Villamosmérnök alapszak Fizika1 2. vizsga, 2018. jan. 03.	F1	F2	F3	F4	M	E1	E2	E3	E4	E5	Összesen	Bónusz

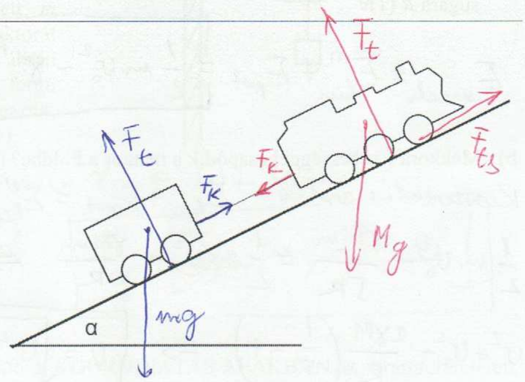
NÉV:

Neptun kód: ____________________

Előadó: Márkus ☐ / Sarkadi ☐

1. α hajlásszögű emelkedőn egy M tömegű mozdony egyenletes sebességgel vontat felfelé egy m tömegű kocsit. A mozdony mindegyik kereke hajtott, a kerekek nem csúsznak meg. A sín és a kerekek közti tapadási súrlódási együttható μ_0. A kocsi kerekei könnyen gördülnek.

a) Az ábrán rajzolja fel a mozdonyra (1), valamint a kocsira (1) ható erőket! A kerék-sín kölcsönhatásából származó erőket nem kell minden támadáspontban megrajzolni. Erőtípusonként elég egy-egy vektort feltüntetni.



b) Határozza meg a kocsit és a mozdonyt összekötő kapcsolóelemben ébredő erőt! (1)

Kocsi mozgásegyenlete: $\sum \bar{F} = m\bar{a} = 0 \Rightarrow \sum F_x = 0 = -mg\sin\alpha + F_K$

$$\boxed{F_K = mg\sin\alpha}$$

c) Mekkora maximális α_{max} hajlásszögű emelkedőn képes egyenletes sebességgel felfelé haladni a szerelvény anélkül, hogy a mozdony kerekei megcsúsznának? (1)

Mozdony mozgásegyenlete: $\sum \bar{F} = M\bar{a} = 0 \Rightarrow \sum F_y = 0 = F_t - Mg\cos\alpha \Rightarrow F_t = Mg\cdot\cos\alpha$

$\Rightarrow \sum F_x = 0 = F_{ts} - Mg\sin\alpha - F_K$

$$F_{ts} = Mg\sin\alpha + F_K = Mg\sin\alpha + mg\sin\alpha = (m+M)g\sin\alpha$$

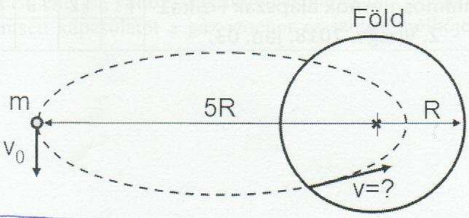
$$F_{ts} \leq F_t\cdot\mu_0 \Rightarrow (m+M)g\cdot\sin\alpha \leq Mg\cos\alpha\cdot\mu_0 \Rightarrow \tan\alpha \leq \frac{M\mu_0}{m+M} \qquad \boxed{\tan\alpha_{max} = \frac{M\mu_0}{m+M}}$$

d) A mozdony motorjának teljesítménye P. Mekkora sebességgel halad a vonat az α hajlásszögű emelkedőn felfelé? (1)

Motor teljesítménye = tapadási súrlódási erő által egységnyi idő alatt végzett munka

$$P = F_{ts}\cdot v \Rightarrow v = \frac{P}{F_{ts}} = \boxed{\frac{P}{(m+M)g\cdot\sin\alpha}}$$

2. A Föld középpontjától $5R$ távolságra m tömegű, v_0 sebességű meteort észlelnek. A meteor pályája az ábra szerint metszi a Föld felszínét, tehát a meteor idővel becsapódik a Földbe. (A légkör hatásait hanyagoljuk el)



a) Írja fel a meteor mechanikai energiáját a kezdeti állapotban! A Föld tömege M, sugara R (1)

$$E_{mech} = E_{kin} + E_{pot} = \boxed{\frac{1}{2} m v_0^2 - \gamma \frac{Mm}{5R}}$$

b) Mekkora v sebességgel csapódik a meteor a Földbe? (1,5)

Konzervatív erőtér: $E_{kin} + E_{pot} = E_{kin}' + E_{pot}'$

$$\frac{1}{2} m v_0^2 - \frac{\gamma M m}{5R} = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{\gamma M m}{R} \Rightarrow v_0^2 - \frac{2\gamma M}{5R} = v^2 - \frac{2\gamma M}{R}$$

$$v^2 = v_0^2 - \frac{2\gamma M}{R}\left(\frac{1}{5} - 1\right) \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{v_0^2 + \frac{8\gamma M}{5R}}}$$

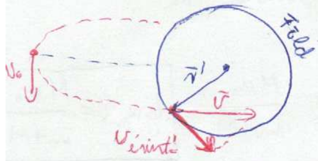
c) Határozza meg a meteor impulzusmomentumának nagyságát a kezdeti állapotban a Föld középpontjára vonatkoztatva! (0,5)

$$\bar{N} = \bar{r} \times \bar{I} \qquad \bar{r} \perp \bar{I} \quad |\bar{N}| = |\bar{r}||\bar{I}| = \boxed{5 R m v_0}$$

d) Mekkora a meteor sebességének Föld felszínével párhuzamos komponense a becsapódás előtti pillanatban? (1)

Centrális erőtér: $\bar{N} = \bar{N}'$ $\quad \bar{N}' = \bar{r}' \times \bar{I}' = |\bar{r}'||\bar{I}'_{érintő}| = R m v_{érintő}$

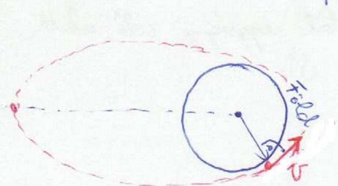
$$\Rightarrow 5 R m v_0 = R m v_{érintő}$$



$$\boxed{v_{érintő} = 5 v_0}$$

e) Legalább mekkorának kell lennie a meteor kezdeti v_0 sebességének ahhoz, hogy a becsapódás ne következzen be? (1)

Ha éppen elhalad a földfelszín felett:



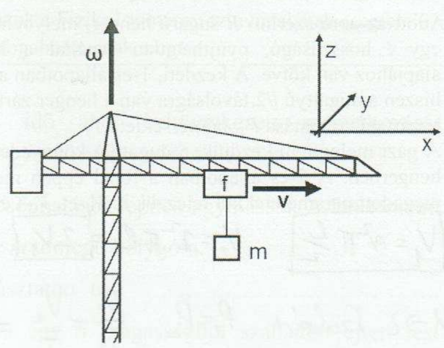
$$v_{érintő} = v$$

$$5 v_0 = \sqrt{v_0^2 + \frac{8\gamma M}{5R}} \Rightarrow 25 v_0^2 = v_0^2 + \frac{8\gamma M}{5R}$$

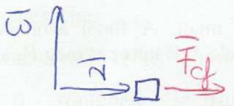
$$24 v_0^2 = \frac{8\gamma M}{5R} \Rightarrow 3 v_0^2 = \frac{\gamma M}{5R}$$

$$\boxed{v_0 = \sqrt{\frac{\gamma M}{15R}}}$$

3. Az ábra szerinti toronydaru függőleges tengelye körül ω szögsebességgel forog, miközben az ábrán „f" betűvel jelölt, úgynevezett „futómacska" v sebességgel mozog a forgástengelytől távolodva. Az általunk vizsgált $t=0$ időpillanatban a futómacska forgástengelytől mért távolsága r.



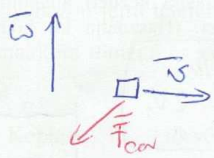
a) Adja meg a futómacskára függesztett m tömegű teherre ható centrifugális erő vektorát KOORDINÁTÁS ALAKBAN az ábrán feltüntetett, daruhoz rögzített $[x\ y\ z]$ forgó vonatkoztatási rendszerben! (Feltételezzük, hogy a teher igen rövid kötélen függ.) (1)



$$|\bar{F}_{cf}| = m\omega^2 r \Leftarrow \bar{\omega} \perp \bar{r}$$

$$\bar{F}_{cf} \parallel \hat{x} \qquad \boxed{\bar{F}_{cf} = [m\omega^2 r;\ 0;\ 0]}$$

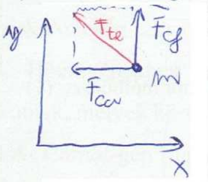
b) Adja meg a teherre ható Coriolis-erő vektorát KOORDINÁTÁS ALAKBAN az ábrán feltüntetett, daruhoz rögzített $[x\ y\ z]$ forgó vonatkoztatási rendszerben! (1)



$$\bar{F}_{cor} = -2m(\bar{\omega} \times \bar{v}) \Rightarrow \bar{F}_{cor} \parallel -\hat{y} \qquad \bar{\omega} \perp \bar{v}$$

$$|\bar{F}_{cor}| = 2m\omega v \qquad \boxed{\bar{F}_{cor} = [0;\ -2m\omega v,\ 0]}$$

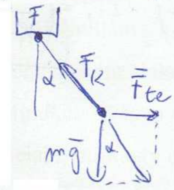
c) Határozza meg a teherre ható tehetetlenségi erők eredőjének nagyságát! (1)



$$|\bar{F}_{te}| = \sqrt{|\bar{F}_{cor}|^2 + |F_{cf}|^2} = \sqrt{m^2\omega^4 r^2 + 4m^2\omega^2 v^2}$$

$$\boxed{F_{te} = m\omega\sqrt{\omega^2 r^2 + 4v^2}}$$

d) Határozza meg a terhet tartó kötél függőlegessel bezárt szögét! (1)

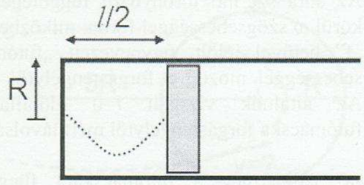


$$tg\,\alpha = \frac{|F_{te}|}{mg} = \frac{m\omega\sqrt{\omega^2 r^2 + 4v^2}}{mg} = \boxed{\frac{\omega\sqrt{\omega^2 r^2 + 4v^2}}{g}}$$

e) Határozza meg a kötélerőt! (1)

$$|\bar{F}_K| = \sqrt{(mg)^2 + |\bar{F}_{te}|^2} = \boxed{m\sqrt{\omega^2(\omega^2 r^2 + 4v^2) + g^2}}$$

4. Adott az ábra szerinti R sugarú henger, melyben a dugattyú egy l hosszúságú, nyújthatatlan fonállal a henger zárt alapjához van kötve. A kezdeti, 1-es állapotban a fonál laza, hiszen a dugattyú $l/2$ távolságra van a henger zárt végétől. A bezárt gáz nyomása P_1, hőmérséklete T_1.



a) A gázt melegíteni kezdjük, a dugattyú könnyedén csúszik a hengerben. A 2-es állapotban a fonál éppen megfeszül. A megadott paraméterekkel fejezzük ki V_1-et, V_2-t és T_2-t. (1)

$$\boxed{V_1 = r^2\pi \frac{l}{2}} \qquad V_2 = r^2\pi l = \boxed{2V_1}$$

$$1 \to 2 \text{ Izobár} \quad P_1 = P_2 \quad \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{V_2}{V_1} T_1 = \boxed{2T_1}$$

b) A gázt tovább melegítjük, ám az tovább nem képes tágulni a fonál miatt. A fonál azonban maximálisan F_{max} erőt képes elviselni. A 3-as állapotban a fonál éppen elszakad. Határozza meg P_3-at és T_3-at! (1)

$$\text{Izochor } 2 \to 3 \quad V_2 = V_3 = 2V_1$$

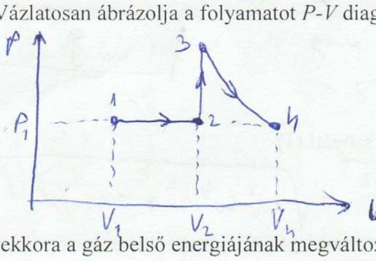
$$P_3 = \frac{F_{max}}{r^2\pi} \qquad \frac{P_2}{T_2} = \frac{P_3}{T_3} \Rightarrow T_3 = \frac{P_3}{P_2} \cdot T_2 = \frac{\frac{F_{max}}{r^2\pi}}{P_1} \cdot 2T_1 = \boxed{\frac{2T_1 \cdot F_{max}}{P_1 r^2\pi}}$$

c) A fonal elszakadását követően a gáz adiabatikusan tágul, amíg a nyomás a kezdeti állapottal megegyező értékre csökken, tehát $P_4=P_1$. Határozza meg V_4-et és T_4-et. (Használja ki, hogy adiabatikus állapotváltozás esetén PV^{κ}=állandó, κ adott.) (1)

$$P_3 V_3^{\kappa} = P_4 V_4^{\kappa} \Rightarrow V_4 = \left(\frac{P_3}{P_4}\right)^{1/\kappa} \cdot V_3 = \left(\frac{\frac{F_{max}}{r^2\pi}}{P_1}\right)^{1/\kappa} \cdot 2V_1 = \boxed{\left(\frac{F_{max}}{P_1 \cdot r^2\pi}\right)^{1/\kappa} \cdot 2V_1}$$

$$\frac{P_3 V_3}{T_3} = \frac{P_4 V_4}{T_4} \Rightarrow T_4 = \frac{P_4 V_4}{P_3 V_3} \cdot T_3 = \frac{P_4 \cdot \left(\frac{P_3}{P_4}\right)^{1/\kappa} \cdot V_3}{P_3 V_3} \cdot 2T_1 \frac{P_3}{P_1} = \left(\frac{P_3}{P_4}\right)^{1/\kappa} \cdot 2T_1 = \boxed{\left(\frac{F_{max}}{P_1 \cdot r^2\pi}\right)^{1/\kappa} 2T_1}$$

d) Vázlatosan ábrázolja a folyamatot P-V diagramon. (1)



e) Mekkora a gáz belső energiájának megváltozása a teljes folyamat során? A gáz izochor mólhője c_v. (1)

$$\Delta E_b = n C_V (T_4 - T_1) = \frac{P_1 V_1}{R T_1} \cdot C_V \, T_1 \left(\left(\frac{F_{max}}{P_1 r^2\pi}\right)^{1/\kappa} - 1 \right)$$

$$\boxed{\Delta E_b = \frac{P_1 V_1}{R} \cdot C_V \left(\left(\frac{F_{max}}{P_1 r^2\pi}\right)^{1/\kappa} - 1 \right)}$$

Kiegészítendő mondatok

Egészítse ki az alábbi hiányos mondatokat úgy a megfelelő szavakkal, szókapcsolatokkal, matematikai kifejezésekkel (skalár-vektor megkülönböztetés), hogy azok a Fizika1 tantárgy színvonalának megfelelő, fizikailag helyes állításokat fogalmazzanak meg!

1. A ………sebesség……………… egységnyi idő alatt bekövetkezett megváltozását gyorsulásnak nevezzük.

2. Egy m és egy $2m$ tömegű bolygó gravitációs kölcsönhatásba lépnek egymással. A $2m$ tömegű bolygóra …ugyanakkora……. erő hat, mint az m tömegű bolygóra.

3. Egy h magasságú, súrlódásmentes lejtőn lecsúsztatott test ….ugyanakkora……….. sebességgel érkezik a lejtő aljára, mint amekkora egy h magasságból szabadon ejtett test végsebessége.

4. Konzervatív erőtérben mozgó tömegpont …mechanikai energiája…… állandó.

5. A röptében szétrobbanó tűzijáték darabkái által alkotott tömegpontrendszer …tömegközéppontja…………. egy ferde hajítás pályáján mozog.

6. Egy homogén tömegeloszlású rúd rúdra merőleges tengelyre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatéka akkor a legkisebb, ha a tengely a rúd …tömegközéppontján… halad át.

7. Ugyanazon lejtő tetejéről kezdősebesség nélkül gurítunk le egy tömör hengert, valamint egy ugyanakkora tömegű és sugarú csődarabot. A ……tömör henger….. ér le hamarabb a lejtő aljára.

8. Kepler II. törvénye értelmében a napból a bolygóhoz húzott sugár …egyenlő időközönként egyenlő területeket súrol…………………………

9. Az állóhullám két ….ellentétes…………….. irányban terjedő haladó hullám interferenciájaként alakul ki.

10. Mindkét végén rögzített húr alaphangja …..ugyanakkora…………………….. frekvenciájú, mint egy ugyanolyan hosszú, mindkét végén nyitott síp alaphangja.

11. Rezonancia esetén a gerjesztett rendszer rezgése, valamint a gerjesztő rezgés közötti fáziskülönbség ……..$\pi/2$…………………………

12. Hőerőgépekben lezajló körfolyamatok P-V diagramon ábrázolva olyan zárt görbéket alkotnak, melyek körüljárási iránya az óramutató járásával …megegyező…... irányú.

13.A Carnot-gép hatásfoka elvileg 100 % -hoz tart, ha a hideg hőtartály hőmérséklete …………0…………… Kelvin fokhoz tart.

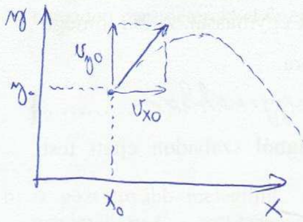
14. Izo…term………………………… állapotváltozás során a gáz belső energiája nem változik.

15. Izo…chor……………………… állapotváltozás során a gáz belső energiájának megváltozása megegyezik a gázzal közölt hővel.

Kifejtendő kérdések

Tömör, lényegre törő, vázlatszerű, fizikailag és matematikailag pontos válaszokat várunk.
Ha szükséges, rajzoljon magyarázó ábrákat!

1. A $t=0$ időpontban pontszerű testet lövünk ki $[v_{x0}, v_{y0}]$ kezdősebességgel az $[x_0, y_0]$ pontból homogén $[0,-g]$ nehézségi erőtérben. Írja fel az $x(t)$, $y(t)$, valamint a $v_x(t)$, $v_y(t)$ függvényeket! (2) Írjon fel egyenletet, amely alapján meghatározható az az időpont, amikor a test pályája tetőpontján van! (0,5) Milyen feltételt kell szabnunk a kilövés kezdeti paramétereire, hogy a fenti egyenlet fizikailag helyes megoldást adjon? (Azaz a pályának valóban legyen tetőpontja) (0,5)



$x(t) = x_0 + v_{x0} t$ $\qquad v_x(t) = v_{x0}$

$y(t) = y_0 + v_{y0} t - \frac{g}{2} t^2$ $\qquad v_y(t) = v_{y0} - g t$

Tetőponton $v_y(t) = 0$

$0 = v_{y0} - g t_{tet} \Rightarrow t_{tet} = \frac{v_{y0}}{g}$

$t_{tet} > 0$, ha $v_{y0} > 0$

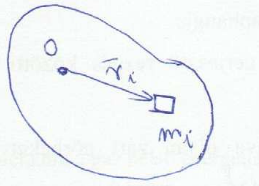
Ha ugyanis $v_{y0} < 0$, akkor a pálya legmagasabb pontja a kilövés helyével egyezik meg.

2. Definiálja egy pontrendszer tehetetlenségi nyomatékának fogalmát matematikai összefüggés segítségével, nevezze meg az összefüggésben szereplő fizikai mennyiségeket. (1) Alkalmazza a definíciót egy m tömegű, R sugarú gyűrű tehetetlenségi nyomatékának meghatározására egy olyan tengelyre vonatkoztatva, mely áthalad a tömegközépponton, és merőleges a gyűrű síkjára. (1) Írja fel a Steiner-tételt, és segítségével határozza meg a fenti gyűrű tehetetlenségi nyomatékát a gyűrű kerületén átmenő, gyűrű síkjára merőleges tengelyre vonatkoztatva! (1)

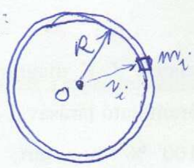
$\Theta = \sum_i m_i r_i^2$

m_i: i-edik tömegpont tömege

r_i: i-edik tömegpont forgástengelytől mért távolsága.



Gyűrű:



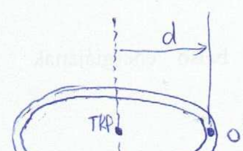
$|\vec{r}_i| = R \quad \sum_i m_i = m$

$\Theta = \sum_i m_i r_i^2 = \sum_i m_i R^2$

$\Theta = R^2 \underbrace{\sum_i m_i}_{m} = \boxed{m R^2}$

Steiner-tétel

$\Theta' = \Theta_{TKP} + m d^2$



$\Theta_{TKP} = m R^2$

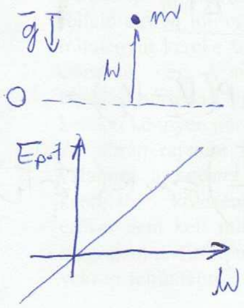
$d = R$

$\Theta' = \underbrace{m R^2}_{\Theta_{TKP}} + \underbrace{m R^2}_{m d^2} = \boxed{2 m R^2}$

3. Mikor nevezünk egy erőteret konzervatívnak? (1) Definiáljon potenciálfüggvényt homogén nehézségi erőtérben, valamint pontszerű test gravitációs erőterében! Nevezze meg a felírt összefüggésekben előforduló fizikai mennyiségeket! (1) Vázlatosan ábrázolja diagramon a felírt potenciálfüggvényeket! (1)

Erőtér konzervatív, ha az erőtérben mozgó testen az erőtér által végzett munka csak a mozgás kezdő és végpontjának helyzetétől függ.

Homogén erőtér



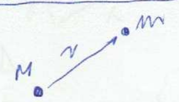
$E_{pot} = mgh$

m: tömeg

$\bar{g}$: nehézségi gyorsulás

h: referenciaponthoz képesti magasság

Gravitációs erőtér

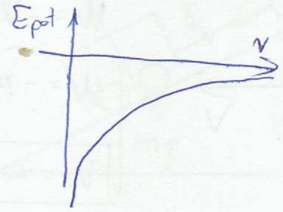


$E_{pot} = -\gamma \frac{Mm}{r}$

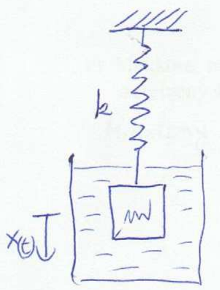
γ: gravitációs állandó

M, m: kölcsönható tömegek

r: távolság



4. Írja fel egy csillapított harmonikus rezgő rendszer alapegyenletét, nevezze meg a felírt egyenletben szereplő mennyiségeket! (1) Milyen reláció áll fenn a fenti alapegyenlet paraméterei között, ha a rezgő rendszer a) csillapítatlan, b) alulcsillapított, c) túlcsillapított, d) aperiodikus határesetben van? Vázlatosan ábrázolja a négy alapeset kitérés-idő függvényét! (2)



$\ddot{x}_{(t)} + 2\beta\dot{x}_{(t)} + \omega_0^2 x_{(t)} = 0$

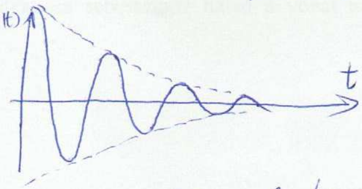
$x_{(t)}$: kitérés-idő fv.

β: csillapítási tényező

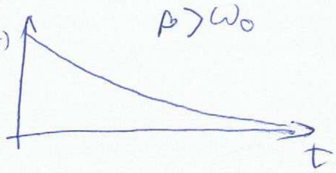
ω_0: sajátfrekvencia $\left[\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}\right]$

a) csillapítatlan: $\beta = 0$

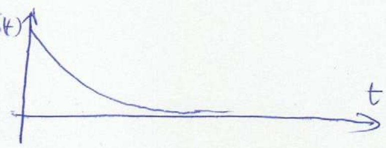
b) alulcsillapított $\beta < \omega_0$



c) túlcsillapított $\beta > \omega_0$



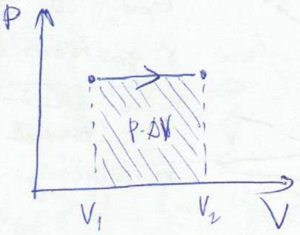
d) aperiodikus határeset



5. Írja fel matematikai alakban, és fogalmazza meg egy mondatban a termodinamika I. főtételét! (1) Mutassa be, hogy egy ismert c_V izochor mólhőjű, n anyagmennyiségű gáz izobár tágulása során bekövetkezett ΔT hőmérséklet-változás mennyi belső energia változással, hőfelvétellel és mechanikai munkavégzéssel jár! (1) A felírtak alapján teremtsen kapcsolatot a gáz izochor és izobár mólhője között! (1)

$$\Delta E_b = Q + W$$

Egy test belső energiájának megváltozása egyenlő a testtel közölt hő, valamint a testen végzett munka összegével.



$$\Delta E_b \sim \Delta T \qquad \boxed{\Delta E_b = n\, C_V \cdot \Delta T}$$

$$W = -W_{gáz} = -p\cdot\Delta V = -p(V_2 - V_1) =$$

$$W = -p\left(\frac{nRT_2}{p} - \frac{nRT_1}{p}\right) = -nR(T_2 - T_1)$$

$$\boxed{W = -nR\cdot\Delta T}$$

$$\Delta E_b = Q + W \Rightarrow Q = \Delta E_b - W = \Delta E_b + W_{gáz} = n\,C_V\cdot\Delta T + nR\cdot\Delta T$$

$$\boxed{Q = \underbrace{(C_V + R)}_{C_p}\cdot n\cdot\Delta T}$$

$$\Downarrow$$

$$C_p = C_V + R$$