Villamosmérnök alapszak Fizika1 Pót nagy zárthelyi dolgozat, 2017. nov. 23.	1.	2.	3.	4.	E1.	E2.	Mondat	Összes

NÉV: ______________________

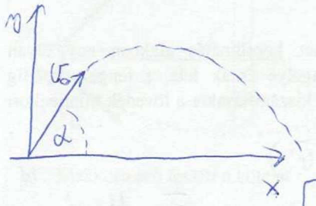
Neptun kód: ______________________

Előadó: Márkus / Sarkadi

1. Egy lehorgonyzott kereskedőhajó felé kalózhajó közelít v_k sebességgel. Abban a pillanatban, amikor a két hajó távolsága l, a kereskedőhajóról α szög alatt v_0 kezdősebességű ágyúgolyót lőnek ki.

a) Az α szög függvényében határozza meg, mennyi időt tölt az ágyúgolyó a levegőben, (0,5) továbbá fejezze ki az ágyúgolyó becsapódási helyének kereskedőhajótól mért távolságát is az α szög függvényében! (0,5)

$$y(t) = v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2$$

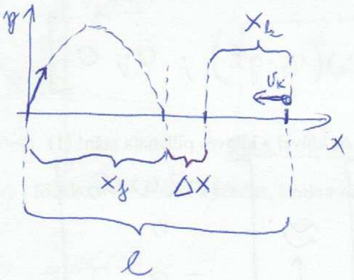


$$0 = y(t_{rep}) = v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t_{rep} - \frac{g}{2} \cdot t_{rep}^2$$

$$0 = v_0 \cdot \sin\alpha - \frac{g}{2} \cdot t_{rep} \Rightarrow \boxed{t_{rep} = \frac{2 v_0 \cdot \sin\alpha}{g}}$$

$$x_g = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t_{rep} = \boxed{\frac{2 v_0^2 \cdot \sin\alpha \cos\alpha}{g}}$$

b) Fejezze ki az ágyúgolyó becsapódási helyének kalózhajótól mért távolságát az α függvényében! (1)



$$x_k = v_k \cdot t_{rep} = \frac{2 v_0 v_k \cdot \sin\alpha}{g}$$

$$x_g = \frac{2 v_0^2 \sin\alpha \cdot \cos\alpha}{g}$$

$$\Delta x = l - x_g - x_k = \boxed{l - \frac{2 v_0 \cdot \sin\alpha}{g}\left(v_k + v_0 \cos\alpha\right)}$$

c) Határozza meg, milyen α szög alatt kell kilőni az ágyúgolyót, hogy az eltalálja a kalózhajót abban a speciális esetben, ha a kalózhajó áll, vagyis $v_k=0$! (1)

$$\Delta x = 0 \qquad v_k = 0$$

$$0 = \Delta x = l - \frac{2 v_0 \sin\alpha}{g}\left(0 - v_0 \cos\alpha\right) = l - \frac{2 v_0^2 \sin\alpha \cdot \cos\alpha}{g}$$

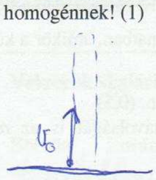
$$l = \frac{2 v_0^2 \sin\alpha \cos\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g} \Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{lg}{v_0^2}$$

$$\boxed{\alpha = \frac{1}{2} \cdot \arcsin \frac{lg}{v_0^2}}$$

Villamosmérnök alapszak Fizika1 Pót nagy zárthelyi dolgozat, 2017. nov. 23.	1.	2.	3.	4.	E1.	E2.	Mondat	Összes

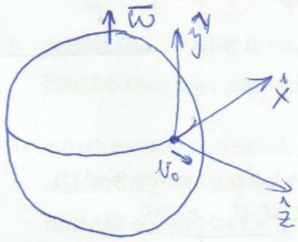
2 Egy oroszlánvadász az egyenlítőn függőlegesen felfelé elsüti a puskáját. Az m tömegű golyó a fegyverből v_0 sebességgel lép ki.

a) Írjuk fel a golyó sebességének függőleges összetevőjét az idő függvényében! A nehézségi erőteret tekintsük homogénnek! (1)



$$\boxed{v_{(t)} = v_0 - gt}$$

b) Adja meg a lövedékre ható Coriolis-erő vektorának időfüggését koordinátás alakban egy olyan vonatkoztatási rendszerben, melynek x tengelye kelet felé, y tengelye észak felé, z tengelye pedig függőlegesen felfelé mutat! (A Föld szögsebessége ω. A Coriolis-erő kiszámításakor a lövedék mindenkori sebességvektorát tekinthetjük függőlegesnek.) (1)



$$\bar{F}_{cor} = -2m(\bar{\omega} \times \bar{v}')$$

$$\bar{\omega} \parallel \hat{y} \quad \bar{v} \parallel \hat{z} \quad \Rightarrow \quad \bar{F}_{cor} \parallel -\hat{x}$$

$$|\bar{F}_{cor}| = 2m\omega v_{(t)} = 2m\omega(v_0 - gt)$$

$$\bar{F}_{cor} = \left[-2m\omega(v_0 - gt)\ ;\ 0\ ;\ 0\right]$$

c) Adja meg a lövedék helyvektorát koordinátás alakban, kicsiny Δt idővel a kilövés pillanata után! (1)

$$\bar{a} = \frac{\bar{F}_{cor}}{m} + \bar{g} = \begin{bmatrix} -2\omega(v_0 - gt) \\ 0 \\ -g \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} -2\omega v_0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix}$$

$t = \Delta t \rightarrow$ igen kicsi

$$\bar{v}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ v_0 \end{bmatrix} \qquad \bar{r}_{(\Delta t)} = \bar{v}_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2}\bar{a}\,\Delta t^2 =$$

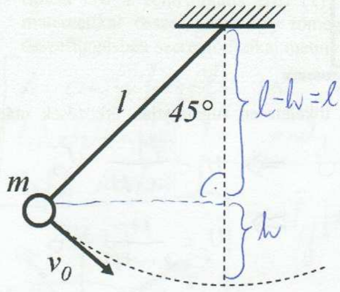
$$\bar{r}_{(\Delta t)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ v_0 \end{bmatrix} \cdot \Delta t + \frac{1}{2}\begin{bmatrix} -2\omega v_0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix} \Delta t^2 = \boxed{\begin{bmatrix} -\omega \cdot v_0 \Delta t^2 \\ 0 \\ v_0 \cdot \Delta t - \frac{g}{2} \cdot \Delta t^2 \end{bmatrix}}$$

$$\boxed{\bar{r}_{(\Delta t)} = \left[-\omega \cdot v_0 \cdot \Delta t^2\ ;\ 0\ ;\ v_0 \Delta t - \frac{g}{2}\Delta t^2\right]}$$

Villamosmérnök alapszak Fizika1 Pót nagy zárthelyi dolgozat, 2017. nov. 23.	1.	2.	3.	4.	E1.	E2.	Mondat	Összes

3. Egy l hosszúságú fonálra m tömegű testet függesztünk. Az így kapott ingát függőleges helyzetéből 45°-os szögben kitérítjük, majd v_0 kezdősebességgel elindítjuk az ábra szerint.

a) Mekkora az ingatest sebessége a pálya legalsó pontjában? (1)



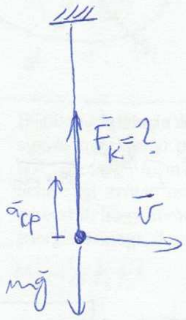
$E_{mech} = \text{állandó}$ $\qquad h = l - l\cdot\cos 45° = l(1-\cos 45°)$

$\frac{1}{2} m v_0^2 + mgh = \frac{1}{2} m v^2 + 0$

$v^2 = v_0^2 + 2gh$

$\boxed{v = \sqrt{v_0^2 + 2gl(1-\cos 45°)}}$

b) Mekkora erő feszíti a kötelet a pálya legalsó pontjában? (1)

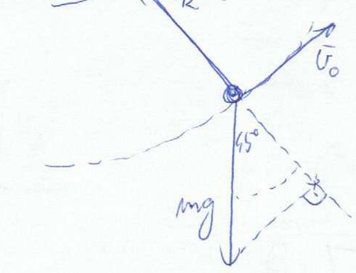


$\sum \bar{F} = m\bar{a}$ $\qquad F_K - mg = m a_{cp} = m\frac{v^2}{l}$

$F_K = m\left(g + \frac{v^2}{l}\right)$

$\boxed{F_K = m\left(g + \frac{v_0^2 + 2gl(1-\cos 45°)}{l}\right)}$

c) Mekkora erő feszíti a kötelet, amikor az inga újra 45°-os szögben tér ki? (1)



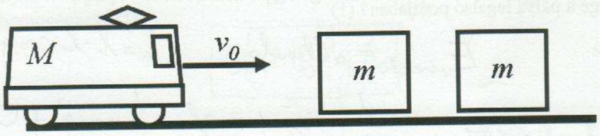
$\sum \bar{F} = m\bar{a}$

$F_K - mg\cdot\cos 45° = m a_{cp} = m\frac{v_0^2}{l}$

$\boxed{F_K = m\left(g\cos 45° + \frac{v_0^2}{l}\right)}$

Villamosmérnök alapszak Fizika1	1.	2.	3.	4.	E1.	E2.	Mondat	Összes
Pót nagy zárthelyi dolgozat, 2017. nov. 23.								

4. Egy M tömegű elszabadult vasúti szerelvény robog v_0 sebességgel a sín végződéhez, ahol a vonat megfékezése céljából két darab m tömegű betontömböt helyeztek el az ábra szerint.



a) Határozza meg az első, és a második tömbbel bekövetkezett tökéletesen rugalmatlan ütközések után kialakuló v_1 és v_2 sebességeket! (1)

① ütközés $Mv_0 + 0 + 0 = (M+m)v_1 + 0 \Rightarrow v_1 = \frac{M}{m+M} \cdot v_0$

② ütközés $Mv_0 + 0 + 0 = (M+2m) \cdot v_2' \Rightarrow v_2 = \frac{M}{2m+M} \cdot v_0$

b) A vonat eredeti mozgási energiájának hányad részét nyeli el az első, illetve a második akadály? (1)

$$\Delta E_{0\to1} = E_0 - E_1 = \frac{1}{2}Mv_0^2 - \frac{1}{2}(M+m)v_1^2 = \frac{1}{2}Mv_0^2 - \frac{1}{2}(M+m)\frac{M^2}{(M+m)^2} \cdot v_0^2 = \frac{1}{2}Mv_0^2 \cdot \frac{m}{M+m}$$

$$\Delta E_{0\to2} = E_0 - E_2 = \frac{1}{2}Mv_0^2 - \frac{1}{2}(M+2m)v_2^2 = \frac{1}{2}Mv_0^2 \cdot \frac{2m}{M+2m}$$

$$\frac{\Delta E_{0\to1}}{E_0} = \frac{\frac{1}{2}Mv_0^2 \frac{m}{M+m}}{\frac{1}{2}Mv_0^2} = \boxed{\frac{m}{M+m}} \qquad \frac{\Delta E_{1\to2}}{E_0} = \frac{\Delta E_{0\to2} - \Delta E_{0\to1}}{E_0} = \boxed{\frac{2m}{2m+M} - \frac{m}{M+m}}$$

c) Mekkorának kell választanunk a betontömbök m tömegét, hogy a kezdeti mozgási energia 99%-a elnyelődjék az akadályokban? (1)

$$0{,}99 = \frac{\Delta E_{0\to2}}{E_0} = \frac{2m}{M+2m}$$

$$0{,}99M + 2 \cdot 0{,}99m = 2m$$

$$0{,}99M = 2m(1-0{,}99)$$

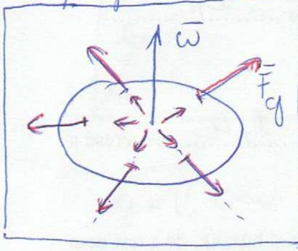
$$m = M \cdot \frac{0{,}99}{2 \cdot 0{,}01} = \boxed{\frac{99}{2}M}$$

Villamosmérnök alapszak Fizika1	1.	2.	3.	4.	E1.	E2.	Mondat	Összes
Pót nagy zárthelyi dolgozat, 2017. nov. 23.								

Kifejtendő kérdések

1. Definiálja a centrifugális erő fogalmát egy mondatban. (Milyen körülmények között értelmezhető, és milyen típusú erő a centrifugális erő) (1) Vektorábrán szemléltesse a centrifugális erőteret! (0,5) Adjon meg matematikai összefüggést egy tömegpontra ható centrifugális erő meghatározására, és nevezze meg az összefüggésben szereplő fizikai mennyiségeket! (1) Miért tekinthetjük a centrifugális erőt erőtérnek? (0,5)

A centrifugális erő forgó vonatkoztatási rendszerben értelmezett tehetetlenségi erő, mely a forgástengelyre merőlegesen, sugárirányban kifelé mutat



$$|\bar{F}_{cf}| = m\omega^2 r$$

→ m: forgó rendszerben elhelyezett tömegpont tömege

→ ω: forgó rendszer szögsebessége

→ r: forgástengelytől mért távolság

$\bar{F}_{cf}(\bar{r})$ erőtér, mert a tömegpontra ható centrifugális erő csak a tömegpont helyétől függ.

2. Fogalmazza meg a munkatételt! (1) Írja fel matematikai összefüggés formájában is! (0,5) Egy m tömegű testet egy h_1 magasságú pontból lefelé irányuló v_1 kezdősebességgel eldobunk homogén g nehézségi erőtérben. A test sebessége h_2 magasságban v_2 nagyságú. A mechanikai munka definícióját felhasználva határozza meg a nehézségi erőtér testen végzett munkáját! (0,5) A munkatételből kiindulva mutassa meg a fenti példán keresztül, hogy homogén nehézségi erőtérben a kinetikus, valamint az $E_{pot}=mgh$ formában definiált potenciális energia összege állandó! (1)

Munkatétel: Egy testre ható erők munkája megegyezik a test kinetikus energiájának megváltozásával. $W = \Delta E_{kin}$

$$W = F_g \cdot s = mg(h_1 - h_2)$$

$$W = \underbrace{\frac{1}{2}mv_2^2}_{E_{kin2}} - \underbrace{\frac{1}{2}mv_1^2}_{E_{kin1}} = mg(h_1-h_2) = mgh_1 - mgh_2$$

$$\Downarrow$$

$$\underbrace{\frac{1}{2}mv_1^2}_{E_{k1}} + \underbrace{mgh_1}_{E_{p1}} = \underbrace{\frac{1}{2}mv_2^2}_{E_{k2}} + \underbrace{mgh_2}_{E_{p2}}$$

Villamosmérnök alapszak Fizika1	1.	2.	3.	4.	E1.	E2.	Mondat	Összes
Pót nagy zárthelyi dolgozat, 2017. nov. 23.								

Kiegészítendő mondatok

Egészítse ki az alábbi hiányos mondatokat úgy a megfelelő szavakkal, szókapcsolatokkal, matematikai kifejezésekkel (skalár-vektor megkülönböztetés), hogy azok a Fizika1 tantárgy színvonalának megfelelő, fizikailag helyes állításokat fogalmazzanak meg!

1. Vektorok skaláris szorzata arányos a két vektor által közbezárt szög ……cosinusával……..
2. Eötvös Loránd mérései szerint a testek ……súlyos…… és ……tehetetlen tömege…… 7 tizedesjegy pontossággal megegyezik.
3. Egyenletes körmozgás szögsebességének és fordulatszámának hányadosa ……2π……
4. Ferde hajítás során a test ……gyorsulás……… -vektora állandó.
5. A Föld felszíne felett R magasságban a gravitációs gyorsulás értéke ……1/4……-szerese a Föld felszínén mért gravitációs gyorsulásnak. (R a Föld sugara)
6. Vízszintes talajon nyugszik egy m tömegű test. A testet vízszintes F erővel húzzuk, de a test nem mozdul meg. A talaj és a test között mérhető tapadási súrlódási együttható μ_0. A tapadási súrlódási erő nagysága: ……F……..
7. A Foucault-inga lengési síkját a ……Coriolis……… -erő változtatja meg.
8. A munka, valamint a munkavégzéshez szükséges idő hányadosát ……teljesítménynek…… nevezzük.
9. A rugóban tárolt energia arányos a rugó megnyúlásának ……2…….. hatványával.
10. Ha egy erőtér nem konzervatív, nem érvényes a ……mechanikai energia megmaradás…… törvénye.
11. Pontrendszer ……tömegközéppontjának…… gyorsulása arányos a pontrendszerre ható külső erők eredőjével.
12. Pontrendszer impulzusának ……időegységenkénti megváltozása…… arányos a pontrendszerre ható külső erők eredőjével.