Villamosmérnök alapszak Fizika1 3. vizsga, 2018. jan. 10.	F1	F2	F3	F4	M	E1	E2	E3	E4	E5	Összesen	Bónusz	

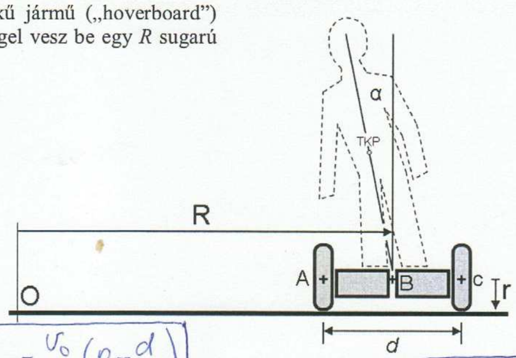
NÉV: ____________________

Neptun kód: ____________________

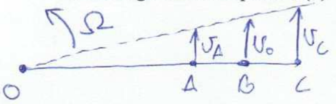
Előadó: Márkus ☐ / Sarkadi ☐

---

1. Egy önegyensúlyozásra alkalmas kétkerekű jármű („hoverboard") utasával együtt állandó nagyságú sebességgel vesz be egy R sugarú kanyart.



a) Mekkora az egyik, illetve a másik kerék A-val, illetve C-vel jelölt középpontjának sebessége, ha tudjuk, hogy a B pont sebessége O-hoz képest v_0.(1)

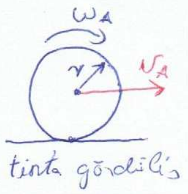


$$\Omega = \frac{v_0}{R} \qquad R_A = R - \frac{d}{2} \qquad R_B = R \qquad R_C = R + \frac{d}{2}$$

$$\boxed{v_A = \Omega \cdot R_A = \frac{v_0}{R}\left(R - \frac{d}{2}\right)}$$

$$\boxed{v_C = \Omega \cdot R_C = \frac{v_0}{R}\left(R + \frac{d}{2}\right)}$$

b) Mekkora a különbség a két kerék fordulatszáma között? (1)

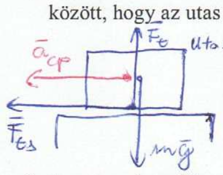


$$\omega_A = \frac{v_A}{r} \qquad f_A = \frac{\omega_A}{2\pi} = \frac{v_0\left(R - \frac{d}{2}\right)}{2\pi R r}$$

$$\omega_C = \frac{v_C}{r} \qquad f_C = \frac{\omega_C}{2\pi} = \frac{v_0\left(R + \frac{d}{2}\right)}{2\pi R r}$$

$$\Delta f = f_C - f_A = \boxed{\Delta f = \frac{v_0 d}{2\pi R r}}$$

c) Legalább mekkora tapadási súrlódási együttható szükséges az utas cipőtalpa és a hoverboard felülete között, hogy az utas ne csússzon le a járműről a kanyarban? (1,5)

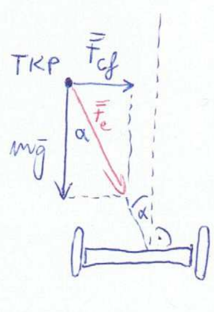


$$\sum \bar{F} = m\bar{a} \longrightarrow \sum F_y = m a_y = 0 \Rightarrow F_t = mg$$

$$\hookrightarrow \sum F_x = m a_x \rightarrow F_{ts} = m a_{cp} = m\frac{v_0^2}{R}$$

$$F_{ts} \leq F_t \mu_0 \qquad m\frac{v_0^2}{R} \leq mg\mu_0 \Rightarrow \boxed{\mu_0 \geq \frac{v_0^2}{gR}}$$

d) Az utasnak mekkora α szögben kell megdöntenie magát az O pont felé, hogy egyensúlyát biztosan megőrizze a járművön? (1)



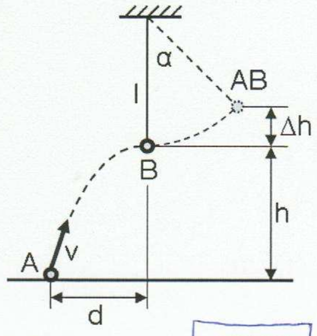
$$F_{cf} \cong m\Omega^2 \cdot R = m\frac{v_0^2}{R}$$

$$F_g = mg$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{F_{cf}}{F_g} = \frac{m\frac{v_0^2}{R}}{mg} = \frac{v_0^2}{gR}$$

$$\boxed{\operatorname{tg}\alpha = \frac{v_0^2}{gR}}$$

2. A cirkuszi porondon álló trambulinról egy artista (A) ferdén elrugaszkodik, és pályája tetőpontján elkapja egy nyugvó trapézon lógó bohóc (B) kezét. A trapézon ketten együtt lendülnek tovább.



a) Mennyi ideig tartózkodik az artista a levegőben, és kezdősebességének mekkora függőleges komponenssel kell rendelkeznie, ha tudjuk, hogy a bohóc h magasságban van? (1,5)

$$t_{em} = \frac{v_{oy}}{g}$$

$$h = v_{oy} \cdot t_{em} - \frac{g}{2} \cdot t_{em}^2$$

$$h = v_{oy} \cdot \frac{v_{oy}}{g} - \frac{g}{2} \cdot \frac{v_{oy}^2}{g^2} = \frac{v_{oy}^2}{2g} \rightarrow \boxed{v_{oy} = \sqrt{2gh}} \qquad t_{em} = \frac{v_{oy}}{g} = \boxed{\sqrt{\frac{2h}{g}}}$$

b) Mekkora az artista vízszintes irányú kezdősebessége, ha tudjuk, hogy az artista és a bohóc porondra vetített távolsága d? (1)

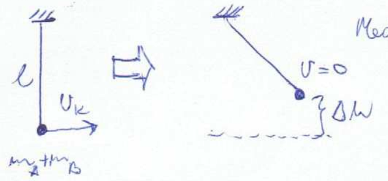
$$d = v_{ox} \cdot t_{em} \qquad v_{ox} = \frac{d}{t_{em}} = \boxed{d\sqrt{\frac{g}{2h}}}$$

c) Mekkora közös sebességgel mozog az artista és a bohóc közvetlenül azután, hogy megfogták egymás kezét? Az artista tömege m_A, a bohóc tömege m_B. Tekintsük őket pontszerűnek! (1)

Imp. megmaradás: $m_A \cdot v_{ox} + 0 = (m_A+m_B) \cdot v_K$

$$v_K = \frac{m_A}{m_A+m_B} \cdot v_{ox} = \boxed{\frac{m_A}{m_A+m_B}\sqrt{\frac{g}{2h}} \cdot d}$$

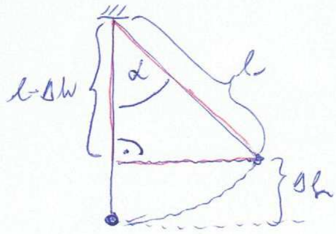
d) Mekkora maximális Δh magasságig lendül ki a trapéz? (1)



Mech. energia megmaradás: $\frac{1}{2}(m_A+m_B)v_K^2 + 0 = 0 + (m_A+m_B)g\Delta h$

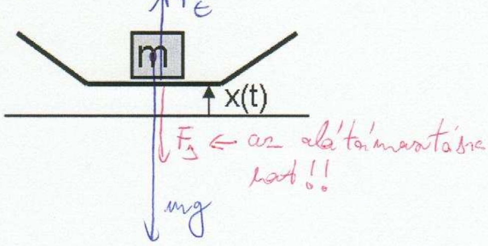
$$\rightarrow \Delta h = \frac{v_K^2}{2g} = \boxed{\left(\frac{m_A}{m_A+m_B}\right)^2 \cdot \frac{d^2}{4h}}$$

e) Maximálisan mekkora α szögben lendül ki az l hosszúságú trapéz? (0,5)



$$\cos\alpha = \frac{l-\Delta h}{l} = 1 - \frac{\Delta h}{l} = \boxed{1 - \left(\frac{m_A}{m_A+m_B}\right)^2 \cdot \frac{d^2}{4hl}}$$

3. Egy vízszintesen elhelyezett hangszóró membránjára kicsiny, m tömegű gyöngyöt helyezünk. A gyöngy alati területen a hangszórómembrán $x(t)=A\ \sin(\omega t)$ kitérés-idő függvénnyel jellemezhető mozgást végez.



a) Írja fel a membrán gyorsulás-idő függvényét! (1)

$$a_{(t)} = \ddot{x}_{(t)} = -A\omega^2 \sin(\omega t)$$

b) Az ábrán rajzolja fel a gyöngyre ható erőket, (0,5) valamint határozza meg a gyöngy által a membránra kifejtett súlyerőt az idő függvényében! (1)

$$\sum \bar{F} = m\bar{a} \Rightarrow F_t - mg = m a_{(t)} \Rightarrow F_t = m(g + a_{(t)})$$

$\bar{F}_t$ csak felfelé mutathat, tehát $F_t \geq 0$ $\quad$ $\bar{F}_t$ ellenereje $\bar{F}_s$, tehát:

$$F_s = F_t = m(g + a_{(t)}) = \boxed{m(g - A\omega^2 \sin\omega t) \geq 0}$$ csak lefelé mutathat

Ha $F_s < 0$ a fenti összefüggés fizikailag helytelen. Ebben az esetben a test súlytalanná válik.

c) Adott ω körfrekvencia esetén mekkora lehet a rezgés maximális amplitúdója, ha azt akarjuk, hogy a gyöngy sohase emelkedjen el a membrán felületétől, azaz a gyöngy ne „zörögjön” a membránon? (1)

Nem emelkedik el, ha $F_s \geq 0$ minden időpillanatban.

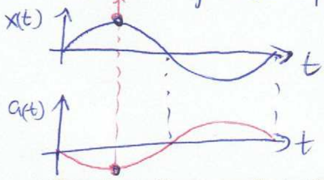
$F_s = m(g - A\omega^2 \sin\omega t)$ minimális ha $\sin\omega t = 1$ $\quad$ $F_{s\,min} = m(g - A\omega^2)$

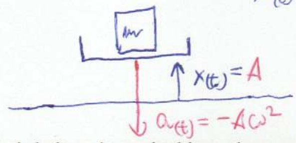
$$F_{s\,min} \geq 0 \Rightarrow g \geq A\omega^2 \Rightarrow \boxed{A \leq \frac{g}{\omega^2}} \qquad \boxed{A_{max} = \frac{g}{\omega^2}}$$

d) Ha adott ω körfrekvenciájú rezgés esetén fokozatosan, lassan növeljük az amplitúdót, a membrán melyik helyzetében (a rezgés melyik fázisában) fog legelőször elemelkedni a gyöngy? (0,5)

Kritikus fázisállapot: $\sin\omega t = 1$ ekkor: $a_{(t)} = -A\omega^2 \sin(\omega t) = \boxed{-A\omega^2}$

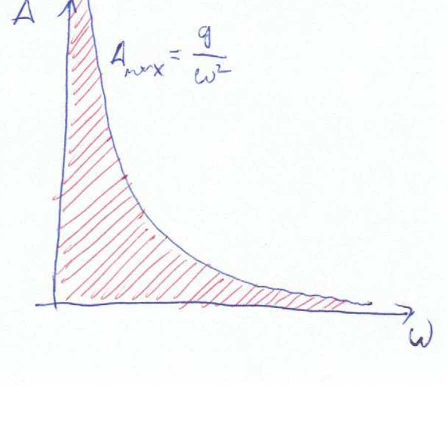
$x_{(t)} = A\sin(\omega t) = \boxed{A}$



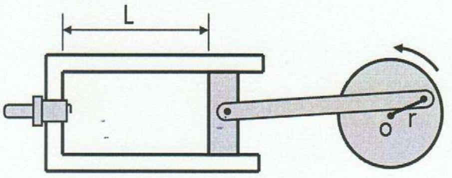


e) Egy A $-\omega$ diagramon ábrázolja azon pontok halmazát, melyekhez olyan amplitúdó és körfrekvencia értékek tartoznak, amelyek mellett a gyöngy mindvégig érintkezésben marad a membránnal! (1)

Nem emelkedik el, ha $A \leq \frac{g}{\omega^2}$ $\qquad$ $A_{max} = \frac{g}{\omega^2}$



4. Egy belsőégésű motor A keresztmetszetű hengerrel rendelkezik, melyben dugattyú mozog. A dugattyú csuklós rúddal csatlakozik egy r sugarú hajtókarhoz, mely az O pont körül forog. A dugattyú a legkülső helyzetében L távolságra van a henger zárt végétől.



a) Határozza meg a dugattyú legkülső helyzetéhez tartozó V_0, valamint a legbelső helyzetéhez tartozó V_1 térfogatot! (0,5)

$$V_0 = L \cdot A \qquad V_1 = (L - 2r)A$$

b) A dugattyú kezdetben a legkülső helyzetben van, P_0 légköri nyomású, T_0 hőmérsékletű levegő és kis mennyiségű metángáz keverékével van töltve. Az elegyet tekintsük ideális gáznak. Fejezze ki a gáz n anyagmennyiségét! (0,5)

$$P_0 V_0 = nRT_0 \Rightarrow n = \frac{P_0 V_0}{RT_0}$$

c) A dugattyú adiabatikusan összesűríti a gázt V_1 térfogatúra. P_0, V_0, T_0, V_1 segítségével fejezze ki az összenyomott gázelegy P_1 nyomását és T_1 hőmérsékletét! (Használja ki, hogy adiabatikus állapotváltozás esetén PV^{κ}=állandó, κ adott.) (1)

$$P_0 V_0^{\kappa} = P_1 V_1^{\kappa} \Downarrow \boxed{P_1 = P_0 \cdot \left(\frac{V_0}{V_1}\right)^{\kappa}}$$

$$\frac{P_0 V_0}{T_0} = \frac{P_1 V_1}{T_1} \Rightarrow T_1 = \frac{P_1 V_1}{P_0 V_0} \cdot T_0 = \frac{P_0 \left(\frac{V_0}{V_1}\right)^{\kappa} \cdot V_1}{P_0 V_0} \cdot T_0 = \boxed{T_1 = \left(\frac{V_0}{V_1}\right)^{\kappa-1} T_0}$$

d) A gyújtógyertya hirtelen felrobbantja a gázelegyet, és a kémiai reakció Q hőt közöl a gázzal, mielőtt a dugattyú számottevően megmozdulhatott volna. Fejezze ki P_1, V_1, T_1 segítségével a hengerben lévő gáz T_2 hőmérsékletét és P_2 nyomását a robbanás utáni pillanatban! A gáz c_v izochor fajhője adott. (1)

izochor: $Q = nC_V \Delta T \quad \Delta T = \frac{Q}{nC_V} \quad T_2 = T_1 + \Delta T = \boxed{T_1 + \frac{Q}{nC_V}}$

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow P_2 = \frac{T_2}{T_1} P_1 = \boxed{\frac{T_1 + \frac{Q}{nC_V}}{T_1} P_1}$$

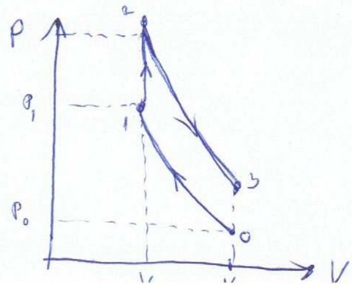
e) A robbanást követően a dugattyú újra kifelé mozog, a gáz pedig adiabatikusan tágul. Fejezze ki P_2, V_2, T_2 segítségével a kipufogó gáz P_3 nyomását és T_3 hőmérsékletét a dugattyú legkülső pontjában. (1)

$$P_2 V_2^{\kappa} = P_3 V_3^{\kappa},\quad V_3 = V_0 \Rightarrow \boxed{P_3 = P_2 \left(\frac{V_2}{V_0}\right)^{\kappa}}$$

$$\frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{P_3 V_3}{T_3} \Rightarrow T_3 = \frac{P_3 V_3}{P_2 V_2} T_2 = \frac{P_2 \cdot (V_2/V_0)^{\kappa} \cdot V_0}{P_2 \cdot V_2} \cdot T_2$$

$$\boxed{T_3 = \frac{V_2^{\kappa-1}}{V_0^{\kappa-1}} \cdot T_2}$$

f) Vázlatosan ábrázolja a folyamatot P-V diagramon. (1)



1. **Kifejtendő kérdések**

Tömör, lényegre törő, vázlatszerű, fizikailag és matematikailag pontos válaszokat várunk.
Ha szükséges, rajzoljon magyarázó ábrákat!

1. Fogalmazza meg egy-egy mondatban Newton I., II. és III. törvényét! (3)

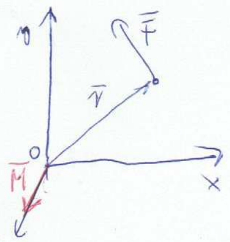
I. A testek mindaddig megőrzik mozgásállapotukat (nyugalomban maradnak, vagy egyenes vonalú egyenletes mozgást végeznek), amíg más testekkel kölcsönhatásba nem lépnek.

II. Egy tömegpont gyorsulása arányos a tömegpontra ható erők eredőjével, az arányossági tényező a test tömege. ($\sum \bar{F} = m\bar{a}$)

III. Két kölcsönható test egymásra ugyanakkora nagyságú, de ellentétes irányú erővel hat. (az erők hatásvonala megegyezik)

$\bar{F}_{12} = -\bar{F}_{21}$ $\bar{F}_{12}$ $\bar{F}_{21}$

2. Definiálja egy tömegpontra ható erő adott O pontra vonatkoztatott forgatónyomatékát matematikai összefüggés, valamint szemléltető ábra segítségével. A bevezetett fizikai mennyiségeket nevezze meg. Definiálja a tömegpont O pontra vonatkoztatott impulzusmomentumát matematikai összefüggés, valamint szemléltető ábra segítségével! A bevezetett fizikai mennyiségeket nevezze meg! (1) Matematikai összefüggés felírásával adja meg, milyen kapcsolat van a fent definiált forgatónyomaték, valamint impulzusmomentum között! Az összefüggést fogalmazza meg egy mondatban! (1)



$\bar{M} = \bar{r} \times \bar{F}$

$\bar{M}$: Forgatónyomaték

$\bar{r}$: O pontból az erő támadáspontjába mutató vektor.

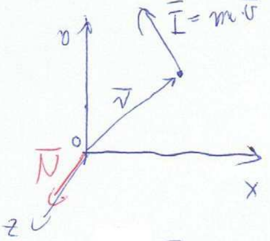
$\bar{F}$: a tömegpontra ható erő

$\bar{N}$: impulzusmomentum

$\bar{N} = \bar{r} \times \bar{I}$

$\bar{I}$: tömegpont impulzusa

$\bar{r}$: tömegpontba mutató vektor.



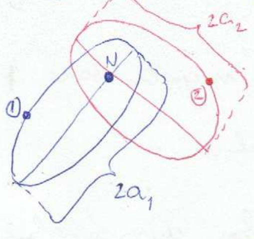
$$\bar{M} = \dot{\bar{N}} \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \bar{N}}{\Delta t}$$

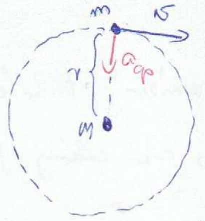
Tömegpontra ható erők adott pontra vonatkoztatott forgatónyomatékainak összege egyenlő a tömegpont adott pontra vonatkoztatott impulzusmomentumának időegységenkénti megváltozásával.

3. Fogalmazza meg egy mondatban Kepler III. törvényét, és írja fel matematikai összefüggés alakjában is! (1) Newton törvényeiből kiindulva számítsa ki az M tömegű nap körül körpályán keringő m tömegű bolygó kerületi sebességét a pályasugár függvényében! (1) A fenti eredmény felhasználásával igazolja (vezesse le) Kepler III. törvényét körpályán keringő bolygók esetére! (1)

A Nap körül keringő bolygók pályáinak nagytengelyeinek köbei úgy aránylanak egymáshoz, mint a keringési idők négyzetei.

$$\frac{a_1^3}{a_2^3} = \frac{T_1^2}{T_2^2}$$





$$\vec{F}_g = \gamma \frac{mM}{r^2}$$

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow F_g = m a_{cp} \Rightarrow$$

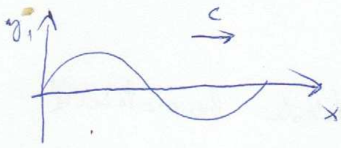
$$\gamma \frac{mM}{r^2} = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{\gamma M}{r}}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{\frac{\gamma M}{r}} = \frac{4\pi^2}{\gamma M}\cdot r^3 \Rightarrow T^2 \sim r^3$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{r_1^3}{r_2^3}$$

4. Írja fel egy $+x$ irányban terjedő egydimenziós hullám $y_1(x,t)$ kitérésének hely- és időfüggését! A bevezetett fizikai mennyiségeket nevezze meg! (1) Írja fel egy $-x$ irányban terjedő hullám $y_2(x,t)$ kitérésének hely- és időfüggését! (0,5) A $\sin(\alpha)+\sin(\beta) = 2\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$ trigonometrikus azonosság alkalmazásával vezesse le egy egydimenziós állóhullám $y(x,t)$ kitérésének hely- és időfüggvényét! (1,5)



A: amplitúdó

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$: hullámszám (λ = hullámhossz)

ω: körfrekvencia

$$y_1(x,t) = A\sin(kx-\omega t)$$

$$y_2(x,t) = A\sin(kx+\omega t)$$

$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t) =$$

$$= A\left[\sin(kx-\omega t) + \sin(kx+\omega t)\right] =$$

$$= 2A\sin\left(\frac{kx-\omega t+kx+\omega t}{2}\right)\cos\left(\frac{kx-\omega t-kx-\omega t}{2}\right)$$

$$y(x,t) = 2A\sin(kx)\cos(\omega t)$$

5. Az egyatomos ideális gázok kinetikus gázmodellje milyennek feltételezi a gáz mikroszkopikus szerkezetét? (0,5) A gázmodell milyen kölcsönhatásokat feltételez a gázrészecskék között, valamint a gázrészecskék és az edény falai között? (0,5) A gázmodell hogyan értelmezi a gáz belső energiáját, (0,5) valamint a gáz nyomását! (0,5) Hány szabadsági fokú az egyatomos ideális gáz? (0,5) Az ideális gáz fent tárgyalt kinetikus modellje hogyan értelmezi a halmazállapot-változásokat? (0,5)

– Gáz: kicsiny gömbszimmetrikus részecskék sokasága

– Gázrészecskék pillanatszerűen, tökéletesen rugalmasan ütköznek egymással, és az edény falával.

– Belső energia: a gázrészecskék mechanikai energiáinak összessége.

– Nyomás: az edény falával ütköző részecskék impulzus-változásából származik.

– 1 atomos ideális gáz szabadsági foka: 3

– Az ideális gáz fenti modellje nem képes értelmezni a halmazállapotváltozásokat.
(részecskék közti egyéb kölcsönhatások bevezetésével a modell alkalmassá tehető a halmazállapotváltozások leírására)

Kiegészítendő mondatok

Egészítse ki az alábbi hiányos mondatokat úgy a megfelelő szavakkal, szókapcsolatokkal, matematikai kifejezésekkel (skalár-vektor megkülönböztetés), hogy azok a Fizika1 tantárgy színvonalának megfelelő, fizikailag helyes állításokat fogalmazzanak meg!

1. A tehetetlenség törvénye ......inerciarendszerekben......... –ben érvényes.

2. Egy $2h$ magasságból ejtett test ....$\sqrt{2}$........ –szer annyi ideig esik szabadon, mint egy h magasságból ejtett test.

3. Newton törvényei értelmezhetők gyorsuló vonatkoztatási rendszerekben is, ha bevezetjük a ...tehetetlenségi erőket..........

4. Egy erőtér ......homogén..................., ha a tér miden pontjában ugyanakkora erő hat.

5. Pontrendszer tömegközéppontjának gyorsulását a pontrendszerben ébredő belső erők ....nem befolyásolják..........................

6. A tiszta gördülés kinematikai feltétele, hogy a kerék .....talajjal érintkező pontja..................... zérus sebességű legyen.

7. Billenő platójú teherautó rakománya akkor csúszik meg, amikor a rakományra ható nehézségi erő ....plató síkjával párhuzamos komponense nagyobb, mint a tapadási súrlódási erő.

8. Adott bolygó felszínén értelmezett I. kozmikus sebességre gyorsított test képes arra, hogy ..a bolygó felszíne közelében körpályára álljon..........................

9. Matematikai inga hosszát megduplázzuk. A lengésidő ......$\sqrt{2}$ -szeresére...................... változik.

10. Az egydimenziós hullámegyenlet megoldása egy ....két...........-változós függvény.

11. A rezonancia-frekvenciánál jóval alacsonyabb frekvenciával gerjesztett rendszer rezgésének fázisa, valamint a gerjesztő rezgés fázisa között ....0 fok........................ különbség van.

12. Hőszivattyúkban lezajló körfolyamatok P-V diagramon ábrázolva olyan zárt görbéket alkotnak, melyek körüljárási iránya az óramutató járásával ...ellentétes...... irányú.

13.A Carnot-gép hatásfoka elvileg 100 % -hoz tart, ha a meleg hőtartály hőmérséklete ......végtelenhez.... tart.

14. Egy ideális gáz adiabatikus tágulása ......alacsonyabb.............. véghőmérsékletet eredményez, mintha ugyanazon gázt izoterm folyamat során tágítjuk ugyanakkora térfogatúra.

15. A hőtan ..második.... főtételéből következik, hogy két hőtartállyal rendelkező ciklikus hőerőgépek közül a Carnot-gép hatásfoka a legnagyobb.