} \cdot A \cdot c \Delta t$$

$$W = |\underline{S}| A \Delta t$$

$$W = w_{\text{Ely}} \cdot \Delta V$$

$|\underline{S}|$ megadja az egységnyi felületen egységnyi idő alatt átáramlott energiát

átvitelt energia!

S energia-áramsűrűség

3) Intenzitás

a) $I :=$ energi mennyiség fluxus
egység felületre időegységre

$$I \triangleq \langle |S| \rangle = \epsilon_0 E_0^2 \langle \cos^2(kz \pm \omega t) \rangle$$

$\downarrow$ időátl. az

$$\epsilon_0 E_0^2 \left\langle \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2kz \pm 2\omega t) \right\rangle$$

0

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1$$

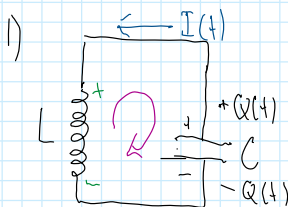
$$\cos^2 x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2x$$

$$I = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_0^2$$

b) Megjegyzés: az EM hullám impulzust is szállít,

impulzus-áramsűrűség: $\frac{S}{c}$

III EM hullámok hálójára



Kirchhoff - tör.

$$V_L + V_C = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{Q(t)}{C} - L \frac{dI}{dt} = 0 \quad (1) \\ \frac{dQ}{dt} = -I \quad (2) \end{array} \right.$$

$$\frac{d^2 Q}{dt^2} = -\frac{dI}{dt}$$

$$\frac{Q}{C} + L \frac{d^2 Q}{dt^2} = 0$$

$$\frac{d^2 Q}{dt^2} = -\frac{1}{LC} Q(t)$$

harmonikus mozgás $\frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{D}{m} x(t)$

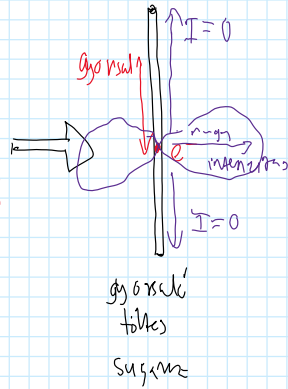
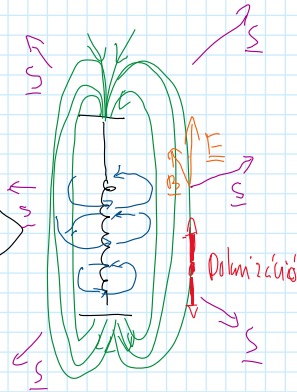
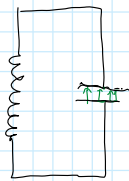
$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi_0) \quad \text{ahol } \omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

$\rightarrow m\omega + \phi = 0$

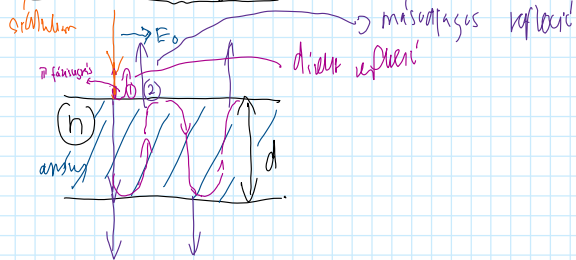
$$Q(t) = Q_{\max} \cos(\omega t + \varphi_0) \quad \text{ahol } \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0) \quad \text{ahol } \omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

2) Antenna modelje



IV Interferencia rétegekben



$$c' = \frac{c}{n}$$

$$f' = f$$

$$\lambda' = \frac{\lambda}{n}$$

Maximum frakció (1) és (2)-es helyen lesz

$$\Delta \varphi = k' \cdot 2d - \pi = \frac{2\pi}{\lambda'} \cdot 2d - \pi$$

$$\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot 2nd - \pi = (2n+1)\pi \quad \text{párköt}$$

$$2nd = \text{egész} \cdot \lambda \quad \text{Névtár}$$

alkalmazás: AR (antireflex) rétegek