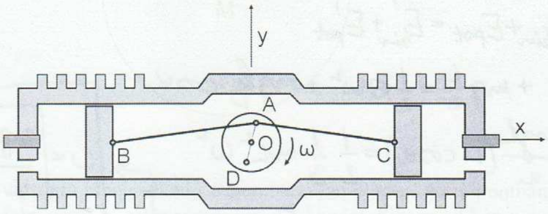
Villamosmérnök alapszak Fizika1 4. vizsga, 2019. jan. 21.	F1	F2	F3	F4	M	E1	E2	E3	E4	E5	Összesen	Bónusz	

NÉV: ____________________

Neptun kód: ____________________

Előadó: Márkus ☐ / Sarkadi ☐ / Vizsgakurzus ☐

1. Az ábrán látható kéthengeres motorblokk főtengelye ω szögsebességgel forog. Az O forgástengelytől R távolságban elhelyezkedő A pontot kötik össze a dugattyúkkal (B és C) az L hosszúságú hajtókarok. A dugattyúk tömege egyenként m, a hajtókarok tömege elhanyagolható, a motorblokk többi alkatrésze M tömegű.



a) Írja fel a dugattyúk $x_B(t)$ valamint $x_C(t)$ kitérés-idő függvényét egy O-hoz rögzített xy koordináta-rendszerben! Feltételezzük, hogy $L>>R$, így a BA valamint AC hajtókarok x tengelyre vett vetülete közelítőleg mindig L !(1)

Dugattyúk harmonikus rezgést végeznek R amplitúdóval

$$\boxed{\begin{aligned} x_B(t) &= R\cdot \sin(\omega t) - L \\ x_C(t) &= R \sin(\omega t) + L \end{aligned}}$$

b) Maximálisan mekkora erőt kell elviselniük a hajtókaroknak? A hengereket tekintsük nyitottnak, így a gáznyomás minden térrészben időben állandó. (1)

$$a_{max} = R\omega^2 \qquad F_{max} = m\cdot a_{max} = \boxed{m\cdot R\omega^2}$$

c) Írja fel a motor tömegközéppontjának x koordinátáját az idő függvényében megadó $x_{TKP}(t)$ függvényt! (1)

$$x_{TKP}(t) = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} = \frac{m x_B + m x_C + 0\cdot M}{2m+M} = \boxed{\frac{2mR\sin(\omega t)}{2m+M}}$$

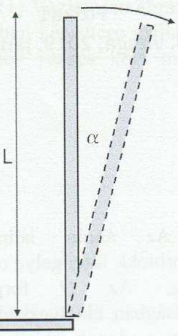
d) A motor erőteljesen rázza a felfüggesztését, hiszen tömegközéppontja mozog. A mérnökök úgy döntenek, elhelyeznek egy m' tömeget a D pontban annak érdekében, hogy az $x_{TKP}(t)$ függvény konstans legyen. Mekkorának kell választani m'-t?

$$0 = \frac{2mR\sin(\omega t) - m' R \sin(\omega t)}{2m+M+m'} \Rightarrow \boxed{m' = 2m}$$

e) Hogyan alakul a módosított motor tömegközéppontjának y koordinátáját megadó $y_{TKP}(t)$ függvény?

$$y_{TKP}(t) = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i} = \frac{2m\cdot 0 - Rm'\cos(\omega t) + M\cdot 0}{2m+M+m'} = \boxed{-\frac{2mR\cdot\cos(\omega t)}{4m+M}}$$

2. Egy m tömegű, L magasságú műugró áll az ugródeszka szélén. Kezdősebesség nélkül dőlni kezd úgy, hogy testének alakját nem változtatja. A deszkán a lába nem csúszik meg. A műugrót dinamikai szempontból modellezhetjük L hosszúságú homogén merev rúddal, melynek végén átmenő tengelyre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatéka $\Theta = \frac{1}{3} mL^2$



a) Határozza meg a műugró szögsebességét a függőlegessel bezárt α szögének függvényében! (1,5)

$$E_{kin} + E_{pot} = E'_{kin} + E'_{pot}$$

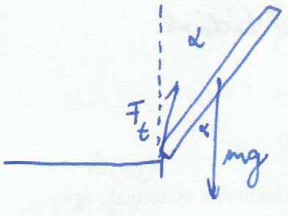
$$0 + mg\frac{L}{2} = \frac{1}{2}\Theta\omega^2 + mg\frac{L}{2}\cdot\cos\alpha$$

$$\frac{mgL}{2}(1-\cos\alpha) = \frac{1}{2}\,\frac{1}{3}\,mL^2\omega^2$$

$$3g(1-\cos\alpha) = L\omega^2$$

$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{3g}{L}(1-\cos\alpha)}}$$

b) Határozza meg, mekkora α szög mellett válik el a műugró a deszkától! (1,5)



Elválás pillanatában: $F_t = 0$

$$\sum F_r = m a_{cp} \Rightarrow mg\cdot\cos\alpha = m\cdot\omega^2\cdot\frac{L}{2}$$

$$g\cos\alpha = \frac{3g}{L}(1-\cos\alpha)\cdot\frac{L}{2}$$

$$2\cos\alpha = 3 - 3\cos\alpha \Rightarrow \boxed{\cos\alpha = \frac{3}{5}}$$

c) Mekkora szögsebességgel mozog a műugró a deszkától való elválás pillanatában? (1)

$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{L}\left(1-\frac{3}{5}\right)} = \boxed{\sqrt{\frac{6g}{5L}}}$$

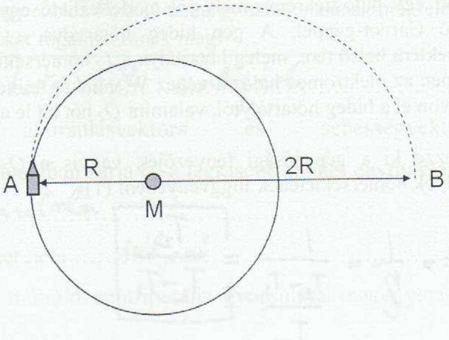
d) Mennyi ideig kell tartania az esésnek, hogy függőlegesen, fejjel lefelé érkezzen a vízbe? (1)

$$\varphi = \pi - \alpha \qquad \omega_0 = \sqrt{\frac{6g}{5L}} \qquad \varphi = \omega_0 t$$

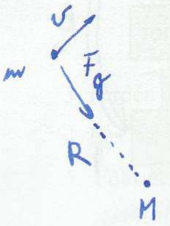
$$t = \frac{\varphi}{\omega_0} = \frac{\pi-\alpha}{\omega_0} = \boxed{\frac{\pi - \arccos 3/5}{\sqrt{\frac{6g}{5L}}}}$$

3. Az M tömegű Föld körül m tömegű űrhajó kering R sugarú körpályán.

a) Mekkora az űrhajó v keringési sebessége? (1)



$$F_g = m\, a_{cp}$$



$$\gamma \frac{mM}{R^2} = m \frac{v^2}{R}$$

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{\gamma M}{R}}}$$

b) Az űrhajó a Föld középpontjától $2R$ távolságra elhelyezkedő B pontba kíván eljutni. Az A pontban begyújtja rakétáit, és igen rövid idő alatt felgyorsul v_A sebességre. Ezzel a kezdősebességgel vág neki az utazásnak szaggatott vonallal jelölt pályán. Mire a B pontba ér, sebessége v_B lesz. Fejezze ki a v_A / v_B arányt a pálya geometriai paramétereinek segítségével! (1)

Impulzusmomentum megmaradás törvénye:

$$R \cdot m v_A = 2R\, m v_B \Longrightarrow \boxed{\frac{v_A}{v_B} = 2} \qquad v_B = \frac{v_A}{2} \quad (*)$$

c) Határozza meg a v_A sebességet M és R paraméterek függvényében! (1,5)

Mechanikai energiamegmaradás törvénye:

$$\frac{1}{2} m v_A^2 - \gamma \frac{mM}{R} = \frac{1}{2} m v_B^2 - \gamma \frac{mM}{2R}$$

$$\frac{1}{2} v_A^2 - \frac{1}{2} v_B^2 = \frac{\gamma M}{R} - \frac{\gamma M}{2R}$$

$$(*) \Longrightarrow \frac{1}{2}\left(v_A^2 - \frac{v_A^2}{4}\right) = \frac{\gamma M}{R}\left(1 - \frac{1}{2}\right)$$

$$\frac{1}{2} \frac{3}{4} v_A^2 = \frac{\gamma M}{2R}$$

$$v_A^2 = \frac{4\gamma M}{3R}$$

$$\boxed{v_A = 2\sqrt{\frac{\gamma M}{3R}}}$$

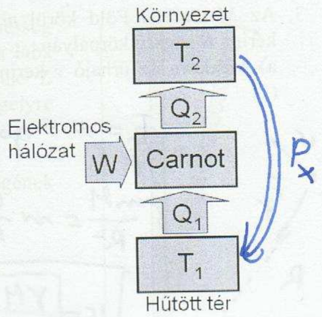
d) Mennyi munkát kellett végeznie a hajtóműnek az A pontban, hogy a körpályáról áttérhessen az űrhajó az ellipszis pályára? (1,5)

Munkatétel:

$$W = \Delta E_{kin} = \frac{1}{2} m v_A^2 - \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{4\gamma M}{3R} - \frac{\gamma M}{R}\right)$$

$$= \frac{\gamma m M}{2R}\left(\frac{4}{3} - 1\right) = \boxed{\frac{\gamma m M}{6R}}$$

4. Adott egy hűtőszekrény, mely jól modellezhető egy hőszivattyúként működő Carnot-géppel. A gép hideg hőtartálya a hűtőszekrény T_1 hőmérsékletű belső tere, meleg hőtartálya a T_2 hőmérsékletű környezet. A hűtőgépen az elektromos hálózat végez W munkát, minek hatására a gép Q_1 hőt von el a hideg hőtartálytól, valamint Q_2 hőt ad le a környezetének.



a) Fejezze ki a gép jósági tényezőjét, vagyis a Q_2/W hányadost a hőtartályok hőmérsékletének függvényében! (1)

$$\frac{Q_2}{W} = \frac{1}{\eta} = \frac{1}{\frac{T_2-T_1}{T_2}} = \boxed{\frac{T_2}{T_2-T_1}} \qquad (1)$$

b) Hogyan aránylik egymáshoz a gép által leadott, valamint felvett hő? (1)

Carnot-gép esetén:

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2} \implies \boxed{\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}} \qquad (2)$$

c) A hűtőszekrény ajtaját időről időre kinyitják, minek hatására hő áramlik be a hűtőszekrénybe. Ezt egy átlagos P_x hőteljesítménnyel vegyük figyelembe. Egészítse ki az energetikai blokkdiagramot a P_x hőáramot reprezentáló nyíllal! (1)

$$(1)\quad Q_2 = W\cdot\frac{T_2}{T_2-T_1} \implies \frac{\Delta Q_2}{\Delta t} = \frac{\Delta W}{\Delta t}\cdot\frac{T_2}{T_2-T_1} = P_H\cdot\frac{T_2}{T_2-T_1} \qquad P_x = \frac{\Delta Q_1}{\Delta t}$$

$$(2)\quad \frac{\frac{\Delta Q_1}{\Delta t}}{\frac{\Delta Q_2}{\Delta t}} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{P_x}{P_H\frac{T_2}{T_2-T_1}} \implies P_H = \frac{P_x}{\frac{T_1}{T_2}\cdot\frac{T_2}{T_2-T_1}} = \boxed{P_x\frac{T_2-T_1}{T_1}}$$

d) Mekkora a hűtőszekrény elektromos hálózatból felvett átlagos P_H teljesítménye, ha az ajtó nyitogatása ellenére is fenn kívánjuk tartani a hideg hőtartály T_1 hőmérsékletét? (1)

e) Mekkora teljesítménnyel fűti a hűtőszekrény a környezetét? (1)

$$P_F = \frac{\Delta Q_2}{\Delta t} - P_x = \frac{\Delta Q_1}{\Delta t}\cdot\frac{T_2}{T_1} - P_x = \frac{T_2}{T_1}\cdot P_x - P_x = P_x\left(\frac{T_2}{T_1}-1\right) = \boxed{P_x\frac{T_2-T_1}{T_1}}$$

Kiegészítendő mondatok

Egészítse ki az alábbi hiányos mondatokat úgy a megfelelő szavakkal, szókapcsolatokkal, matematikai kifejezésekkel (skalár-vektor megkülönböztetés), hogy azok a Fizika1 tantárgy színvonalának megfelelő, fizikailag helyes állításokat fogalmazzanak meg!

1. Egy tömegpont gyorsulása arányos a ....rá ható erők eredőjével....................
2. Vízszintesen elhajított test gyorsulásvektora és sebességvektora ......a földetérés...................................... pillanatában zárja be a legkisebb szöget egymással
3. Ferdén elhajított test pályájának alakja ....parabola...................................
4. Egy asztalon nyugvó testre ható tartóerő ellenereje a ....súlyerő..............................
5. Föld felszínéhez közel, körpályán keringő műhold centripetális gyorsulása megegyezik a gravitációs gyorsulással
6. A nehézségi erőtér konzervatív, hiszen az erőtér által egy tömegponton végzett munka csak a mozgás kezdő és végpontjának helyzetétől.......... függ.
7. Pontrendszer ...tömegközéppontjának............. gyorsulása arányos a pontrendszerre ható külső erők eredőjével.
8. A ....szökési sebesség........................ megadja, mekkora kezdősebességgel kell egy tömegpontot indítani egy adott bolygó felszínéről, hogy az képes legyen a bolygótól végtelen messzire távolodni.
9. Egy tömegpont harmonikus rezgőmozgást végez, ha a rá ható erő ....a kitéréssel arányos..................... de azzal ellentétes irányú.
10. Két kismértékben eltérő frekvenciájú hanghullám interferenciájának eredményét .... lebegésnek................ hívjuk.
11. Egy mindkét végén nyitott síp egyik végét befogjuk. A síp alaphangjának frekvenciája ....1/2.............. –szeresére változik.
12. Az ideális gázok kinetikus elmélete szerint a gázrészecskék egymással és az edény falával ....rugalmasan.................... ütköznek.
13. A P-V diagram tetszőleges pontján áthaladó adiabata, valamint izoterma görbék közül az ....adiabaták.............. a meredekebbek.
14. A 0 °C-os jég sűrűsége ......kisebb..................., mint a 0 °C-os vízé.
15. Ha egy adott tömegű anyagdarab adott mértékben történő felmelegítéséhez sok hő kell, az azt jelenti, hogy anyag ....fajhője......................... nagy.

Kifejtendő kérdések

Tömör, lényegre törő, vázlatszerű, fizikailag és matematikailag pontos válaszokat várunk. Ha szükséges, rajzoljon magyarázó ábrákat!

1. Matematikai összefüggéssel definiálja az egydimenziós haladó mozgást, valamint a körmozgást leíró kinematikai mennyiségeket! (1) Adja meg azok SI mértékegységeit! (0,5) Mikor tekinthetünk egy haladó, valamint egy körmozgást egyenletesen változónak? Definiálja a bevezetett kinematikai mennyiségekkel! (0,5) Írja fel az egyenletesen változó haladó mozgás hely-idő, valamint az egyenletesen változó körmozgás szögelfordulás-idő függvényét! (1)

Egyenes vonalú mozgás	Körmozgás
elmozdulás: x (m)	szögelfordulás: $\varphi = \frac{s}{R}$ (dimenziótlan) ívhossz, sugár
sebesség: $v = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$ $\left(\frac{m}{s}\right)$	szögsebesség: $\omega = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$ $\left(\frac{1}{s}\right)$
gyorsulás: $a = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$ $\left(\frac{m}{s^2}\right)$	szöggyorsulás: $\beta = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$ $\left(\frac{1}{s^2}\right)$
Egyenletesen változó: $a = \text{állandó}$	$\beta = \text{állandó}$
$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{a}{2} t^2$	$\varphi(t) = \varphi_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{\beta}{2} \cdot t^2$

2. Definiálja matematikai összefüggéssel egy pontrendszer teljes impulzusát! (1) Matematikai alakban írja fel, valamint fogalmazza meg egy mondatban a tömegpontrendszerekre vonatkozó impulzustételt! (1) Milyen feltétel mellett marad meg egy pontrendszer impulzusa? (1)

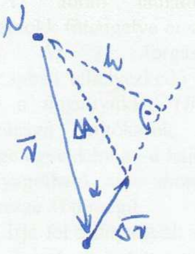
$$\bar{I}_{öm} = \sum_i m_i \bar{v}_i \qquad \boxed{\dot{\bar{I}}_{öm} = \sum \bar{F}_K}$$

Pontrendszer impulzusának időegységenkénti megváltozása egyenlő a pontrendszerre ható külső erők eredőjével.

Pontrendszer impulzusa állandó, ha a külső erők eredője zérus. $\sum \bar{F}_K = 0$

3. Írja fel Kepler II. törvényét! (1) Ábra, valamint levezetés segítségével mutassa meg, hogy Kepler II. törvénye a centrális erőtérben mozgó tömegpontokra vonatkozó impulzusmomentum-megmaradás törvényének alternatív megfogalmazása! (2)

A Napból a bolygóhoz húzott sugár egyenlő időközök alatt egyenlő területeket súrol.



Δt idő alatt: $\Delta \vec r = \vec v \cdot \Delta t$ $\quad \Delta A = \frac{|\Delta \vec r| \cdot h}{2} = \frac{|\Delta \vec r| |\vec r| \cdot \sin\alpha}{2}$

$$\text{állandó} = \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{|\vec v| \cdot \Delta t \cdot |\vec r| \cdot \sin\alpha}{2 \cdot \Delta t} = \frac{|\vec r| \cdot |\vec v| \cdot \sin\alpha}{2} =$$

$$= \frac{|\vec r| \cdot m |\vec v| \cdot \sin\alpha}{2m} = \frac{|\vec r| |\vec I| \cdot \sin\alpha}{2m} = \frac{|\vec r \times \vec I|}{2m} = \frac{|\vec N|}{2m}$$

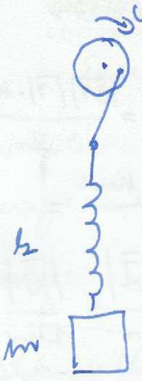
$\Rightarrow |\vec N| = \text{állandó}$. A bolygó impulzusmomentuma megmarad.

4. Sorolja fel a hőterjedés fajtáit, (1) nevezze meg, melyik milyen közegben fordulhat elő! (1) Mit állít a termodinamika II. főtétele a hőterjedésről? (1)

- Hősugárzás: közeg hiányában is létrejön.
- Hővezetés: közeg szükséges.
- Hőáramlás: csak folyékony, légnemű közegekben.

A hő külső beavatkozás nélkül mindig a melegebb test felől a hidegebb test felé terjed.

5. Rajzoljon fel kísérleti elrendezést, amely segítségével jól szemléltethetőek a gerjesztett harmonikus rezgések! (0,5) Írja fel az $F(t) = F_0 \sin(\omega t)$ erővel gerjesztett mechanikai rezgések dinamikai alapegyenletét, nevezze meg az összefüggésben szereplő fizikai mennyiségeket! (1) Vázlatosan ábrázolja a gerjesztett rezgés amplitúdóját a gerjesztő rezgés ω frekvenciájának függvényében két eltérő csillapítású rendszer esetére! (1) Vázlatosan ábrázolja a gerjesztés, valamint a gerjesztett rezgés közt mérhető fáziskülönbséget a gerjesztő rezgés ω frekvenciájának függvényében! (0,5)



$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m}\cdot\sin(\omega t)$$

$\ddot{x} = a$: gyorsulás

$\dot{x} = v$: sebesség

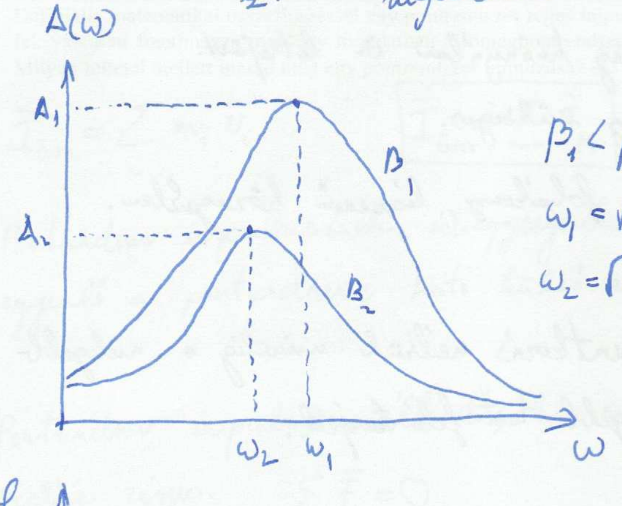
$x =$ kitérés

$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ sajátfrekvencia

β : csillapítási tényező

m : tömeg

k : rugóállandó



$\beta_1 < \beta_2$

$\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta_1^2}$

$\omega_2 = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta_2^2}$